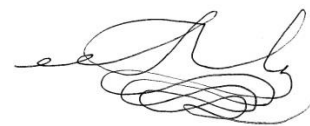


Физико-технологический институт Российской академии наук

На правах рукописи



Цуканов Александр Викторович

Полупроводниковые квантовые точки с оптическим и электрическим
управлением в квантовых вычислениях

Специальность 05.27.01 – Твердотельная электроника, радиоэлектронные
компоненты, микро- и наноэлектроника,
приборы на квантовых эффектах

Диссертация на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
доктор физико-математических наук
Лукичев Владимир Федорович

Москва 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ.....	14
1.1 Квантовые точки в квантовой информатике. Общие сведения.....	14
1.2 Экспериментальная реализация прототипов зарядовых кубитов на КТ в двумерном электронном газе с электрическим управлением.....	18
1.3 Гибридные системы на базе кристаллических КТ с оптическим управлением в фотонных структурах.....	24
1.4 Особенности теоретического описания и моделирования свойств КТ в МР.....	31
1.5 Методы экспериментального исследования квантовых битов и чипов на КТ, интегрированных в фотонную сеть.....	37
1.6 Экспериментальная реализация одно- и двухкубитных операций на экситонных, спиновых и фотонных кубитах на КТ в МР.....	46
1.7 Выводы к Главе 1.....	59
ГЛАВА 2. ДВОЙНАЯ КВАНТОВАЯ ТОЧКА В РОЛИ ЗАРЯДОВОГО КУБИТА С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ УПРАВЛЕНИЕМ.....	61
2.1 Однокубитные операции в медленно меняющемся электрическом поле.....	61
2.2 Идеальная двухкубитная операция CNOT.....	65
2.3 Неидеальная двухкубитная операция CNOT.....	73
2.4 Выводы к Главе 2.....	77
ГЛАВА 3. ДВОЙНАЯ КВАНТОВАЯ ТОЧКА В РОЛИ ЗАРЯДОВОГО КУБИТА С ЛАЗЕРНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ.....	78
3.1 Принцип оптического переноса электрона между квантовыми точками.....	78
3.2 Когерентная динамика электрона в двойной асимметричной квантовой точке.....	79
3.3 Энергетический спектр электрона в наноструктуре из двух “почти кубических” квантовых точек и матричные элементы электронных переходов.....	84
3.4 Осцилляции Раби электрона в двойной симметричной квантовой точке.....	92
3.5 Когерентная динамика электрона в тройной асимметричной квантовой точке.....	106
3.6 Выводы к Главе 3.....	117
ГЛАВА 4. ДВОЙНАЯ КВАНТОВАЯ ТОЧКА В РОЛИ СПИНОВОГО КУБИТА С ЛАЗЕРНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ.....	119
4.1 Энергетический спектр и собственные состояния двух электронов в симметричной ДКТ.....	119

4.2 Резонансные и рамановские переходы в двухэлектронной ДКТ в бихроматическом лазерном поле.....	123
4.3 Квантовые операции и запутывание с участием спиновых и орбитальных состояний двухэлектронной ДКТ.....	132
4.4 Выводы к Главе 4.....	134
ГЛАВА 5. КВАНТОВАЯ СЕТЬ НА ОСНОВЕ ОДНОЭЛЕКТРОННОЙ ЦЕПОЧКИ	
КВАНТОВЫХ ТОЧЕК.....	135
5.1. Резонансный перенос электрона в одномерных многоямных структурах.....	135
5.1.1. Принцип организации межкубитных связей путем электронного транспорта....	135
5.1.2. Выбор параметров изолированных ям.....	136
5.1.3. Статические параметры многоямной наноструктуры.....	140
5.1.4. Одноэлектронная динамика в многоямной структуре.....	145
5.1.5. Оптимизация процесса переноса в несимметричной структуре.....	153
5.2. Операция CPHASE на двух удаленных зарядовых кубитах.....	154
5.2.1 Принцип реализации условных перемещений электрона в ВС.....	154
5.2.2 Линейная вспомогательная структура и зарядовый ОКТ-кубит.....	156
5.2.3 Транспозиционная реализация вентилей CPHASE на удаленных кубитах.....	165
5.3. Селективный перенос электрона между квантовыми точками в кольцевой структуре под действием резонансного импульса.....	169
5.3.1 Постановка задачи.....	169
5.3.2 Моделирование спектральных свойств кольцевой структуры на основе КТ.....	170
5.3.3 Квантовая динамика электрона в замкнутой цепочке (кольце) КТ.....	176
5.4. Выводы к Главе 5.....	181
ГЛАВА 6. ПРОТОТИПЫ КВАНТОВЫХ РЕГИСТРОВ НА КТ.....	
6.1. Непрямое взаимодействие в кластере из трех зарядовых ОКТ-кубитов.....	184
6.1.1 Структура кластера и селективность переходов.....	184
6.1.2 Однокубитные операции на одноэлектронной ОКТ.....	185
6.1.3 Трехкубитный кластер и вспомогательная структура.....	190
6.1.4 Условные операции в трехкубитном кластере.....	196
6.2 Схема помехоустойчивых квантовых вычислений для прототипа квантового регистра из девяти кубитов (код Шора).....	204
6.2.1 Принцип запутывания кубитов через их взаимодействие с одноэлектронной ВС.....	204

6.2.2	Обусловленный перенос электрона вдоль квазиодномерной цепочки квантовых точек.....	205
6.2.3	ППЭ и сдвиг фазы кубита в трехуровневом приближении.....	210
6.2.4	Принципиальная схема вентилей CPHASE и CNOT с использованием ППЭ в ВС.....	211
6.2.5	Девятикубитный код Шора в планарном регистре на основе КТ.....	212
6.3	Выводы к Главе 6.....	215
ГЛАВА 7. АРХИТЕКТУРА-ПРОТОТИП КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА НА КТ И ДОНОРНЫХ АТОМАХ.....		217
7.1.	Одноэлектронная донорная пара как альтернатива полупроводниковой ДКТ.....	217
7.2.	Электронные переходы в молекулярном H_2^+ - ионе в лазерном поле.....	219
7.3.	Обработка квантовой информации.....	223
7.3.1	Принципиальная схема полномасштабного квантового компьютера.....	223
7.3.2	Инициализация.....	227
7.3.3	Однокубитные вращения и двухкубитная операция CZ.....	227
7.3.4	Считывание результата вычислений.....	233
7.3.5	Сохранение когерентности эволюции кубитов.....	236
7.4.	Пути оптимизации дизайна структуры квантового регистра на донорных атомах.....	238
7.5.	Выводы к Главе 7.....	243
ГЛАВА 8. КВАНТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ НА ЗАРЯДОВЫХ КУБИТАХ НА ДВОЙНЫХ КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ В ФОТОННЫХ СТРУКТУРАХ.....		244
8.1.	Общая структура квантового регистра с зарядовыми ДКТ кубитами в микрорезонаторе.....	244
8.1.1	Принцип однофотонного управления состоянием ДКТ.....	244
8.1.2	Модель взаимодействующих ДКТ и МР в однофотонном режиме.....	245
8.1.3	Одно- и двухкубитные операции и хранение результата вычислений в ДКТ кубите.....	250
8.1.4	Масштабируемая схема квантового регистра.....	261
8.2.	Квантовые операции на зарядовых ДКТ кубитах в МР с электростатическим управлением в режиме ридберговской блокады.....	267
8.2.1	Модель взаимодействующих ДКТ и МР в многофотонном режиме.....	267
8.2.2	Однокубитные повороты в многофотонном поле МР.....	269

8.2.3	Двухкубитные операции в режиме ридберговской блокады.....	270
8.3.	Принципы формирования фотонных структур с КТ из отдельных МР.....	279
8.3.1	Общие сведения о фотонных молекулах и модель сильной связи.....	279
8.3.2	Фотонная молекула из двух резонаторов Фабри – Перо.....	283
8.3.3	Примеры практической реализации элементов фотонных сетей на основе ФМ, МР, волноводов и КТ.....	288
8.4.	Выводы к Главе 8.....	291
ГЛАВА 9. МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОГО ОТКЛИКА ЗАРЯДОВОГО КУБИТА В МИКРОРЕЗОНАТОРЕ.....		294
9.1	Общее представление о спектроскопии КТ-систем в квантовом режиме.....	294
9.2	Модель и основные уравнения.....	295
9.3	Некогерентные процессы в ДКТ.....	299
9.4	Численное моделирование квантовой эволюции ДКТ в МР.....	305
9.5	Резонансный отклик ДКТ в рабиевском и в установившемся режимах.....	307
9.6	Нерезонансный отклик ДКТ в рабиевском и в установившемся режимах.....	314
9.7	Выводы к Главе 9.....	315
ГЛАВА 10. КВАНТОВАЯ ПАМЯТЬ НА ДВОЙНОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ В МИКРОРЕЗОНАТОРЕ.....		317
10.1.	Преобразователь частоты (конвертор) на основе полупроводниковой ДКТ с лазерным управлением в МР.....	317
10.1.1	Принципиальная схема частотной конверсии.....	317
10.1.2	Модель конвертора на основе ОКТ в МР.....	319
10.1.3	Обмен квантом между МР и ДКТ.....	325
10.1.4	Частотная конверсия фотона с учетом диссипации.....	326
10.2.	Квантовая память на зарядовом кубите в оптическом микрорезонаторе.....	331
10.2.1	Одноэлектронная ДКТ как кубит памяти.....	331
10.2.2	Принципиальная схема узла памяти и описание модели.....	332
10.2.3	Результаты моделирования процесса записи.....	337
10.3.	Выводы к Главе 10.....	344
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....		345
ЛИТЕРАТУРА.....		350

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Полупроводниковые квантовые точки (КТ), часто называемые искусственными атомами, привлекают внимание многих исследователей уже в течение почти двадцати лет. Они могут быть получены разными способами, самыми распространенными из которых являются а) спонтанная конденсация небольших объемов – «островков» одного полупроводникового компонента, который эпитаксиально наносится на другой компонент (например, InAs на GaAs) и б) формирование потенциальных минимумов (иногда называемых «электронными резонаторами») в двумерном электронном газе при помощи электрических и магнитных полей. Заряженная частица, локализованная внутри КТ, имеет дискретный спектр собственных состояний, свойственный конкретному эффективному потенциалу, удерживающему электрон. Его глубина задается величиной скачка дна зоны проводимости на границе, отделяющей InAs КТ от окружающего её GaAs, или контролируется напряжением на электрических контактах. Интерес к данным объектам во многом обусловлен возможностью эффективно управлять их спектральными свойствами за счет выбора химического состава, формы и размеров.

Практическое использование КТ охватывает широкий класс современных высокотехнологичных устройств, таких, как генераторы неразличимых одиночных фотонов для протоколов квантовой криптографии, лазеры терагерцевого диапазона, одноэлектронные и фотонные транзисторы и др. Особой популярностью они пользуются и у специалистов по проектированию квантовых компьютеров. Отметим несколько причин. Во-первых, на основе КТ возможно создание масштабируемых твердотельных квантовых регистров на базе уже существующих полупроводниковых микро- и нанотехнологий. Во-вторых, квантовая информация в КТ может кодироваться несколькими способами в различные квантовые степени свободы КТ (орбитальные, экситонные и спиновые состояния электронов) с сохранением когерентности в течение достаточного долгого времени при умеренно низкой температуре. В-третьих, комплексы КТ успешно интегрируются в гибридные фотонные системы и квантовые сети, содержащие разнородные квантовые компоненты. Эти свойства полупроводниковых КТ делают их реальными кандидатами на роль кубитов – элементарных носителей квантовой информации.

С другой стороны, в последние несколько лет наблюдается быстрое развитие теории и технологии изготовления твердотельных оптических систем – волноводов, фотонных кристаллов и микрорезонаторов (МР). Подбирая определенным образом материал, геометрию и внутреннюю структуру этих объектов, оказывается возможным задавать и контролировать их

спектральные свойства. Существует несколько разновидностей таких оптических резонаторов, изготавливаемых на основе полупроводниковых, диэлектрических и металлических микро- и наноструктур. Это брэгговские слоистые резонаторы, микродиски, микросферы и микрокольца, поддерживающие моды шепчущей галереи, и дефекты в фотонных кристаллах. В этой связи ведется разработка способов интегрирования КТ в данные структуры, в частности, с целью организации взаимодействия между двумя удаленными КТ за счет когерентного обмена квантом возбуждения через транспортную фотонную моду. Однако функциональные свойства подобных гибридных КТ-систем существенным образом зависят от типа, материала, размера и, очевидно, от качества изготовления фотонной структуры. Представляется интересным и актуальным исследование путей поиска оптимальных конфигураций и параметров фотонных сетей, которые обеспечивали бы надежную связь между произвольными КТ-кубитами в регистре.

Степень разработанности темы исследования

Состояние теоретических разработок и экспериментальных методов реализации квантовых вычислений на КТ, представленное публикациями в научной литературе, подробно отражено в обзорной Главе 1. Исторически, в качестве первых прототипов кубитов использовались КТ, получаемые электростатическим способом на основе двумерного электронного газа. Достоинство данной схемы состоит в простоте организации управления динамикой электронов в КТ, однако существенным недостатком здесь является высокий уровень шума, обусловленный флуктуациями напряжения на контролирующих форму КТ затворах. Еще одна идея реализации квантовых вентилях на КТ заключается в кодировке информации в спиновые состояния электрона. Здесь тоже был достигнут определенный прогресс в экспериментальной области, однако сохранение спиновой когерентности, в отличие от орбитальной, требует значительно больших затрат, связанных с необходимостью работы в режиме сверхнизких температур. Также была предложена схема запутывания состояний экситонных кубитов на основе двойных квантовых точек (ДКТ) в МР и переноса квантовой информации в виде фотона между удаленными кубитами по волноводу. Достоинство такой схемы состоит в том, что указанные операции не требуют применения внешнего лазерного импульса. Это значит, что при выполнении квантовых операций можно ограничиться варьированием электрического напряжения на управляющих затворах ДКТ и контролем числа фотонов МР в режиме ближнего поля посредством одномодового волновода. Тем не менее, как показывает эксперимент, кодировка квантовой информации, связанная с наличием/отсутствием экситона(ов) или трионных комплексов в ДКТ, имеет существенный недостаток. Именно, время жизни экситона в КТ, как правило, составляет несколько сотен пикосекунд, что примерно

соответствует времени выполнения одной квантовой операции. Необходимо увеличить это время хотя бы на два порядка, чтобы выполнялись условия теоремы о помехоустойчивых квантовых вычислениях.

Главными препятствиями на пути создания полномасштабного квантового компьютера на базе КТ являются а) сложность высокоточного позиционирования отдельных КТ в полупроводниковой матрице, б) проблема синтеза КТ заданных размеров и формы, в) необходимость оптимальной ориентации КТ относительно управляющих устройств, а также г) трудности, связанные с манипуляциями отдельными электронами (экситонами, электронными спинами) и организацией взаимодействия между ними. Однако в последние несколько лет наблюдается определенный прогресс в экспериментальных исследованиях по всем упомянутым направлениям. Мы акцентируем внимание на результатах, полученных для КТ в твердотельных полупроводниковых МР (см. Главу 1). В недавних работах сообщается о контролируемом размещении пирамидальных InGaAs/GaAs-точек в виде упорядоченной структуры внутри полупроводникового двумерного фотонного кристалла. Также удалось получить массив (квадратную решетку) ДКТ, разделенных GaAs барьером толщиной 10 нм, внутри брэгговского МР на основе слоистой гетероструктуры. В данных исследованиях расстояние между КТ составляло около 1 мкм, характерный размер КТ – 10 нм, а погрешность расположения была менее 50 нм. Далее, упорядоченный квазилинейный массив КТ формировался вдоль края микродиска диаметром 4 мкм и толщиной 250 нм в пучностях электромагнитного поля одной из его собственных мод. В зависимости от условий процесса образования КТ их линейная плотность варьировалась от 1 до 6 мкм⁻¹. Во всех этих работах наблюдалось интенсивное взаимодействие КТ и МР, приводящее к модификации спектров поглощения/испускания обеих подсистем. Электрический контроль частот КТ был также продемонстрирован, при этом важно отметить, что удалось достичь независимой настройки в резонанс с полем частоты КТ, лежащей в одном слое структуры, тогда как частота КТ, находящейся в другом слое точно над первой КТ на расстоянии 90 нм, не менялась.

Цели и задачи работы

Целями данной работы являются:

- разработка полупроводниковой структуры (квантового регистра) на основе одноэлектронных КТ с лазерным и электростатическим управлением для помехоустойчивого кодирования, обработки, транспортировки и хранения квантовой информации;
- исследование возможности построения полномасштабного твердотельного квантового компьютера на основе КТ и их ансамблей, находящихся в высокодобротных оптических МР и квантовых сетях на их основе.

Для достижения поставленных целей были решены следующие **задачи**:

1. Теоретическое изучение влияния электромагнитного импульса на когерентную динамику одного и двух электронов в ДКТ с демонстрацией возможности селективного туннельно-оптического переноса электрона между КТ в резонансном и рамановском режимах.
2. Исследование способов кодировки квантовой информации и реализации квантовых операций на зарядовых и спиновых кубитах посредством лазерного и электростатического управления орбитальными и спиновыми состояниями электронов в КТ или в донорных атомах.
3. Изучение когерентного транспорта электрона в многоямных квазиодномерных наноструктурах под действием резонансного поля и исследование возможности масштабирования квантового регистра на основе КТ путем обусловленных транспозиций пробного заряда во вспомогательной структуре.
4. Изучение спектральных характеристик оптической твердотельной структуры, состоящей из ДКТ и МР и представляющей основу для реализации полупроводникового масштабируемого зарядового кубита, путем моделирования диссипативной динамики одноэлектронной ДКТ во внешнем (пробном) лазерном поле.
5. Численное моделирование квантовой динамики запутанных состояний одной или нескольких КТ, помещенных в МР, в рабиевском и рамановском режимах в рамках подходов Шредингера и Линдблада и анализ диссипативных эффектов, расчет времен и точности выполнения одно-, двух- и трехкубитных квантовых операций на КТ.
6. Разработка концепции квантового узла на базе КТ и МР для хранения квантовой информации, состоящего из частотного конвертора и кубита памяти.

Научная новизна работы

1. Теоретически исследована когерентная динамика зарядового ДКТ кубита с электростатическим управлением. Получены аналитические выражения для операторов эволюции одного и двух кубитов во внешнем медленно меняющемся электрическом поле затворов, указаны параметры структуры и поля, соответствующие основным однокубитным операциям. Рассмотрена возможность организации двухкубитной операции CNOT как в идеальном случае, так и при наличии паразитной динамики.
2. Аналитически рассчитана вероятность туннельно-оптического переноса электрона в ДКТ как функция параметров структуры и лазерного импульса. Показано, что эта вероятность может быть близка к единице. Для двухэлектронной ДКТ рассчитаны зависимости амплитуд вероятности от длительности импульса, предложена схема генерации запутанного состояния электронных спинов с помощью эффективного обменного взаимодействия.

3. Разработан способ кодирования и обработки квантовой информации при помощи возбужденных состояний одиночной полупроводниковой КТ (ОКТ) и проведено теоретическое исследование проблемы организации контролируемого взаимодействия между зарядовыми кубитами в трехкубитном кластере.
4. Предложен простой алгоритм реализации нетривиального трехкубитного вентиля Тоффли посредством электронных возбуждений во вспомогательной структуре, обусловленном состоянием трехкубитного кластера.
5. Изучена специфика транспозиции пробного заряда во вспомогательных линейных и планарных структурах из туннельно-связанных КТ и предложена процедура оптимизации алгоритма транспозиции на основе численного моделирования путем надлежащего подбора параметров управляющих полей и структуры.
6. Предложен способ генерации запутанных состояний кластера из девяти зарядовых ДКТ кубитов и рассмотрена возможность применения кода Шора с целью защиты состояния кубитов от квантовых ошибок.
7. Исследованы способы кодировки квантовой информации и реализации квантовых операций на зарядовых кубитах посредством оптического управления орбитальными состояниями валентных электронов донорных атомах в полупроводниковой матрице, рассмотрена возможность масштабирования данной схемы.
8. Исследована возможность выполнения одно- и двухкубитных операций на зарядовых ДКТ кубитах, когерентно взаимодействующих с квантовым полем МР, разработаны несколько способов управления их состояниями и различные варианты реализации нетривиальных двухкубитных вентилях CNOT и CZ, а также генерации запутанных многокубитных состояний Шора, рассчитано время выполнения данных вентилях с учетом фотонной диссипации и электронной релаксации.
9. Предложена оригинальная схема твердотельного полномасштабного квантового компьютера на одноэлектронных ДКТ, интегрированных в полупроводниковый МР, с возможностью организации взаимодействия между кубитами посредством оптической квантовой сети с электростатическим управлением.
10. Предложен новый способ записи квантового состояния транспортного кубита (фотона с телекоммуникационной длиной волны) в ячейку (узел) квантовой памяти на основе одноэлектронной полупроводниковой асимметричной ДКТ. Вспомогательный интерфейс узла представлен МР, частотным ОКТ-конвертором и лазером.

Патентные исследования показывают, что в настоящее время расчетами и разработкой технологии создания элементов твердотельных квантовых компьютеров на КТ в основном занимаются следующие организации: Fujitsu (Япония), Hitachi (Япония), Toshiba (Япония), Sony

(Япония), IBM (США), Hewlett-Packard (США), Japan Science and Technology Agency, University Huazhong (Китай), Chungbuk National University (Южная Корея), Microsoft (США), Nippon Telegraph & Telephone (Япония).

Исследования не выявили защищенных патентным правом схем и методов, которые полностью использовали бы подходы, используемые в настоящей работе. Таким образом, представленные схемы твердотельного квантового компьютера на основе одноэлектронных КТ с оптическим и электростатическим управлением являются полностью оригинальной разработкой.

Научная значимость работы

Основные результаты диссертационной работы связаны с фундаментальными и прикладными теоретическими исследованиями свойств зарядовых кубитов на полупроводниковых КТ. Их совокупность позволяет классифицировать работу как научное достижение в интердисциплинарной сфере, связанной с квантовой информатикой, твердотельной квантовой оптикой и физикой низкоразмерных полупроводниковых структур. Разработанные методы исследований обладают большой степенью универсальности. Помимо применения для описания и анализа статических и динамических свойств квантовых битов с комбинированным оптическим и электростатическим управлением и масштабируемой структуры чипа-регистра, они могут быть задействованы и при проектировании принципиальных схем приборов, которые могут выполнять вспомогательные функции в полномасштабном квантовом компьютере, а также функционировать как независимые устройства.

Практическая значимость работы

1. Усовершенствован аналитический подход и разработан численный подход к описанию когерентной и диссипативной динамики одного и нескольких электронов в ОКТ, ДКТ и многоуровневых наноструктурах на основе КТ.
2. Разработан метод спектроскопического моделирования (пакет программ) динамики и свойств одноэлектронной КТ в МР в субфотонном режиме путем сканирования параметров пробного лазерного импульса и анализа отклика системы.
3. Предложены оригинальные способы быстрой реализации одно-, двух- и трехкубитных операций, а также алгоритм генерации запутанных девятикубитных состояний Шора, на зарядовых КТ кубитах с использованием а) вспомогательной квазилинейной наноструктуры с пробным электроном или б) вспомогательной волноводной оптической структуры с пробным фотоном.

4. Описаны принципиальные схемы планарной архитектуры кластеров и регистров, состоящих из зарядовых ДКТ или донорных кубитов с оптическим (МР и лазер) и электростатическим (затворы) управлением.
5. Развита концепция квантового узла памяти с интерфейсом управления, состоящего из зарядового ДКТ кубита памяти, частотного конвертора на основе ОКТ, МР и лазера, и предложены несколько алгоритмов записи состояния операционного фотонного кубита в инициализированный кубит памяти.

Положения, выносимые на защиту

1. Модель масштабируемого квантового регистра на основе массива зарядовых ОКТ, ДКТ и донорных кубитов, контактирующих с кулоновским полем пробного электрона во вспомогательной квазилинейной структуре из туннельно-связанных КТ, которая опосредует межкубитное взаимодействие. Нетривиальная эволюция многокубитного состояния регистра осуществляется посредством воздействия на систему резонансного электромагнитного излучения, вызывающего обусловленные переходы между уровнями вспомогательной структуры, и полей электрических затворов, контролирующих энергии отдельных КТ.
2. Модель масштабируемого квантового регистра на основе массива зарядовых ДКТ кубитов, взаимодействующих с квантовым полем оптической сети из туннельно-связанных МР (фотонной молекулы), с учетом различных диссипативных каналов. Нетривиальная эволюция многокубитного состояния регистра осуществляется посредством воздействия на систему многофотонного (классического) поля лазера, квантового (однофотонного) поля МР, и электрического поля затворов.
3. Оптимизированные по количеству промежуточных шагов алгоритмы реализации двух- и трехкубитных операций CZ и CCZ, базирующихся на условном накоплении фазы, а также вентилей CNOT и Тоффоли, которые могут быть выполнены с высокой точностью в предложенных вариантах масштабируемых квантовых регистров.
4. Процедура записи квантовой информации, закодированной в фоковское состояние телекоммуникационного фотона (транспортного кубита), в инициализированное состояние зарядового ДКТ кубита памяти, которая базируется на методе частотной конверсии с участием полей лазера и МР.

Личный вклад автора

Автором лично получены все основные результаты диссертационной работы, проведен всеобъемлющий обзорный анализ темы, предложен оригинальный дизайн рассмотренных моделей масштабируемых регистров и их основных узлов. Автор самостоятельно формулировал постановку задач, выбирал методы их решения, интерпретировал результаты. В

ходе выполнения диссертационной работы автор, где это было возможно, стремился к получению результатов в аналитическом виде, доступном для непосредственного применения. Вместе с тем, им было составлено несколько пакетов программ для численных расчетов по каждому из заявленных выше положений. Все публикации в научных журналах и доклады на конференциях были подготовлены самим автором.

Достоверность полученных результатов

Высокое качество полученных результатов подтверждается публикациями материалов работы в рецензируемых отечественных и международных журналах, а также докладами, представленными на национальных и международных конференциях. Проверка корректности аналитических и численных расчетов осуществлялась путем сравнения результатов, полученных в рамках разработанных моделей, с имеющимися в мировой литературе экспериментальными данными.

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались на конференциях: Научная сессия МИФИ (2003, 2004, 2005, 2011, 2012, 2013 гг.); The International Conference “Micro- and Nanoelectronics” (ICMNE) with the Extended Session "Quantum Informatics" (QI) (2002, 2004, 2005, 2007, 2009, 2012, 2014, 2016 гг.); International Conference “Russian Supercomputer Days”, Quantum Computing Workshop, Moscow, 2015.

Публикации

По результатам исследований опубликована 31 работа в реферируемых журналах, 6 глав в монографиях.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, десяти глав, выводов и заключения, списка литературы. Содержит 371 страницу, включая 126 рисунков и 338 библиографических ссылок.

ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

1.1 Квантовые точки в квантовой информатике. Общие сведения

Как известно, основная проблема, возникающая на пути реализации полномасштабного квантового компьютера, состоит в подборе физической системы, которая позволяла бы с высокой степенью надежности кодировать, обрабатывать и хранить квантовую информацию [1] - [4]. Применительно к квантовым системам это означает, что они должны обладать хорошо определенным набором собственных состояний и контролироваться внешними полями. В большинстве предложенных принципиальных схем квантового компьютера в качестве элементарной вычислительной ячейки используется квантовый бит (кубит) - квантовая двухуровневая система, основное и первое возбужденное состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ которой служат для кодирования логических нуля и единицы. Напомним, что в отличие от классического бита, принимающего строго одно из двух значений, кубит может находиться в произвольной квантовой суперпозиции своих логических состояний. Некоторые квантовые объекты, например, фотоны с определенным направлением поляризации [4] или электронные $S = 1/2$ [5], [6] и ядерные $I = 1/2$ [7] - [10] спины представляют собой естественные кубиты, так как их гильбертово пространство квантовых состояний определяется двумя собственными состояниями вектора поляризации или проекции оператора спина на какую-либо ось. Однако эффективное управление такими кубитами требует применения высокоточных спектроскопических методов, необходимых для частотного разрешения сравнительно близких по энергии состояний и, как следствие, больших операционных [7], [8] и измерительных [11] - [13] времен.

С практической точки зрения, те физические системы, которые допускают возможность не только энергетического, но и пространственного разделения логических состояний, представляются более предпочтительными. В частности, системы, характеризующиеся бистабильным потенциалом [14] – [25], могут быть использованы в качестве кубитов с логическими состояниями, локализованными в разных потенциальных ямах. Подобный выбор состояний вычислительного базиса позволяет значительно упростить процессы записи и считывания квантовой информации, увеличить избирательность воздействия внешнего поля на кубит, существенно уменьшить величину неконтролируемого взаимодействия между логическими состояниями и, наконец, ускорить выполнение квантовых операций. Последнее подразумевает возможность организации произвольного вращения вектора состояния кубита по сфере Блоха. Любой такой поворот можно реализовать через три независимых поворота вокруг двух декартовых осей (см., например, [3]). Следовательно, для дальнейшего отождествления

рассматриваемой системы с квантовым битом необходимо указать, каким образом можно осуществить эти повороты.

Существуют, по крайней мере, два способа контроля когерентной динамики подобных систем. Во-первых, поворот вектора состояния кубита может быть реализован путем варьирования внешним полем потенциального рельефа, формирующего кубит [16] - [20]. Поворот вокруг оси X на угол $\theta = \pi$ (инверсия), соответствующий обмену населенностями между состояниями $|0\rangle$ и $|1\rangle$, требует понижения разделяющего их потенциального барьера для достижения перекрытия локализованных орбиталей. Для поворота вокруг оси Z на угол $\theta = \pi$ (фазовый сдвиг) необходимо создать разницу энергий логических состояний, то есть асимметрию. Для выполнения этих операций к системе необходимо приложить внешнее поле, энергия которого должна быть сопоставима с характерной энергией статического потенциала. Во-вторых, для организации взаимодействия между пространственно разделенными состояниями кубита можно воспользоваться методами, применяемыми в атомной оптике. Известно, что состояния атома (иона), между которыми запрещен прямой дипольный переход, могут быть связаны за счет индуцируемых лазерными или радиочастотными импульсами переходов на вспомогательный уровень [3]. Для бистабильного потенциала наличие энергетического уровня вблизи края барьера, разделяющего области локализации, подразумевает возможность реализации подобной динамики [14], [15], [22] – [25]. Правильный выбор параметров внешнего (как правило, резонансного) поля позволяет осуществить, например, не прямой когерентный перенос населенности между логическими (локализованными) состояниями [24], [25].

Другим, не менее важным требованием к квантовой системе, рассматриваемой в качестве потенциального кандидата на роль кубита, является возможность ее масштабирования, поскольку только полномасштабный квантовый компьютер, состоящий из большого (10^4 - 10^5) числа кубитов, будет превосходить по своим вычислительным возможностям современные классические суперкомпьютеры [3]. Принято считать, что наиболее подходящими для этой цели системами являются твердотельные наноструктуры. Они могут быть изготовлены с применением уже существующих микро- и нанотехнологий, использующихся в современной полупроводниковой индустрии и имеющих большой потенциал для дальнейшего развития [26]. Большой интерес вызывают наноструктуры, сформированные на основе квантовых точек (КТ) [5], [6], [16] – [25], [27] - [31] или имплантированных доноров [9], [10], [32] – [39] в широкозонных полупроводниках. В частности, структура, состоящая из двух КТ [18] (доноров [32]) и содержащая один электрон, неоднократно предлагалась в качестве твердотельного масштабируемого кубита. Орбитальные состояния электрона, локализованные в разных КТ в отсутствие внешнего поля, могут быть использованы в качестве логических состояний кубита.

Подобная схема кодировки квантовой информации обеспечивает пространственное разделение логических состояний и обладает указанными выше преимуществами по сравнению со схемами, рассматривающими основное и первое возбужденное состояния одной КТ в качестве базисных состояний кубита [28], [29]. Недавние эксперименты [19], [20] наглядно продемонстрировали возможность когерентного контроля одноэлектронной динамики с помощью электростатического напряжения, подаваемого на металлические затворы, которые располагаются на диэлектрическом слое непосредственно над структурой (см. ниже). Считывание результата вычисления производится при помощи одноэлектронного транзистора (ОЭТ) или же квантового точечного контакта (КТК) – квантовых детекторов, работающих в режиме кулоновской блокады [40], [41]. Данные методики используют емкостную связь между кубитом и измерительным прибором с протекающим через него слабым током, величина которого обуславливается наличием или отсутствием электрона в ближайшей к детектору КТ. Измеряя ток через детектор, можно определить, в какой из двух КТ наноструктуры локализован электрон, иными словами, в каком состоянии находится кубит.

За последние два десятилетия был достигнут значительный прогресс в изготовлении твердотельных мезоскопических квантовых систем, особое место среди которых занимают КТ [27, 42 – 44]. Эти квазиуменьшенные полупроводниковые структуры являются искусственными аналогами атомных систем. Как мы только что видели, интерес к этим объектам во многом определяется идеей использования их в качестве кубитов, поскольку энергетический спектр электрона(ов) в КТ и переходы между уровнями спектра могут с высокой степенью точности контролироваться внешними электромагнитными полями. С точки зрения квантовой информатики это подразумевает возможность выполнения элементарных квантовых операций, составляющих квантовый алгоритм. Будучи сгруппированными в определенном порядке и снабженными вспомогательными устройствами для инициализации, управления и измерения состояния отдельных КТ, комплексы КТ представляют собой основу для полномасштабного квантового регистра на базе уже существующих полупроводниковых микро- и нанотехнологий. Именно реальная перспектива масштабирования, то есть возможность построения квантовых вычислительных систем, состоящих из большого числа элементарных ячеек – кубитов, делает КТ объектом пристального внимания, как теоретиков, так и экспериментаторов, работающих в данной области.

Существует несколько разновидностей КТ, в частности, полупроводниковые КТ, образованные путем самоконденсации [44] или с помощью электрических затворов [27], коллоидные КТ [45], графеновые КТ [46], КТ на основе допированных областей в полупроводниках [47], КТ на поверхности нанопроволок [48]. С другой стороны, КТ-кубиты классифицируются по принципам а) кодировки информации (в спиновые [49], в орбитальные

[20], в экситонные [50] степени свободы КТ), б) управления состоянием кубита (с электростатическим [40] или лазерным [51] контролем), в) дизайну (кубиты на одиночных [28], двойных [17], тройных [23] КТ, а также кубиты на гибридных системах, содержащих КТ [52]).

Как правило, в теоретических и экспериментальных исследованиях, касающихся квантовой теории информации, основное внимание уделяют одиночным квантовым точкам (ОКТ) и двойным квантовым точкам (ДКТ) с одним или несколькими электронами (так называемые искусственные атомы и молекулы). Во многом интерес к таким КТ обусловлен возможностью эффективно управлять их спектральными свойствами за счет выбора химического состава, формы и размеров. Отметим, что контроль состояния естественных атомов и молекул, также претендующих на роль кубитов, требует гораздо больших затрат энергии и наличия специальных удерживающих устройств и поэтому довольно сложен. В свою очередь, КТ могут быть сформированы и зафиксированы в заданной области твердотельной структуры, а переходы между их электронными или спиновыми состояниями индуцируются сравнительно слабыми полями.

Логические состояния зарядовых кубитов кодируются при помощи орбитальных одноэлектронных состояний, соответствующих разным распределениям электронной плотности в КТ. В случае ОКТ в роли логических состояний могут выступать основное и первое возбужденное состояния электрона [28] или, если ее потенциал является симметричной функцией координат, двукратно вырожденные возбужденные состояния. В случае ДКТ, характеризующейся бистабильным потенциалом, это основные орбитальные состояния с приблизительно одинаковой энергией, локализованные в двух разных потенциальных ямах [18, 19]. Управление зарядовыми кубитами осуществляется путем организации контролируемых туннельного и кулоновского взаимодействий внутри ДКТ. Квантовые вычислительные схемы, использующие кодирование квантовой информации в орбитальные степени свободы электрона в квазиодномерном бистабильном потенциале, характеризующем твердотельную наноструктуру, представляют на сегодняшний день большой интерес как с экспериментальной, так и с теоретической точек зрения. Высокая скорость выполнения квантовых операций (от нескольких пикосекунд до нескольких наносекунд), эффективная и уже апробированная процедура измерения квантового состояния и, разумеется, масштабируемость, делают данные схемы весьма привлекательными для изготовления и изучения прототипов квантовых компьютеров. Селективность воздействия внешних полей, необходимая для успешной реализации квантовых алгоритмов, достигается за счет а) надлежащего контроля частот, напряженностей и длительности импульсов; б) формировании надежного транспортного канала на основе вспомогательной структуры; в) подавлению паразитной динамики в тех частях квантового регистра и вспомогательной структуры, которые не используются на данном этапе

квантовых вычислений. Значительный прогресс современных нанотехнологий уже позволил продемонстрировать возможность когерентного контроля квантового состояния электрона в структуре из двух квантовых точек.

1.2 Экспериментальная реализация прототипов зарядовых кубитов на КТ в двумерном электронном газе с электрическим управлением

Мы вкратце описали структуру и принцип работы кубитов на полупроводниковых КТ. Ниже представлен обзор экспериментальных данных, иллюстрирующих особенности формирования и контроля этих объектов. Рассмотрим основные схемы-прототипы зарядовых кубитов на КТ, реализованные экспериментально в течение последних нескольких лет. Наше знакомство с элементами дизайна и способами управления состоянием простейшего зарядового кубита мы начнем с результатов работ [19, 20, 40]. В 2003 году авторы работы [19] сообщили о наблюдении когерентных осцилляций Раби в ДКТ, где в качестве логических состояний выступали многочастичные (~ 25 электронов) орбитальные конфигурации ДКТ. Данные состояния отличаются друг от друга наличием избыточного электрона в левой КТ или правой КТ. Сама ДКТ была изготовлена на основе GaAs/AlGaAs – гетероструктуры путем комбинированного применения электронно-лучевой литографии и напыления поверхностных затворов Шоттки. Несмотря на простоту интерфейса, который состоит всего из 5 затворов, формирующих ДКТ, источников измерительного тока и управляющего сигнала, были определены и продемонстрированы все основные однокубитные операции (инициализация, вращение и измерение состояния кубита). Подавая на центральный затвор-электрод прямоугольный импульс напряжения, а также варьируя разность потенциалов через ДКТ, авторам удалось перейти в режим, когда ДКТ представляет собой эффективную двухуровневую систему – «псевдоспин». Для того чтобы перевести кубит в начальное состояние, избыточный электрон должен быть локализован в одной из КТ. С другой стороны, уровень тока через ДКТ должен различаться для логических зарядовых конфигураций при измерении конечного состояния кубита. Управление процессами инициализации и измерения базировалось на стимулированном туннельном взаимодействии ДКТ и резервуаров (источника и стока) при незначительном туннелировании внутри ДКТ. Хотя в данной работе достичь собственно одноэлектронного режима заселения ДКТ не удалось, там был продемонстрирован высокий уровень контроля над эффективной двухуровневой системой, впервые реализованной в полупроводниковой структуре. Авторы на основе экспериментальных данных определили параметры системы (туннельная частота Раби $\Omega \sim 2.3$ ГГц, время потери когерентности $T_2 \sim 1$ нс при температуре 100 мК в магнитном поле $B \sim 0.5$ Тл). При этом ими был сделан важный вывод о необходимости внесения существенных конструктивных модификаций в устройство с целью улучшения его когерентных свойств и повышения уровня контроля.

В отличие от ДКТ открытого типа, рассмотренной в работе [19], другой вариант зарядового кубита с электрическим управлением был протестирован авторами работы [20]. ДКТ, изготовленная при помощи электронно-лучевой литографии и ионного травления на основе Si/SiO₂, была полностью изолирована от остальных элементов чипа (электродов и измерительного устройства). ДКТ имела форму двух соприкасающихся цилиндров высотой ~ 35 нм и диаметром ~ 100 нм, а перемычка толщиной ~ 20 нм играла роль туннельного барьера между ними. Проницаемость барьера (то есть энергия туннелирования Δ) и разность энергий уровней КТ ε регулировались посредством четырех электродов, а состояние кубита измерялось с помощью ОЭТ. С использованием тех же принципов управления многоэлектронным состоянием ДКТ, что и в работе [19], были проведены измерения тока ОЭТ (фактически, вероятности обнаружить избыточный электрон в ближайшей к детектору КТ). Методика измерений включала в себя компенсирование наводок на островке ОЭТ с целью удержания его в оптимальном режиме детектирования. Авторы наблюдали осцилляции Раби и Рэмзи и сообщили о рекордных для подобной структуры временах релаксации $T_1 \geq 100$ мкс и когерентности $T_2 \sim 200$ нс, что на два порядка выше, чем в предыдущей работе. Они указали на преимущества разработанного ими дизайна изолированной ДКТ по сравнению с открытой ДКТ. Поскольку данная структура не требует наличия источника и стока, уровень зарядового шума в ней должен быть заметно ниже, чем в открытой системе. Кроме того, отсутствие пьезоэффектов и локализация фононов способствуют подавлению электрон-фононного взаимодействия.

Другая методика измерений ДКТ была разработана и применена авторами статьи [40]. В отличие от двух предыдущих работ, здесь рассматривалась ДКТ, в которой находился только *один* электрон. Гетероструктура на основе GaAs/AlGaAs содержала двумерный электронный газ с плотностью 2×10^{11} см⁻² и подвижностью 2×10^5 см²/сВ на глубине ~ 100 нм от поверхности. Двенадцать металлических (Ti/Au) электродов (затворов) Шоттки, напыленные на поверхности чипа, формировали саму ДКТ, а также два КТК, используемых в качестве высокочувствительных детекторов числа электронов в каждой из КТ. Эффективная электронная температура, определяемая, как и в работе [19], через уширение пиков кулоновских осцилляций, составляла 135 мК. Авторами было осуществлено комплексное спектроскопическое исследование данной системы. Варьирование напряжений, отделяющих нижнюю КТ и верхнюю КТ от электронного субстрата, в сторону положительных (отрицательных) значений приводит к инжекции (выталкиванию) электронов в (из) ДКТ, при этом изменяется проводимость нижнего КТК. Поскольку в одноэлектронном режиме энергия размерного квантования данной ДКТ составляла 1 мэВ, то динамика кубита в «изолированном» базисе $\{|L\rangle = |1,0\rangle, |R\rangle = |0,1\rangle\}$ (электрон в левой/правой КТ) с хорошей точностью описывалась

гамильтонианом $H = \frac{1}{2} \varepsilon \sigma_z + \Delta \sigma_x$, где разность энергий ε базисных состояний варьируется в области точки вырождения заряда. Энергия туннельного взаимодействия Δ задается напряжением на затворе. Величина расщепления энергий (частота Раби) собственных состояний гамильтониана в общем случае равна $\Omega = \sqrt{\varepsilon^2 + 4\Delta^2}$. Как и в работе [19], вблизи точки туннельного перехода $(0, 1) \leftrightarrow (1, 0)$, где $\varepsilon \approx 0$, электрон становится делокализованным по структуре, а собственные состояния ДКТ суть равновзвешенные суперпозиции зарядовых состояний $(0, 1)$ и $(1, 0)$. При малой асимметрии ($\varepsilon \approx 0$), независимо от величины туннельной энергии, вероятности найти электрон в каждой из КТ близки к 0.5. Нетрудно понять, что при увеличении положительного напряжения на центральном затворе высота потенциального барьера, разделяющего КТ, уменьшается. Как следствие, электрон «расплывается» по обеим КТ. Помимо способа транспортировки электрона за счет контроля проницаемости барьера при помощи электростатических затворов, можно также перемещать электрон между КТ путем поглощения внешнего переменного поля с частотой, близкой к частоте перехода между уровнями ДКТ. Выбирая разность энергий ε достаточно далеко от точки вырождения и прилагая к затвору переменное поле с частотой ~ 24 ГГц, авторы наблюдали дополнительные пики на диаграмме стабильности, соответствующие одно- и двухфотонным процессам, вызывающим электронный переход внутри ДКТ. Полученные результаты также могут использоваться для определения времен релаксации T_1 и дефазировки T_2^* зарядового кубита. Измеряя высоту пиков тока как функцию времени τ , прошедшего между моментом окончания действия импульса и моментом начала мониторинга тока КТК, авторы вычислили время релаксации кубита $T_1 = 16$ нс. С другой стороны, аналогичное измерение ширины пиков дает значение $T_2^* \geq 400$ пс для неоднородного процесса дефазировки. Данная величина, по мнению авторов, зависит главным образом от флуктуаций заряда на электродах. Тем же коллективом в работе [53] было проведено изучение когерентной динамики электрона в ДКТ. Управление динамикой электрона, инжектированного из субстрата, осуществлялось путем контроля напряжения на затворах. Были получены зависимости вероятности $P_{(1,0)}$ перехода $(0, 1) \rightarrow (1, 0)$ в состояние $|L\rangle = |1,0\rangle$ как функции длительности t_p импульса напряжения и ε (осцилляции Раби). При больших отстройках эти осцилляции быстро затухали, причем время затухания соответствовало T_2^* . С другой стороны, при $\varepsilon \approx 0$ наблюдалось резкое возрастание времени когерентности, которое объясняется устойчивостью состояний «делокализованного» базиса к флуктуациям сторонних зарядов ($1/f$ – шум). Данная устойчивость является следствием невозможности окружения отслеживать электрон в точке вырождения, поскольку вероятности обнаружить электрон в локализованных состояниях «изолированного» базиса оказываются

одинаковыми. Сравнение экспериментальной и теоретической зависимостей продемонстрировало хорошее соответствие модели и реальной ситуации. Время когерентности составило около 7 ± 2.5 нс вблизи точки вырождения, что значительно больше, чем время однокубитной операции инверсии (NOT) $t_{\text{NOT}} \sim 200$ пс.

Одним из способов коррекции квантовых ошибок является динамическое подавление (dynamic decoupling) процессов релаксации и дефазировки. В работе [54] обсуждается возможность практического применения варианта схемы, известной в ЯМР-спектроскопии как импульс спинового эха. В данном случае объектом исследования служит эффективный спин, представленный вектором состояния одноэлектронной ДКТ. Авторы рассмотрели осцилляции Рэмзи с целью определения времени дефазировки. Зависимости для фиксированного набора параметров получались в результате усреднения по 3×10^6 измерительным циклам. Вследствие стохастических флуктуаций энергий одноэлектронных уровней (т.е. собственно дефазировки) конечное состояние различается для каждого цикла. На сфере Блоха это иллюстрируется неконтролируемой прецессией вектора состояния в горизонтальной плоскости. Для того чтобы исключить данный канал ошибок, авторы работы [54] предложили применить схему эха, содержащую рефокусирующий элемент – центральный π -импульс. Для успешного применения данной методики авторы указывают на необходимость а) уменьшения туннельного взаимодействия между КТ для замедления рабиевской эволюции, б) сокращения времени включения/выключения импульса, а также в) уменьшения амплитуды импульса.

Поскольку квантовая информация кодируется в орбитальные состояния локализованного в КТ электрона, то необходимо разработать надежные способы инициализации кубита, обеспечивающие поэлектронный контроль заселенности уровней КТ. О быстром и аккуратном приготовлении одноэлектронной КТ (GaAs) сообщается в работе [55], где путем периодического возмущения, подаваемого на затворы, удалось инжектировать электрон в КТ с вероятностью > 0.99999 за время 10^{-8} с. Еще более компактный дизайн электростатически управляемой КТ представлен в работе [56], где для контроля заселенности используется всего один затвор. Полупроводниковая AlInAs/InGaAs-гетероструктура содержит два слоя, образующие одномерные потенциальные ямы в направлении роста структуры. Верхняя яма формирует КТ при подаче на центральный затвор положительного потенциала V_G , а нижняя функционирует как канал проводимости тока I_{QPC} через КТК, управляемого боковыми затворами. Варьируя потенциал центрального электрода, можно контролировать число электронов в КТ за счет их прихода из нижней ямы. Измерения дифференциальной проводимости dI_{QPC}/dV_G , проводимые при температуре 300 мК, указывают на туннелирование электрона из нижней ямы в верхнюю яму (т.е. в область КТ) для тех значений V_G из интервала

$0.60 < V_G < 0.85$ В, при которых уровень Ферми двумерного электронного газа в нижней яме совпадает с энергией уровня КТ. Среднее время заселения КТ электроном составляет 0.3 мс.

Определенная специфика, связанная с необходимостью более точных измерений проводимости и более гибкого контроля напряжений на затворах, имеет место для одиночных и двойных КТ в гетероструктурах на основе кремния и германия. В частности, эффективная масса электрона в кремнии $m_{Si}^* = 0.19m_e$ существенно больше эффективной массы электрона в арсениде галлия $m_{GaAs}^* = 0.067m_e$ (m_e – масса свободного электрона), и поэтому энергия (и скорость) туннелирования электрона в/из КТ оказывается более чувствительной к выбору параметров потенциального барьера, образующего КТ. Как правило, это вызывает трудности при определении глубины КТ, когда в ней присутствует только один электрон. На практике это выражается в резком уменьшении измерительного контраста на контурном графике проводимости по сравнению с многоэлектронной КТ в Si/SiGe-структуре или с одноэлектронной КТ в GaAs-структуре. Авторам работы [57] удалось за счет выбора потенциального профиля КТ и барьеров, отделяющих ее от двумерного электронного газа, добиться высокого разрешения на графике зависимости g_{QPC} от напряжения на центральном электроде КТ. Сравнение результатов измерений для разных конфигураций напряжений V_L , V_R и V_T указывает на возможность значительно минимизировать ширину линии, отвечающей переходу $0 \leftrightarrow 1$ заселенности КТ, что позволяет более точно определить параметры одноэлектронного режима. Более того, в работе также исследовалась и ДКТ на основе того же чипа, возникающая при подаче на затвор большого отрицательного напряжения. Применяя в обоих случаях прямоугольный импульс напряжения и наблюдая расщепление линии минимума проводимости, авторы заключают, что для одиночной КТ скорость туннелирования (в нашем случае – скорость инициализации кубита) превосходит 200 МГц, а для ДКТ она составляет величину порядка 50 кГц.

Отметим, что использование КТК, интегрированного в структуру чипа в непосредственной близости к КТ, многократно увеличивает чувствительность измерений по сравнению с применявшейся ранее методикой прямого мониторинга тока, протекающего через КТ. Сравнение двух способов измерений проводилось в работе [58], где была разработана методика измерения количества электронов в Si/SiGe КТ, учитывающая наводки на электроде КТК от центрального электрода КТ. Совпадение пиков на графиках проводимости КТК и тока через КТ указывают на идентичность измеряемого ими явления – поэлектронного заселения КТ. При этом для малого числа электронов (больших отрицательных напряжений на электроде КТ) амплитуда пиков тока была ниже уровня шума, тогда как пики проводимости сохраняют резкость на всем интервале измерения. Это является следствием практически полного

подавления туннелирования электрона между КТ и двумерным электронным газом. Чтобы находиться в рабочей области КТК, удерживая чувствительность электрометра в пределах $|dI_{QPC}/dV_G| > 1$ ТОм при варьировании V_G в интервале 300 мВ, также должно меняться и напряжение V_{CS} на электроде, контролирующем канал КТК. Заметим, что такая компенсация необходима при работе с небольшим числом электронов, когда разность энергий уровней КТ достаточно велика, и инжекция/уход одного электрона требует значительного изменения напряжения на затворе. Применение данной техники дало возможность авторам работы [58] наблюдать «выталкивание» электронов из КТ вплоть до их полного ухода при $V_G < -1.68$ В, находясь в оптимальном режиме измерения. Если увеличивать напряжение V_G с -1.68 В до 1.60 В, то КТ гарантированно заселяется одним электроном.

Несмотря на то, что измерения состояния КТ все чаще проводятся с помощью специальных устройств (ОЭТ, КТК), в отдельных случаях мониторинг тока и проводимости через саму КТ также дает информацию о заселенности КТ. Для этого необходимо компенсировать влияние электрода КТ на барьеры. Работа [59] демонстрирует один из вариантов дизайна КТ (Si) со сложной системой затворов, позволяющих независимо управлять электрическими потенциалами КТ, барьеров и контактов. График проводимости указывает на уход последнего электрона из КТ при напряжении 0.7 В на управляющем электроде. Существуют и более изощренные в технологическом отношении методы преодоления эффектов экранировки электродов КТ и КТК. Так, альтернативная стратегия формирования потенциальных барьеров посредством локального поверхностного окисления (local anodic oxidation) дает возможность получить стационарный рельеф барьеров с очень резкими границами [60 - 62]. Известно, что локальное окисление поверхности модифицирует зонную структуру полупроводника и свойства двумерного электронного газа, находящегося в непосредственной близости к поверхности, что позволяет задавать фиксированные границы (барьеры) КТ и КТК (как правило, прямые линии). При этом возможно и последующее нанесение металлических затворов, регулирующих количество электронов в КТ. Поскольку теперь канал проводимости КТК не подвержен паразитному воздействию внешних полей, то изменение напряжения на затворе КТ не ухудшает измерительных свойств КТК. Следует отметить, что технология изготовления подобных гибридных структур требует тщательного согласования процессов АФМ-окисления и электронно-лучевой литографии. Как правило, это достигается путем нанесения на поверхность чипа системы металлических (Cr/Au) маркеров. В работе [62] приведен пример такого устройства, изготовленного на основе AlGaAs-гетероструктуры. Топографические оксидные линии наносятся на поверхность структуры иглой атомного силового микроскопа, на которую подано напряжение -30 В. Точность расположения

линий задается величиной минимального перемещения (шага) иглы микроскопа, составляющей 10 нм. Высота оксидированных участков в среднем равна 10 нм по отношению к поверхности чипа, а высота наносимых литографически затворов не превышает 30 нм. Авторами была проведена серия измерений тока и проводимости при температуре 100 мК как через КТ, так и через сформированный оксидными линиями канал КТК. Как и в рассмотренных ранее работах, результаты эксперимента указывают на то, что измерения, полученные посредством электрометра, оказываются точнее, чем получаемые в ходе непосредственных наблюдений характеристик КТ. Одноэлектронный режим КТ достигался для различных конфигураций напряжений на затворах.

1.3 Гибридные системы на базе кристаллических КТ с оптическим управлением в фотонных структурах

Помимо формирования КТ затворами на основе двумерного электронного газа, существуют и другие альтернативные способы создания полупроводниковых кристаллических КТ: метод молекулярно-лучевой эпитаксии и метод мосгидридной газофазной эпитаксии. Они базируются на явлении спонтанной конденсации (или самоконденсации) Странского-Крастанова [43, 44]. Это явление сопровождается образованием небольших объемов – «островков» одного полупроводникового компонента, который эпитаксиально наносится на другой компонент (например, InAs на GaAs). Вследствие наличия механического напряжения, возникающего на границе компонент из-за разности их постоянных решетки, после нанесения нескольких атомных слоев в системе происходит фазовый переход Странского-Крастанова. Переход вызывает трансформацию пространственно-однородной фазы InAs в случайным образом распределенные островки (самосогласованные КТ), чей радиус составляет от нескольких нанометров до нескольких десятков нанометров, а высота – несколько нанометров. КТ лежат внутри очень тонкого смачивающего слоя (wetting layer) InAs. Данный слой затем зарастается покрывающим слоем (capping layer) GaAs. Заряженная частица, локализованная внутри такой КТ, имеет дискретный спектр собственных состояний, свойственный конкретному эффективному удерживающему потенциалу. Его глубина, форма и размеры задаются величиной скачка дна зоны проводимости на границе, отделяющей InAs КТ от окружающего её GaAs, а также зависят от механической деформации кристалла. Непосредственно над дискретным спектром КТ находится двумерный континуум электронных состояний смачивающего слоя, а еще выше – трехмерный континуум кристаллического GaAs. Из-за схожести спектров КТ и атомных спектров такие квазиульмерные полупроводниковые структуры часто называются искусственными атомами. Когерентные явления, наблюдаемые в данных системах, открывают возможность их применения для обработки квантовой

информации, использующей зарядовые или спиновые степени свободы частиц, локализованных в КТ.

Метод молекулярно-лучевой эпитаксии позволяет выращивать КТ – кристаллиты на подложке из полупроводника в условиях высокого вакуума. На данную подложку направляют поток атомов или молекул, получаемый испарением вещества-источника. В итоге на подложке получается характерная сэндвич-структура из полупроводниковых слоев, имеющих разную величину запрещенной зоны. Данный метод является хорошо отработанным и самым распространенным на сегодняшний день. Он имеет существенную особенность, связанную с тем, что периоды кристаллических решеток двух соседних слоев, имеющих различный химический состав, должны быть почти одинаковыми. С другой стороны, КТ будут образовываться только тогда, когда периоды будут несколько отличаться. В этом случае на границе раздела двух веществ появляются поверхностные силы, которые собирают атомы осаждаемого вещества в «островки». Свойства получаемых КТ зависят от конкретного технологического процесса, физико-химических свойств веществ, структуры подложки, температуры травления, а также условий напыления. Для серийного производства КТ важно, чтобы КТ не отличались сильно по своим геометрическим параметрам. Сегодня существуют технологии молекулярно-лучевой эпитаксии, которые позволяют изготавливать КТ, отличающиеся размерами всего на 2-3 %. Другой метод выращивания КТ использует эффект мосгидридной газофазной эпитаксии. При данном подходе КТ выращиваются в газофазном реакторе при атмосферном давлении. Газовой фазой обычно является горячий поток водорода, в который добавляются атомы осаждаемого вещества. Для формирования InAs/GaAs КТ в реактор поочередно подаются триметилгаллий и арсин. Изменяя параметры алгоритма роста, можно в широких пределах управлять характеристиками полученных КТ.

При использовании метода молекулярно-лучевой эпитаксии конические и пирамидальные КТ формируются путем трансформации поверхности роста на начальной стадии выращивания образца. При достижении определенной критической величины фронт роста преобразуется в массив трехмерных nanoостровков на поверхности слоя. Данные островки из полупроводникового материала InAs зарастают в матрицу GaAs. В работе [63] показано, что эффективная толщина осаждаемого слоя InAs определяет спектральное положение линии фотолюминесценции (ФЛ). Влияние на ФЛ также оказывает ширина запрещенной зоны матрицы InAs. Путем зарастивания КТ InAs твердыми растворами InGaAs или InGaAsN в [63] получено увеличение длины волны излучения. Типичная ширина пика на половине высоты составляла 50 мэВ. Экспериментальные данные сравнивались с энергиями оптических переходов, рассчитанными в предположении двумерного распределения матрицы InAs.

Эффективным способом увеличения спектрального диапазона излучения КТ является наращивание слоя КТ InAs тонким слоем твердого раствора $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. В статье [64] исследовались спектроскопические свойства пирамидальных КТ в инфракрасном диапазоне. Выращенная внутри пирамиды структура состояла из 1.3 нм буферного слоя GaAs, 5 нм слоя GaAs (нижняя оболочка), 0.6 нм слоя из $\text{In}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{As}$, 1 нм слоя GaAs (верхняя оболочка), слоя толщины 0.5 нм из $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$, который блокировал ток, а также 15 нм слоя из n-легированного GaAs:Si. В данной схеме слой n-легированного GaAs использовался в качестве резервуара для электронов, а барьер из AlGaAs служил для блокирования тока.

Свойства КТ определяются в процессе роста полупроводниковой слоистой гетероструктуры InAs/GaAs. Распределение механических напряжений в гетерослоях приводит к образованию вертикальных цепочек КТ, которые могут быть связаны друг с другом посредством туннелирования электронов, когда один КТ-слой наносится над другим. В частности, так формируется ДКТ, представляющая собой зарядовый кубит. Используя методы оптического возбуждения переходов между уровнями ДКТ или изменения ее потенциального профиля электростатическим полем, можно контролировать количество и распределение носителей в ДКТ, создавая заряженные (электронные) или же нейтральные (экситонные) локализованные состояния.

Оптическое управление кубитами на основе КТ, как правило, осуществляется при помощи двух инструментов: лазера или резонатора, частота которых близка к частоте перехода между состояниями КТ. Мы начнем с рассмотрения твердотельных гибридных систем, которые образованы взаимодействующими полупроводниковыми КТ и высокодобротными оптическими резонаторами. В конце XX века были разработаны и изготовлены оптические системы, в которых область локализации фотонов ограничивается объемом $V \sim \lambda^3$, где λ - длина волны фотона [65]. Подбирая определенным образом материал и геометрию этих объектов, оказывается возможным задавать и контролировать их спектральные свойства. К подобным системам относятся волноводы и фотонные кристаллы, обладающие непрерывным спектром с зонной структурой, а также резонаторы, спектр которых представлен набором хорошо различимых дискретных мод. Существует несколько разновидностей таких оптических резонаторов, изготавливаемых на основе полупроводниковых, диэлектрических и металлических микро- и наноструктур. Это брэгговские слоистые резонаторы, микродиски, микросферы и микрокольца, поддерживающие моды шепчущей галереи, и дефекты в фотонных кристаллах [66 - 68].

Фотонный кристалл (ФК) представляет собой пространственно-неоднородную структуру с показателем преломления, меняющимся периодически в масштабах, которые сопоставимы с

длиной волны фотона. Поэтому энергетический спектр фотона в ФК во многом схож со спектром электрона, движущегося в атомном кристалле, и состоит из чередующихся разрешенных и запрещенных наборов частот (зон) [69 - 71]. Формируя в некоторой области периодической структуры ФК дефекты, можно создавать в запрещенной зоне его спектра разрешенные фотонные состояния (т.н. дефектные моды), поля которых локализованы в данной области. Таким образом, дефектная область в ФК представляет собой оптический резонатор с характерными размерами 0.5 – 50 мкм, и часто называется *микрорезонатором* (МР). Интересной и важной в практическом отношении особенностью является взаимная модификация спектральных свойств МР и некоторой квантовой системы, расположенной рядом или внутри его, при условии, что их частоты близки.

Рассмотрим класс твердотельных оптических устройств, где роль такой системы играет полупроводниковая КТ. Как мы увидим, современные технологии позволяют реализовать разнообразные варианты дизайна гибридных структур, в которых одиночные КТ или их ансамбли интегрируются в МР, а вспомогательная аппаратура обеспечивает управление их общей квантовой эволюцией [62]. Мы начинаем знакомство с устройствами, принципы работы которых базируются на использовании эффектов взаимодействия КТ и МР, с описания их отдельных компонент. С точки зрения надежности и компактности, а также простоты изготовления, предпочтительнее работать с КТ, представляющими собой естественные полупроводниковые кристаллиты с характерными размерами 1 – 50 нм, которые имеют форму выпуклых многогранников [73 - 75]. Неконтролируемый фазовый переход Странского – Крастанова приводит к образованию ансамбля таких КТ в области «смачивающего» слоя гетероструктуры (см., например, работы [76 - 78]). Данный ансамбль содержит большое количество (несколько сотен на 1 мкм²) КТ, форма, размеры и ориентация (и, как следствие, частота оптических переходов) которых подчиняются распределению Пуассона, на что указывают данные спектроскопических наблюдений. Очевидно, что в целях повышения эффективности контроля электронного состояния одиночных КТ и расширения возможностей проектирования приборов было бы очень желательно уметь создавать упорядоченные массивы КТ с заданной конфигурацией и унифицированными параметрами. Подобные технологии находятся в стадии развития, но уже сейчас позволяют формировать такие массивы [79]. Весьма эффективной является методика литографического образования затравочных отверстий в поверхностном слое, на котором выращивают как одиночные, так и двойные КТ [80]. Авторам работы [81] удалось получить треугольную решетку пирамидальных углублений в слое GaAs, в которых и были затем сформированы КТ (InGaAs) с точностью позиционирования <50 нм. После завершения стадии самоконденсации КТ поверхность образца зарастается слоем полупроводника. Для облегчения последующей обработки на поверхность наносятся маркеры

[82], служащие ориентирами, например, при травлении решетки отверстий фотонного кристалла.

Существует несколько типов полупроводниковых фотонных структур, в которых обычно формируются КТ. Наиболее распространенным классом МР, содержащих КТ, являются дефекты в одно- [83], двух- [84 - 88] и трехмерных [89, 90] фотонных кристаллах (ФК). Данные дефекты представляют собой пропущенные отверстия в периодической решетке отверстий ФК, модулирующей показатель преломления полупроводника. Частоты фотонных мод, связанных с дефектами, находятся в запрещенной зоне спектра ФК и обладают высокой степенью дискретности, а их поля сосредоточены в области дефектов. Эти важные характеристики задаются как материалом и геометрическими параметрами решетки ФК, так и формой и размерами дефекта. Более того, разработаны способы их изменения уже после изготовления структуры (см. ниже). Линейная структура одномерного ФК (фактически, цепочка отверстий) ограничивает возможности дизайна дефектных структур на его основе. Напротив, многочисленные дефекты в двумерном ФК классифицируются в зависимости от расположения и количества пропущенных отверстий: S1 (одно пропущенное отверстие в квадратной решетке [86]), L3 (три пропущенных отверстия в треугольной [87]), H1 (одно пропущенное отверстие в гексагональной решетке [88]) и др. Известны также дефекты, представленные отверстиями с размерами, отличными от стандартных отверстий ФК [91]. Однако, они не получили широкого распространения из-за невозможности расположить КТ в максимумах полей локализованных мод, находящихся в центре дефектного отверстия. Изготовление трехмерных ФК, содержащих КТ, с добротностью $\sim 10^4$ представляет собой достаточно сложную задачу. Структура такого ФК обычно представляет собой «поленицу», собранную из некоторого количества плоских полупроводниковых слоев с вытравленными прямоугольными областями вдоль одного направления [89]. Другой пример – система, состоящая из слоистого резонатора Брэгга на основе полупроводниковой гетероструктуры с активным КТ-слоем [92]. Большой интерес привлекают к себе и резонаторы, поддерживающие моды шепчущей галереи, такие, как микродиски [93] и микротороиды [94]. Технология производства упорядоченных массивов КТ методом управляемой самоконденсации позволяет получать квазилинейные цепочки КТ вдоль краевой области диска, где амплитуда полей его собственных мод имеет максимальное значение [95].

Гибридные системы на основе КТ, расположенных в объеме резонатора, могут применяться для разных целей. Во-первых, ансамбли КТ представляют собой оптически активную среду, возбуждаемую внешним лазерным полем и эмиттирующую фотоны вследствие рекомбинации образующихся в КТ экситонов. Этот эффект лежит в основе спектроскопического тестирования

МР, частоты которых близки к частотам межзонных переходов ансамбля. Во-вторых, отдельные КТ, излучающие квантовое (субпуассоновское) поле, являются перспективными кандидатами на роль однофотонных источников и источников коррелированных фотонных пар. В-третьих, внутреннее состояние КТ (спиновое или орбитальное) может служить для кодировки квантовой информации в квантовых компьютерах.

Чтобы добиться эффективной гибридизации состояния КТ и квантовых фотонных полей МР, необходимо уметь контролировать оптическое состояние каждой из подсистем. Как следует из элементарной квантово-полевой модели взаимодействующих КТ и одномодового резонатора, нетривиальные свойства, присущие состоянию гибридной системы, наиболее ярко проявляются при совпадении их частот, то есть в условиях резонанса. Ниже мы рассмотрим основные методы настройки частот КТ и МР. Она осуществляется как путем изменения оптических свойств МР, так и с помощью модификации энергетического спектра КТ. Один из самых простых и распространенных способов частотной настройки резонатора базируется на варьировании показателя преломления поверхности ФК, содержащего дефект-резонатор. Этого можно добиться несколькими путями. Во-первых, контролируемое окисление полупроводника с помощью атомного силового микроскопа обеспечивает плавное изменение оптических свойств ФК [96, 97]. Параметры процесса окисления поверхности задаются скоростью перемещения иглы микроскопа и величиной напряжения на ней, что позволяет легко менять толщину и форму окисленной области [96]. Поскольку пространственные зависимости напряженностей электромагнитных полей дефектных мод ФК отличаются друг от друга, окисление заданных участков поверхности образца позволяет селективно воздействовать на свойства определенных мод резонатора. Второй способ состоит в нанесении на поверхность ФК веществ с показателем преломления, отличным от показателя преломления материала кристалла [98 - 100]. Например, авторы работы [98] для этой цели использовали ксенон и азот. Образец помещался в вакуумную камеру, в которую затем закачивался ксенон (или азот) до определенного давления. После измерений газ отводили в криостат, и цикл конденсации ксенона повторялся вновь. С течением времени поверхность образца адсорбировала ксенон, изменяя свой состав и, следовательно, показатель преломления. Использование подобной методики позволяет настраивать длину волны собственных мод резонатора с точностью до нескольких нанометров. Еще одним типом адсорбентов, осаждаемых на поверхность ФК, могут быть органические соединения, такие, как полипептид [99] или протеин [100]. Для обработки поверхности ФК применяется и химическое травление [85], вызывающее уменьшение толщины мембраны ФК и, как следствие, объема резонатора, что также приводит к модификации длин волн его собственных мод. На каждой стадии процесса травления с поверхности удаляется слой определенной толщины, что позволяет осуществить тонкую настройку спектра.

Главным недостатком описанных выше способов настройки является то, что спектр ФК меняется необратимо. Однако существуют альтернативные технологии, позволяющие преодолеть данную проблему. Наиболее эффективными считаются методы, в которых *обратимое* изменение показателя преломления резонатора достигается за счет теплового воздействия на образец с помощью лазера [101, 102] или различных нагревательных микроэлементов [103], встроенных в структуру ФК. Поскольку и зонная структура, и показатель преломления полупроводника чувствительны к температуре, его нагрев модифицирует оптические свойства и КТ, и ФК. Результаты, полученные авторами работы [103], показали, что при нагреве от 4 до 50 К спектр КТ смещался в красную область втрое быстрее, чем дефектная мода ФК. Это позволило настроить оптические частоты ФК и одиночной КТ в резонанс.

Другим методом обратимой настройки спектра МР является напыление на его поверхность светочувствительного слоя. Например, в работе [104] был исследован ФК, покрытый тонким слоем смеси спиропирана и полиметилметакрилата. Спиропиран относится к классу фотохромных веществ, степень поглощения света которых можно обратимо менять, воздействуя на них ультрафиолетовым излучением или видимым светом. Изменение коэффициента поглощения происходит вследствие того, что спиропиран может существовать в двух стабильных формах – спироцианина и мероцианина. Спиропиран хорошо пропускает свет в ближнем инфракрасном диапазоне длин волн и слабо влияет на моды ФК. Однако под действием ультрафиолетового излучения или видимого света он может обратимо трансформироваться между бесцветным спироцианином и цветным мероцианином, меняя таким образом показатель преломления поверхности и вызывая модификацию спектра резонатора. В работе [105] для настройки спектра ФК использовался аналогичный способ – на поверхность ФК напылялся слой As_2S_3 , который под действием лазерного излучения с длиной волны 543 нм менял свой показатель преломления. Подбирая толщину фоточувствительного слоя, авторам удалось увеличить длину волны одной из собственных мод исследуемого резонатора на 3 нм.

Более того, как было продемонстрировано в работе [106], путем простой инфильтрации воды на поверхность и в отверстия ФК можно плавно управлять спектром дефектных мод резонатора. Испарение воды за счет локального нагрева дефектной области образца лазером позволяет непрерывно настраивать спектр резонатора. Облучение лазером, к сожалению, приводит не только к испарению воды, но и к нежелательному повышению температуры, что неконтролируемо изменяет показатель преломления в области нагрева, а, следовательно, влияет и на спектр. Чтобы избежать этого, авторам работы [106] после нагрева и испарения воды

приходилось помещать образец на несколько минут в темноту для охлаждения.

Эффект Штарка, обуславливающий изменение энергии уровней электрона (или экситона) в КТ под действием постоянного электрического поля, также рассматривается в качестве перспективного средства управления спектром КТ. Электрическое поле, воздействующее на КТ, может быть создано путем подачи напряжения на металлические контакты (затворы), расположенные на поверхности ФК [107, 108]. С помощью такой электрической настройки удалось наблюдать режим сильного взаимодействия КТ и ФК [107]. Используя аналогичную методику, авторы работы [108] продемонстрировали независимую электрическую настройку спектров КТ, находящихся в двух разных слоях полупроводниковой гетероструктуры. Электрическое поле прикладывалось поперек только одного из этих слоев и, благодаря эффекту Штарка, происходило смещение спектра КТ, находящейся в данном слое, а влияние поля на КТ во втором слое отсутствовало. Однако наличие металлического контакта обычно приводит к оптическим потерям и уменьшению добротности резонатора. Тем не менее, если форму контакта подобрать таким образом, чтобы распределение электромагнитного поля моды ФК слабо перекрывалась с профилем электрического поля контакта, можно, как показано в работе [107], сохранить высокую добротность МР.

Проблема снижения добротности, обусловленная металлическими контактами на поверхности ФК, может быть решена, если воспользоваться оптическим эффектом Штарка. В работе [109] продемонстрирована оптическая настройка КТ в резонанс с ФК, не требующая напыления электрических контактов на поверхность резонатора и, таким образом, не снижающая его добротности. Для настройки использовалось взаимодействие двух МР, содержащих одиночные КТ. Электрическое поле фотонов, излучаемых одной КТ, длина волны которых соответствовала моде первого резонатора, влияло на энергетический спектр другой КТ и настраивало ее в резонанс с модой второго резонатора. Магнитное поле не менее эффективно воздействует на КТ, вызывая смещение энергетических уровней спиновых состояний (эффект Зеемана). В работе [110] с помощью такой магнитной настройки авторы смогли продемонстрировать резонансное совпадение частоты ФК-дефекта и частот переходов, связывающих вакуумное состояние КТ с двумя возбужденными экситонными состояниями, которые различаются направлением спина электрона. В этой схеме также не предполагалось нанесения контактов на поверхность образца, что позволило сохранить высокую добротность МР.

1.4 Особенности теоретического описания и моделирования свойств КТ в МР

Мы познакомились с основными физическими свойствами твердотельной наносистемы, состоящей из КТ, которая взаимодействует с фотонным полем высокодобротного оптического

микрорезонатора МР. Теоретические модели и данные экспериментов указывают на сходство данной гибридной структуры и другой системы, весьма популярной в квантовой оптике – атома, который помещен в одномодовый резонатор Фабри – Перо. Для каждой из этих систем доказано существование режимов слабого/сильного взаимодействия, в которых эволюция одиночного кванта энергии характеризуется высокой/низкой степенью когерентности. Вместе с тем, есть и несколько принципиальных отличий, в основном связанных со спецификой окружения, которое в случае мезоскопической системы гораздо сложнее. Несмотря на это, КТ – «искусственный атом», состоящий из нескольких тысяч «естественных» атомов - представляет собой объект, который, как и обычный атом, может описываться с помощью универсальной квантово-полевой теории, базирующейся на формализме операторов рождения/уничтожения. Удобство такого подхода, разработанного для анализа реальных атомных спектров и динамики, заключается в том, что с его помощью можно не только изучать эволюцию системы, но и моделировать результаты измерений. В подавляющем большинстве работ теоретическое описание системы «КТ+МР» дается в рамках формализма операторов рождения a^+, σ^+ и уничтожения a, σ^- кванта энергии в резонаторе или КТ, соответственно. Данный способ позволяет преодолеть формальные и концептуальные сложности, возникающие в ходе решения системы уравнений Шредингера – Максвелла в координатном представлении, и рассматривать возбуждения КТ и МР с общих квантовых позиций. Спектр простейшей системы, состоящей из двухуровневой КТ с частотой перехода ω_a и одномодового МР с частотой моды ω_c , аналогичен хорошо известному в атомной оптике дублетному спектру гамильтониана Джейнса – Каммингса (см., например, [111]). Отличия же обусловлены, в первую очередь, более сложной структурой диссипативных процессов для КТ, находящейся в полупроводнике. В качестве основного канала потери когерентности здесь выступает фононный резервуар, влияние которого на данную систему может быть учтено с помощью введения в гамильтониан дополнительных неэрмитовых слагаемых.

В зависимости от соотношения параметров g , γ и κ гамильтониана, а также отстройки $\delta_{a,c} = \omega_a - \omega_c$, выделяют два типа эволюции системы. Если соблюдаются условия $g \gg \gamma, \kappa$, то модель описывает характерное явление - когерентные осцилляции кванта энергии (вакуумные *осцилляции Раби*) с частотой g между КТ и резонатором. Поскольку диссипация энергии в КТ и МР незначительна, то ей можно пренебречь при $t \ll 1/\max(\gamma, \kappa)$. Говорят, что такая система находится в режиме *сильного взаимодействия*. Другое явление, наблюдаемое в режиме сильного взаимодействия и называемое фотонной блокадой, имеет практическое значение и может быть использовано как для создания фотонных транзисторов в классической оптоэлектронике, так и при разработке нетривиальных двухкубитных вентилях в квантовой

информатике. Этот эффект очень легко понять, если учесть, что спектр гибридной системы является нелинейным. Следовательно, частота перехода системы из вакуумного состояния в одно из состояний первого дублета будет отличаться от частоты перехода из этого состояния в состояние второго дублета и т.д. Поэтому фотоны с частотой, равной частоте перехода из вакуумного состояния, будут отражаться от системы после поглощения ею одного кванта. Реализация данного режима требует значительной концентрации электромагнитного поля моды резонатора в области КТ, что обеспечивается высокой добротностью современных полупроводниковых МР на основе ФК.

Если справедливы неравенства $g \ll \gamma$ и/или $g \ll \kappa$, то фотон с большой вероятностью за время $t \sim 1/g$ уходит из системы в моды континуума. Это критерии режима *слабого взаимодействия*. В частности, когда $g \ll \kappa$, фотон диссипирует из резонатора быстрее, чем поглощается КТ, и осцилляции Раби не наблюдаются. Таким образом, в режиме слабого взаимодействия скорость спонтанной эмиссии фотона в КТ модифицируется резонатором: $\tilde{\gamma} = \gamma + g^2/\kappa$ ($\delta_{a,c} = 0$) [112]. Обратно, скорость эмиссии фотона модой МР точно также зависит от параметров КТ. В квантовой атомной оптике хорошо известен эффект Перселла, указывающий на эту возможность управлять скоростью эмиссии фотонов атомом, если последний расположен внутри или в достаточно близкой окрестности высокодобротного резонатора. Величина F (фактор Перселла), которая характеризует увеличение скорости спонтанной эмиссии $\tilde{\gamma}$ КТ при помещении ее в резонатор в случае совпадения их частот. Представленный выше метод описания динамики гибридной системы «КТ + МР», базирующийся на формализме вектора состояния, не позволяет учесть все эффекты, связанные с потерей когерентности, и используется, как правило, на начальном этапе исследования. Наиболее полным и общепринятым подходом, разработанным с целью изучения динамики открытых систем, является анализ временных зависимостей средних значений операторов и спектров корреляционных функций. Первый шаг к нахождению данных величин состоит в решении «управляющего» уравнения (master equation), являющегося обобщением уравнения Неймана для матрицы плотности ρ системы (см., например, [113, 114]). Нахождение наблюдаемых значений квантовых переменных осуществляется путем усреднения соответствующего оператора с оператором плотности ρ . Вывод уравнения Линдблада базируется на предположении о марковском типе окружающего систему резервуара. Вместе с тем, есть мнение, что данное уравнение следует вводить постулативно с целью перехода к более реалистичной формулировке квантовой механики, которая была бы изначально адаптирована для открытых систем. В этой связи представляется интересной точка зрения К. Гардинера относительно получения и применения уравнения Линдблада [113]. Оно заключается

в том, что сделанные предположения (одинаковые коэффициенты взаимодействия с резервуаром, его квазинепрерывный спектр и т.д.), приводящие к появлению диссипативных компонент после взятия частичного следа по переменным марковского резервуара, не требуют введения каких-либо дополнительных корректировок в систему постулатов традиционной (унитарной) квантовой механики. Иными словами, некогерентные эффекты являются лишь следствием применения конкретной математической модели к изначально когерентной системе, которая обуславливает трансформацию унитарной эволюции в неунитарную.

Существуют и приближенные полуклассические методы изучения гибридных систем. Воспользовавшись определением производной от среднего значения оператора по времени и уравнением Линдблада, можно получить иерархическую систему дифференциальных уравнений, связывающую средние значения всех операторов и их комбинаций. Данная система не является замкнутой, поскольку некоторые уравнения содержат средние разных порядков, что требует включения в систему все новых уравнений. Тем не менее, если воспользоваться приближением, в котором корреляторы высших порядков могут быть представлены в виде произведений средних отдельных операторов, то система оказывается замкнутой уже в первом порядке. Как было показано в работе [115], такое приближение справедливо для предельных случаев слабого или сильного управляющего поля.

Мы уже упоминали, что главным отличием твердотельных оптических систем от их атомных аналогов является активный контакт с фоновым резервуаром. Для учета влияния фононов на динамику гибридной системы необходимо корректно включить в уравнение Линдблада слагаемые, описывающие эти диссипативные процессы, как в резонансном, так и в нерезонансном случаях [116 – 119]. Заметим, что известное из атомной квантовой оптики выражение для нерезонансного уширения атомного уровня, которое, помимо скоростей диссипации γ и дефазировки γ_a изолированного атома, содержит еще и перселловский вклад от резонатора, в случае КТ дает заниженную величину по сравнению с найденной экспериментально [116]. Наиболее сильно данный эффект проявляется в КТ при отстройках $\delta_{a,c} \sim 1 - 4$ мэВ, существенно превосходящих уширение моды МР, чего не наблюдается в атомах. Чтобы добиться количественного соответствия результатов наблюдений и теоретической модели, авторы работ [116] и [117] предположили, что дополнительным некогерентным механизмом, обуславливающим диссипацию в нерезонансной КТ, является поглощение или испускание фонона в КТ с частотой, равной отстройке (разности) частот КТ и МР. Численное моделирование эволюции системы в случае, когда отстройка частот КТ и моды МР значительно больше уширения, предсказывает эмиссию от обеих подсистем при резонансной накачке только одной из них [117]. Подробная теория фотон-фононных переходов

в КТ в приближении Маркова – Борна излагается в работе У. Хонестера [119]. Микроскопическое описание фононного резервуара с привлечением модели независимых бозонов, представленное в статье [119], дает возможность рассчитать экситон-фоонные коэффициенты взаимодействия и, следовательно, получить компактное выражение для скорости диссипации γ_r . Поляронное преобразование, применяемое к исходному гамильтониану и смещающее фоонное поле к новому положению равновесия, которое зависит от состояния КТ, позволяет корректно учесть все вклады от фоонов в динамику системы «КТ + МР».

Несмотря на то, что опосредованное фоонным резервуаром взаимодействие КТ и МР при больших отстройках носит некогерентный характер, оно может быть использовано для исследования спектра КТ путем мониторинга заселенности моды резонатора. В работах [117, 120, 121] описана методика изучения спектра «одетых состояний» КТ посредством бихроматического воздействия на систему. Сигнальное поле расщепляет экситонную линию КТ в так называемый триплет Моллоу, а частота слабого пробного импульса сканируется в окрестности частоты изолированной КТ. Теоретическое моделирование показало, что даже в отсутствие когерентного обмена квантами между подсистемами ($g = 0$) мода МР заселяется за счет фотон-фоонного переноса, а расчетная зависимость интенсивности фотонного сигнала на выходе от отстройки частот пробного импульса и КТ корректно воспроизводит дублетную структуру при низкой интенсивности сигнального лазера и триплетную структуру, если его интенсивность высока. Авторы отмечают, что эффект фотон-фоонного рассеяния может быть задействован в определении уширения моды МР (КТ) путем резонансной накачки моды МР (КТ) и последующего измерения эмиссии от структуры на частоте КТ (моды МР).

Вместе с тем, ответ на вопрос, насколько корректным является марковское приближение для описания фоонного окружения КТ в МР, остается открытым. Напомним, что немарковские эффекты обусловлены наличием *памяти* у резервуара, определяющей зависимость состояния системы в данный момент времени от ее состояния в более ранние моменты времени и количественно характеризующейся корреляционной функцией $C(t)$. Для марковского резервуара, не имеющего корреляций, ее зависимость от времени пропорциональна дельта-функции: $C(t) \sim \delta(t)$. К марковским процессам принято относить фотонную релаксацию в МР, спонтанную эмиссию в КТ, а также их некогерентную накачку вследствие взаимодействия с континуумом экситонных состояний и другими КТ [122]. Фооны же, будучи одними из самых медленных квазичастиц в твердых телах, могут существенно влиять на характер динамики системы за счет обратной связи с ней.

Существует несколько общих методов, применяемых для моделирования динамики систем с

памятью. Самый простой из них – включение в правую часть управляющих уравнений диссипативных слагаемых, явно зависящих от времени. Это может быть сделано путем прямой замены постоянных коэффициентов на переменные: $\gamma \rightarrow \gamma(t)$ и т.д. Более строгий подход схож с тем, что применяется при выводе уравнения Линдблада, но без использования приближения Вигнера – Вайскопфа (игнорирования частотной зависимости коэффициентов взаимодействия КТ и мод резервуара, что является одним из аспектов марковской теории). В данном случае мы получаем интегро-дифференциальное уравнение общего вида с интегральным оператором, действующим на матрицу плотности системы ρ и содержащий корреляционные функции резервуара [118, 122, 123]. Микроскопическая теория, развитая в работе [118] датской исследовательской группы под руководством И. Морка и описывающая как марковские, так и немарковские фотон-фононные процессы в КТ и МР, позволяет сделать важные выводы о поведении системы в рамках данной модели. В недавней работе [124] те же датские ученые опубликовали и экспериментальные результаты, подтверждающих необходимость учета частотной зависимости плотности состояний фононов, то есть на важность немарковских процессов («окрашенного» шума), при изучении динамики данной системы. Проводя измерения эмиссионного спектра одиночной КТ, помещенной в резонатор (L3 – дефект GaAs ФК), для разных отстроек $\delta_{a,c}$ в режиме насыщения, авторы, определив параметры подсистем, получили и зависимость плотности фононных состояний от частоты при фиксированной температуре. Сравнение экспериментальных данных с микроскопической теорией фононов в КТ [118], продемонстрировало количественное совпадение результатов, особенно в той частотной области, где влияние мультиэкситонных процессов рекомбинации на динамику КТ незначительно. В вычислениях использовалась модель продольных акустических фононов, распространяющихся в сплошном образце, поскольку вклады от пьезофононов и оптических фононов существенно слабее. В отличие от марковского подхода, здесь сохранена зависимость параметров от волнового вектора k , или, что то же самое, от частоты мод ω_k , поскольку $\omega_k = ck$, где c – скорость звука. Это позволяет также учесть влияние формы и размеров КТ на динамику системы. Несмотря на значительные структурные отличия мембраны ФК от трехмерного бесконечного кристалла, данное приближение оказывается справедливым в интересующем диапазоне частот, демонстрируя отклонения только в длинноволновой области ($\omega \leq 0.5$ мэВ). Отметим, однако, что в исследовании [119], где, как и в работах [118] и [124], учитывалась *структура* фононного резервуара, но для анализа *динамики* применялось приближение Маркова, были получены очень похожие результаты. Это позволяет утверждать, что уравнение Линдблада – более простое, чем интегро-дифференциальное уравнение – может использоваться с известной степенью строгости, если корректно учесть зависимость γ_r от $\delta_{a,c}$, игнорируя при

этом *память* резервуара [125].

Глубокое отличие марковского и немарковского подходов может быть проиллюстрировано на примере явления, требующего учета особенностей эволюции системы в самый ранний период (несколько пикосекунд), когда динамическими корреляциями с фоновой подсистемой нельзя пренебречь. В работе [126] в качестве такого явления рассматривается процесс испускания одиночных фотонов. При этом фононы фигурируют уже не в качестве резервуара, а как набор когерентно взаимодействующих с системой мод ($N \sim 30 - 50$) с числами заполнения 0, 1 и 2. Отметим, что полностью марковский подход приводит к асимптотической зависимости количества неразличимых с ростом g , в то время как в немарковских моделях наблюдается его монотонное убывание.

Интересно, что вблизи резонанса в условиях режима слабого взаимодействия распад возбужденного состояния КТ, вызванный присутствием фотонного континуума, также может проходить по немарковской схеме. Это подтверждает экспериментальный график заселенности КТ от времени, отклоняющийся от экспоненциальной зависимости, которая свойственна марковскому резервуару [127]. Таким образом, немарковские явления, требующие строгого формального подхода к рассмотрению роли окружения и детализации его структуры, оказываются важными при моделировании некоторых динамических процессов в твердотельных гибридных наносистемах.

1.5 Методы экспериментального исследования квантовых битов и чипов на КТ, интегрированных в фотонную сеть

Теоретический анализ свойств систем на основе квантовых точек (КТ), взаимодействующих с микрорезонаторами (МР), предсказывает появление в спектрах каждой из подсистем специфических особенностей, отражающих их гибридизацию. Ниже мы рассмотрим методы экспериментального исследования спектров и динамики твердотельных наносистем типа «КТ+МР». Помимо широко известных в квантовой оптике подходов, таких, как измерение фотолюминесценции и мониторинг зависимости населенности КТ от времени, мы познакомимся с базовыми принципами рефлектометрических и трансмиссионных измерений, предложенных сравнительно недавно и дающих возможность тестировать оптические свойства данных объектов на однофотонном уровне. Как мы увидели, описание динамики КТ базируется на знании феноменологических величин (констант взаимодействия и скоростей диссипации), входящих в них. Вычисление этих величин в рамках той или иной микроскопической модели, в свою очередь, требует учета распределения экситонной (электронной) плотности в состояниях КТ, координатной зависимости напряженности полей собственных мод МР, расположения КТ в МР и взаимной ориентации их осей симметрии и т.д.,

и поэтому является довольно сложной процедурой. В качестве альтернативного пути определения параметров твердотельных оптических квантовых систем были разработаны оригинальные экспериментальные методики.

Самым распространенным способом изучения гибридных систем в режиме как сильного, так и слабого взаимодействия КТ и МР остается измерение спектров фотолюминесценции (ФЛ). В нерезонансном режиме на спектре ФЛ образца наблюдаются пики, соответствующие частотам независимых мод МР и частотам переходов в КТ. Интересно, что источником ФЛ от обеих подсистем служат фотоны, испускаемые КТ за счет рекомбинации экситонов, которые генерируются внешним электромагнитным полем. При настройке КТ и МР в резонанс любым из описанных выше методов данные пики начинают сближаться. В условиях режима слабого взаимодействия они перекрываются, и возникает один общий максимум от КТ и резонатора. При соблюдении условий режима сильного взаимодействия при совпадении частот КТ и МР наблюдается двойной пик (расщепление Раби). В общих чертах схема измерения спектров ФЛ выглядит следующим образом. Система помещается в гелиевый криостат и охлаждается до температур 4.2 – 50 К. Электрон-дырочные пары в КТ возбуждаются лазером с фиксированной или изменяемой длиной волны λ_L . Лазерный луч фокусируется на поверхности образца непосредственно над КТ объективом конфокального микроскопа с апертурой от 0.4 до 0.75, при этом размер светового пятна составляет несколько микрон. Испущенные системой рекомбинационные фотоны с длиной волны λ_{em} собираются тем же объективом, направляются в спектрометр и детектируются ПЗС-камерой. Для определения скорости спонтанной эмиссии фотонов используется спектроскопия с временным разрешением. В этом случае образец облучается импульсным лазером, а детектирование фотонов осуществляется лавинным фотодиодом [87, 128] или сверхпроводниковым однофотонным детектором [129].

Какие данные можно получить об оптической системе с помощью анализа спектров ФЛ? В первую очередь, с точки зрения применения КТ в качестве функциональных элементов высокотехнологичных устройств практическую ценность представляет информация о том, в каком из режимов находятся КТ и МР. Как уже упоминалось выше, ответить на этот вопрос можно, исследуя структуру спектра вблизи резонанса частот КТ и МР: синглет (дублет) указывает на достижение режима слабого (сильного) взаимодействия. Это предопределяет пути дальнейшего использования данной системы. Вместе с тем, не всегда удастся определить, какой именно из оптических переходов КТ вносит вклад в спектр ФЛ. Процедура идентификации спектральных линий одиночной КТ (InAs) в L3-резонаторе ($Q = 16000$ для $\lambda_c = 931.5$ нм) при $T = 4.2$ К была продемонстрирована авторами работы [130].

В большинстве работ лазерная накачка КТ осуществляется нерезонансно. В этом случае

электрон-дырочные пары генерируются в смачивающем слое гетероструктуры за счет поглощения фотонов с энергией, превышающей энергию экситона в КТ. Затем, вследствие рассеяния на фононах кристаллической решетки, они теряют энергию, захватываются КТ и, в конечном счете, рекомбинируют с испусканием кванта ФЛ. Данный способ возбуждения оптических переходов имеет ряд недостатков (см. ниже) и не может быть использован для адресного когерентного воздействия на КТ. Усовершенствование методики, продемонстрированное в работе [131], заключается в применении способа резонансной накачки КТ (МР) импульсным лазером, с последующим измерением эмиссии от МР (КТ). Несмотря на большую отстройку частот подсистем, энергия возбуждения распределяется между ними за счет диссипативных эффектов. Такой подход дает возможность получить спектр КТ с очень высоким разрешением.

Проведя идентификацию спектральных линий, можно переходить к определению параметров КТ и МР. Перечислим вкратце основные методы, позволяющие найти все величины, которые характеризуют гибридную систему. Скорость диссипации κ фотонов в МР (или добротность Q) определяют в условиях интенсивного облучения системы внешним лазером, переводящим КТ в режим насыщения, благодаря чему основной вклад в уширение спектральной линии вносит именно процесс ухода фотонов из резонатора. Скорость релаксации γ КТ определяют как декремент затухания графика заселенности ее возбужденного состояния от времени при больших отстройках $\delta_{a,c}$ частот КТ и МР. Скорость дефазировки γ_d КТ находят путем интерферометрического анализа сигнала ФЛ в схеме Хонга-Оу-Манделя. Зная все эти параметры и фиксируя отстройку вблизи резонанса, можно рассчитать коэффициент взаимодействия g КТ и МР.

Серьезных успехов в исследовании гибридных систем удалось добиться коллективу Стэнфордского университета (Калифорния, США) под руководством Е. Вучкович. Эта группа американских ученых создала универсальную оптическую установку, при помощи которой можно проводить тестирование оптического отклика наноструктур в разных режимах возбуждения [132]. Используя подгоночные алгоритмы, на основании снятых зависимостей определяются: а) уширение моды МР (скорость диссипации фотонов), $\kappa/2\pi = 16$ ГГц, б) уширение линии КТ (скорость прямой релаксации), $\gamma/2\pi = 0.1$ ГГц, в) коэффициент взаимодействия моды резонатора с КТ (частота Раби), $g/2\pi = 8$ ГГц [7], г) скорость дефазировки $\gamma_d/2\pi = 3$ ГГц и д) скорость комбинированной фотон-фононной релаксации $\gamma_r/2\pi = 0.5$ ГГц (при $\delta_{a,c} = 8\kappa$) [120]. Для более точного измерения этих параметров с помощью анализа интенсивности отраженного сигнала (рефлектометрия) применяется маломощный ($P_{in} = 3$ нВт) пробный диодный лазер.

Отметим, что по сравнению с измерением спектров ФЛ рефлектометрия считается более чувствительным методом, позволяющим проводить квантовый мониторинг системы на однофотонном уровне. Авторы работ [132] и [133] акцентируют внимание на том, что данный подход дает возможность увеличить точность измерений, задаваемую в случае анализа ФЛ разрешающей способностью спектрометра ~ 0.03 нм, до величины < 0.005 нм, задаваемой измерителем длины волны отраженного фотона. Еще одно существенное преимущество рефлектометрических измерений заключается в возможности тестирования с их помощью МР без КТ, поскольку наличие источников вторичного излучения здесь не является обязательным [133]. Дополнительная модификация рефлектометрической схемы [134] позволяет увеличить отношение сигнал/шум до 900 (вместо 100 для стандартного рефлектометра) за счет использования техники дифференциальной спектроскопии, а также наблюдать отклик мод МР с произвольной поляризацией благодаря методике гомодинного детектирования.

Близким к рефлектометрии методом исследования гибридных структур является трансмиссионная спектроскопия, где измеряется не отраженный, а прошедший через систему пробный лазерный импульс [135]. Вертикально падающий пучок фотонов взаимодействует с модой МР, находящейся в режиме слабого взаимодействия с КТ, а затем, вследствие диссипативного контакта МР и волновода, поглощенные системой фотоны попадают в волновод (линейный протяженный дефект ФК). Один из концов волновода снабжен дифракционной решеткой (grating), представляющей собой полукруг с радиусом, равным длине волны моды волновода, разделенный посередине полукольцом толщиной $\lambda/2n$ (n – показатель преломления материала). Такой дизайн решетки позволяет блокировать распространение световой волны, выходящей из волновода, в горизонтальной плоскости ФК, и переориентировать ее вертикально в направлении на детектор. При этом необходимо использовать пространственный фильтр (pinhole), размещенный перед объективом конфокального микроскопа, который пропускает только фотоны, рассеиваемые решеткой. Авторы работы [135] показали, что отношение интенсивностей сигнала, собираемого с помощью решетки, и сигнала, поступающего от МР, равно 0.64. В данном методе сохраняются все преимущества рефлектометрической схемы; при этом устройство уже представляет собой полноценный элемент квантовой сети. Авторами также обсуждается интегральная конструкция квантового чипа, состоящего из нескольких таких элементов с независимым управлением и общим волноводом, который их соединяет посредством фотонного туннелирования, выполняя как измерительные, так и транспортные функции.

Подтвердить наличие или отсутствие взаимодействия между КТ и модой МР, а также получить количественное представление о пространственной зависимости напряженностей

полей собственных мод МР можно при помощи другого прибора – сканирующего оптического микроскопа, работающего в режиме ближнего поля. Основным элементом данного устройства служит оптоволокно, через которое управляющий лазерный импульс облучает поверхность образца, а эмиссионное излучение, испускаемое системой, отводится к спектрометру. Кроме того, сближение конца оптоволокна и поверхности до 5 – 10 нм приводит к заметной модификации диэлектрической постоянной среды и, как следствие, к изменению показателя преломления материала резонатора и частот его собственных мод. Это дает возможность определить принадлежность спектральных пиков той или другой подсистемам [136]. Помимо методов, основанных на измерении ФЛ дефектов ФК с КТ, находящихся под воздействием лазерных полей, исследование их оптических свойств, а также процессов захвата, релаксации, туннелирования и рекомбинации носителей в КТ, может быть осуществлено путем наблюдения спектров электролюминесценции (ЭЛ). Для этого исследуемый образец должен быть интегрирован в фотодиодную структуру, состоящую из полупроводниковых слоев, допированных электронами (n -слои) и дырками (p -слои), чтобы напряжение оказывалось приложенным к p - и n -слоям вдоль оси роста гетероструктуры [137].

Кроме тепловых и электромагнитных шумов, существуют еще несколько серьезных недостатков, присущих спектроскопическим методам исследования гибридных систем. Так, одни и те же параметры, определяемые двумя альтернативными способами - путем анализа спектров ФЛ и путем анализа зависимостей заселенности возбужденного состояния КТ от времени, могут заметно отличаться. Источниками погрешностей здесь называют а) наличие мультиэкситонных комплексов в данной КТ и экситонов в соседних КТ, преобразующее излучение от одной КТ в коллективное, и б) интерференцию электромагнитных полей, испускаемых КТ и МР, на детекторе. Первое обстоятельство приводит к завышению величины коэффициента взаимодействия g в несколько раз, что препятствует корректной идентификации режима взаимодействия подсистем, а второе – к неточному определению парциальных интенсивностей ФЛ от КТ и МР. Как показано в работе [138], временные измерения дают более точные результаты, чем спектроскопические наблюдения. Они хорошо согласуются с предсказаниями теории. Это связано с тем, что используемая для временных измерений аппаратура, настроенная на анализ небольшого участка спектра в непосредственной близости к частоте данной КТ, позволяет уменьшить влияние других КТ.

Важную роль в исследованиях оптических свойств гибридных структур играет статистический анализ корреляций между фотонами. Обычно он состоит в построении экспериментального графика автокорреляционной функции второго порядка $g^{(2)}(\tau)$ от времени задержки τ детектирования двух последовательно испущенных системой фотонов и, в

частности, в определении величины $g^{(2)}(0)$ [139, 140]. Если она меньше 0.5, то система излучает в однофотонном режиме, характеризующемся антигруппировкой (antibunching) фотонов.

Ниже мы приводим результаты наиболее заметных работ, посвященных экспериментальному исследованию взаимодействия КТ и МР, которые были получены с использованием описанных в данном пункте методов. Как было отмечено выше, важным свойством гибридных КТ-систем является модификация их спектров и времен релаксации квантовым фотонным полем МР. Существуют две количественные характеристики, которые используются для оценки степени взаимовлияния данных подсистем. Один из них, *фактор Перселла* F , характеризует изменение скорости эмиссии возбужденной КТ вследствие ее контакта с модой МР. Другой параметр, β – *фактор*, равен процентному отношению скорости эмиссии фотонов из КТ в оптическую моду МР к скорости полной эмиссии. В работе [141] были определены обе эти величины для системы из нескольких КТ, расположенных в канале волновода. Измерения показали, что при сближении частот одной из КТ и волновода скорость эмиссии фотонов возрастает до 5.7 нс^{-1} , а при увеличении отстройки от резонанса она уменьшается до 0.8 нс^{-1} . На основании данных измерений были вычислены фактор Перселла, $F = 5.2$, и β -фактор, который для данной КТ оказался равным 85%. В работе [142] исследовались эмиссионные спектры трех МР – дефектов ФК с добротностями мод $Q = 200, 250$ и 1600 , содержащих КТ. На спектрах ФЛ образцов наблюдались максимумы вблизи длины волны 900 нм, соответствующие модам МР. Один из экситонных пиков спектра КТ во всех образцах (экситонная линия A) располагался в окрестности моды МР, и для него наблюдалось резкое уменьшение времени жизни фотона. При этом время жизни фотонов с той же длиной волны, но с ортогональной поляризацией и, следовательно, находящихся вне резонанса с модой дефекта, наоборот, возрастало до 2.9 нс. Уменьшение (увеличение) скорости спонтанного излучения для случаев, когда частота экситонного перехода КТ находится в запрещенной зоне ФК (вблизи частоты оптической моды L3-дефекта), также было продемонстрировано в работе [128]. Благодаря эффекту Перселла МР может не только усиливать эмиссионное излучение с частотами, близкими к собственным частотам дефектных мод, но и менять его поляризацию. Этот эффект был экспериментально подтвержден в работе [143], где исследовалась эмиссия от одиночных КТ, слабо взаимодействующих с МР. Изначально вектор поляризации большей части фотонов, излучаемых КТ, был ортогонален вектору поляризации одной из дефектных мод ФК. При нагревании образца на спектре ФЛ наблюдалось смещение пика КТ к максимуму данной моды. При этом вектор поляризации регистрируемых фотонов менялся и, в итоге, большинство из них имело поляризацию, совпадающую с поляризацией оптической моды. Причина изменения вектора поляризации излучения связана с усилением эмиссии только тех

фотонов, поляризация которых близка к поляризации моды резонатора.

Оригинальный метод контроля скорости спонтанной эмиссии фотонов был предложен авторами работы [144]. Поскольку величина F зависит от добротности, то путем ее изменения можно менять и F . Образец представлял собой оптический гетероинтерфейс, состоящий из двух ФК (левого и правого), которые имели разные параметры решеток. Дефект-резонатор L3-типа находился в *левом* ФК, а на некотором расстоянии от него располагался волновод, представляющий собой протяженный линейный дефект, образованный областью в решетке ФК, где отверстия отсутствовали. Так как частота собственной моды МР соответствовала запрещенной зоне спектра *правого* ФК, то фотоны, покидающие МР и распространяющиеся по волноводу направо, отражались и интерферировали с фотонами, распространяющимися налево. Когда интерференция была деструктивной, то наблюдалось уменьшение количества фотонов, уходящих с левого конца волновода, и, следовательно, добротность оптической системы возрастала. Характер интерференции задавался локальным изменением показателя преломления волновода.

Мы уже упоминали, что резонансная накачка лазером КТ оказывается более эффективной, чем нерезонансная. Та же ситуация имеет место в отношении накачки КТ через МР посредством лазера, длина волны которого не совпадает с длиной волны какой-либо из мод МР. Можно предположить, что настройка частоты лазера в резонанс с модой МР (например, с дефектной модой ФК) существенно улучшит эффективность накачки КТ. Данный эффект был продемонстрирован авторами работы [145], где исследовалось влияние длины волны лазера накачки на спектр фотолюминесценции ФК-резонатора. Переходя в основное состояние, КТ излучали свет в широком диапазоне, а МР, благодаря эффекту Перселла, усиливал эмиссию фотонов с длиной волны его основной моды.

Как мы знаем, одним из критериев достижения режима сильного взаимодействия в гибридных системах является расщепление одиночного пика в спектрах подсистем (расщепление Раби), когда их частоты оказываются близки друг к другу. При этом интенсивности пиков от КТ и МР, а также их ширины становятся практически одинаковыми. Сильное взаимодействие наблюдается в ФК с дефектами различного типа, однако наиболее часто в подобных экспериментах фигурирует L3-дефект [146, 147]. В работе [147] также сообщается о наблюдении расщепления Раби в ФК с МР-дефектом H1-типа. Поскольку объем V основной двукратно вырожденной дипольной моды такого дефекта оказывается вдвое меньше, чем у МР L3-типа, то это позволяет предположить, что и коэффициент взаимодействия g , обратно пропорциональный $\sqrt{V}$, окажется выше. После температурной настройки частот КТ и МР в резонанс в спектре ФЛ образца наблюдалось расщепление Раби, которое составило около

124 мкэВ, что соответствует величине $g = 76$ мкэВ. При этом ширина обоих пиков становилась одинаковой и равнялась 0.082 нм (ширина пика изолированной КТ составляла 0.03 нм, а ширина пика резонатора - 0.14 нм). Альтернативная методика электрической настройки спектра КТ за счет эффекта Штарка позволила авторам работы [148] продемонстрировать режимы слабого и сильного взаимодействия КТ и высокочастотного МР. Укажем еще раз на то обстоятельство, что спектроскопические измерения частоты Раби требуют известной осторожности и тщательного анализа всех рекомбинационных процессов, чтобы уменьшить экспериментальную погрешность, приводящую к завышению величины g .

Необходимо отметить, что в большинстве из рассмотренных работ системы типа «КТ+МР» (за исключением специально созданных устройств для трансмиссионных измерений) не имеют входного/выходного интерфейса. Для создания функционирующих квантовых сетей на их основе необходимо разработать надежный и эффективный способ перемещения квантовой информации между узлами сети. В качестве систем, опосредующих взаимодействие удаленных КТ-кубитов, могут быть использованы уже знакомые нам ФК-волноводы. В работе [149] сообщается о наблюдении сильного взаимодействия волновода (протяженный линейный дефект ФК) и одиночной КТ. Дефект-резонатор, содержащий КТ, был образован отверстиями решетки, смещенными относительно волновода. Предложенная конфигурация устройства позволяет транспортировать квантовое состояние КТ, закодированное в состоянии фотона, по волноводу. Экситонный спектр КТ настраивался в резонанс с модой волновода с помощью изменения температуры. В условиях строгого резонанса расщепление Раби составило 140 мкэВ, а коэффициент связи КТ и волновода оценивался как $g \sim 82$ мкэВ.

Полупроводниковые КТ, интегрированные в квантовые оптические сети, являются перспективными кандидатами на роль однофотонных источников, находящих свое применение в различных областях, в частности, в квантовой информатике и метрологии [150 - 152]. Теоретические [153, 154] и экспериментальные [155 - 158] исследования свойств таких квантовых источников ведутся уже достаточно давно. Как уже отмечалось, построение автокорреляционной функции второго порядка $g^{(2)}(\tau)$, которая описывает корреляции интенсивности I электромагнитного поля двух последовательно детектируемых фотонов является одним из распространенных методов изучения фотонной статистики. Для классических источников с хаотическим испусканием света, таких, как лазер или светодиод, $g^{(2)}(\tau) = 1$, что свидетельствует об отсутствии каких-либо корреляций между двумя фотонами. Поскольку квантовый источник излучает один фотон (или одну пару запутанных фотонов) за один возбуждающий импульс, то измерение автокорреляционной функции при нулевом времени задержки дает $g^{(2)}(0) < 1/2$. В случае идеального однофотонного источника

$g^{(2)}(0) = 0$, так как источник не может произвести более одного фотона за период возбуждения. Благодаря эффекту Перселла, внедрение КТ в высокодобротный резонатор позволяет увеличить скорость спонтанной эмиссии фотонов, испускаемых при рекомбинации экситонов. Одним из методов достижения высокой эффективности однофотонных источников на основе гибридных систем является выбор МР. Например, в работе [155] для экспериментального изучения однофотонной генерации была изготовлена структура ФК с оптимизированным радиусом отверстий и увеличенной постоянной решетки. Возбуждающий лазерный импульс фокусировался на поверхность двумерного ФК в дефектной области, содержащей одиночную КТ, а отвод одиночных фотонов производился через волновод, сформированный в той же ФК-структуре, с эффективностью 24%. Улучшить качество источника можно за счет резонансного возбуждения КТ через одну из собственных оптических мод МР. Как показано в работе [157], при мощности лазера 1 мкВт величина экситонного пика ФЛ для резонансной накачки оказалось накачки в 25 раз больше, чем при накачке через «смачивающий» слой. Согласно результатам измерения автокорреляционной функции, в обоих случаях наблюдалось однофотонная генерация, однако мощность лазера при резонансном возбуждении была в 100 раз ниже, чем в нерезонансном случае, причем фотон испускался только той КТ, которая была расположена в пучности моды МР, а излучение остальных КТ подавлялось. Поскольку частота одиночных фотонов, испускаемых источником на основе КТ, фиксирована и близка к частоте экситонного перехода (~ 1 мкм), то ее преобразование является важной практической задачей. Способ увеличения частоты, продемонстрированный в работе [156], заключается в том, что фотоны с длиной волны 1300 нм, испущенные InAs КТ при накачке импульсным лазером с длиной волны 780 нм и частотой повторения 50 МГц, проходят через LiNbO₃ волновод с одномерной периодической структурой. На волновод подавались световые импульсы с длиной волны 1550 нм и частотой повторения 25 МГц с контролируемым временным профилем, задаваемым электрической модуляцией лазерного излучения. На выходе из волновода одиночные фотоны имели длину 710 нм, что соответствует сумме частот КТ и модулятора, а форма их временного профиля вместо экспоненциально затухающей, характерной для излучения КТ, менялась на гауссову. Одним из важнейших свойств однофотонного источника является *неразличимость* двух последовательно испущенных им фотонов [158, 159], которые должны иметь одинаковую частоту, поляризацию и временной профиль. В реальных экспериментах взаимодействие с окружением разрушает когерентность и фотоны становятся различимыми. Если квантовым эмиттером является КТ, то благодаря эффекту Перселла появляется возможность существенно ускорить эмиссию фотонов путем формирования КТ внутри МР. Например, использование GaAs ФК-резонатора с дефектом Н1-типа, имевшего добротность $Q \sim 250$, позволило авторам работы [158] добиться степени неразличимости

$W = 0.72$ двух испускаемых одиночной InAs КТ фотонов при величине фактора Перселла $F = 28$. В большинстве экспериментальных работ по генерации одиночных фотонов в КТ используется двухуровневая схема. Увеличения степени неразличимости двух фотонов, испускаемых КТ, можно добиться, если использовать трехуровневую схему, менее чувствительную к дефазировке возбужденного состояния при больших отстройках [153]. В работе [160] сообщается о генерации одиночных фотонов с высокой степенью неразличимости, которые испускаются КТ в процессе инверсии электронного спина, описываемого трехуровневой схемой, путем лазерного возбуждения КТ в трионное состояние. Для построения фотонной квантовой сети необходимо уметь получать неразличимые фотоны от удаленных квантовых источников. Авторам работы [160] удалось продемонстрировать генерацию неразличимых фотонов от двух удаленных КТ, находящихся на расстоянии 1.5 м в различных образцах.

1.6 Экспериментальная реализация одно- и двухкубитных операций на экситонных, спиновых и фотонных кубитах на КТ в МР

С точки зрения квантовой информатики КТ являются перспективными физическими носителями для кубитов. Элементарные квантовые вентили, входящие в структуру квантовых алгоритмов, соответствуют той или иной схеме перераспределения заселенности их состояний под действием внешних полей. Многие из методов, разработанных в оптике с целью контроля внутреннего (как орбитального, так и спинового) состояния атомов и молекул, могут быть адаптированы и для КТ. Ниже мы рассмотрим теоретические модели квантовых вычислительных операций с состоянием системы «КТ + МР», и приведем примеры их практического воплощения. Основное внимание будет уделено тем из них, которые могут быть использованы при создании полномасштабного квантового компьютера, включающего в себя стационарные КТ – кубиты, фотонную сеть, служащую для организации косвенного взаимодействия между удаленными кубитами, а также источники одиночных фотонов и считывающие устройства.

История теоретических исследований, связанных с использованием КТ в качестве кубитов, началась в 1995 году с работы А. Баренцо и соавторов [28]. Первые же публикации, затрагивающие проблематику полномасштабных квантовых вычислений на гибридных КТ-системах в оптических резонаторах, относятся к 1999 году [21, 49]. В этих ранних работах авторы анализируют когерентную динамику состояния КТ, которая взаимодействует с полями электрических затворов, МР и лазеров, подбирая параметры последних таким образом, чтобы осуществить требуемую эволюцию состояния одного или двух кубитов. Интересно отметить, что по сравнению с другими моделями полномасштабного квантового компьютера,

предложенными на тот момент, данный вариант его реализации подразумевал широкий выбор средств управления кубитами, возможность синтеза и применения отлаженных технологий, а также множество потенциальных архитектурных решений. Использование высокодобротного МР, интегрированного с комплексом из нескольких КТ в единый гибридный твердотельный квантовый чип, решает принципиальную проблему организации взаимодействия между двумя удаленными кубитами, которую чрезвычайно сложно преодолеть в моделях со взаимодействием только соседних кубитов. В упомянутых выше исследованиях методы, развитые в атомной оптике и базирующиеся на резонансных и/или рамановских переходах, адаптируются для когерентного контроля электронного [21], спинового [49] и экситонного [161] состояний КТ. Общая стратегия масштабирования основывается на введении в структуру квантовой операции фотона в качестве *вспомогательного* транспортного кубита, обеспечивающего нелокальную связь между стационарными кубитами и их контролируемую эволюцию. Следует сказать, что, в отличие от способов реализации оптических вентилях, которые были подробно описаны авторами, конструктивные вопросы, например, касающиеся дизайна и размещения затворов или измерительных устройств, были затронуты в гораздо меньшей степени. Кроме того, при рассмотрении эффектов потери когерентности была неверно оценена роль фононного резервуара, а именно, игнорировались эффекты комбинированного фотон-фононного рассеяния в КТ. Как следует из недавних экспериментов, именно эти механизмы определяют время жизни возбужденного состояния КТ, выведенной из резонанса с МР, а их скорость превосходит на несколько порядков скорость диссипации за счет прямой эмиссии фононов, которая рассчитывалась в работах [21, 49, 161] с помощью золотого правила Ферми. Данный факт ставит под сомнение надежность предлагаемых авторами нерезонансных двухфотонных схем, в которых именно низкая заселенность вспомогательных уровней КТ и мод МР гарантировала малую скорость релаксации кубита.

С развитием аналитических и вычислительных методов теории и получения новых экспериментальных данных ранние схемы квантового компьютера на КТ подверглись углубленному критическому анализу и серьезной модернизации. В настоящее время уже существуют работающие прототипы таких устройств, дизайн которых постоянно совершенствуется, а область применения – расширяется. Далее мы познакомимся с примерами успешной реализации экситонных, спиновых и фотонных кубитов на основе взаимодействующих КТ и МР.

Следует сразу заметить, что тематика квантовых вычислений с использованием экситонных состояний КТ в массивном полупроводнике, не интегрированном с МР, представляет собой независимое направление экспериментальной квантовой информатики. О

наблюдении экситонных осцилляций Раби в КТ, возбуждаемой лазерным импульсом, сообщалось еще в 2001 году [162]. За последние десять лет благодаря усилиям многочисленных групп исследователей удалось добиться впечатляющих результатов, свидетельствующих о достижении практически полного контроля над одноэкситонным состоянием КТ (см. обзор [163]). Операция инверсии (NOT) осуществляется за время порядка нескольких десятков пикосекунд с точностью воспроизведения, близкой к 100%. Этот успех во многом можно объяснить освоением рафинированной методики оптимального квантового контроля, заключающейся в определенном способе варьирования частоты и амплитуды лазерного импульса (см. работы [164, 165] и ссылки там). Вместе с тем, наряду с впечатляющим прогрессом, касающимся инженерии экситонного состояния одиночной КТ, двухкубитные вентили в экспериментальных работах почти не представлены. Это связано с неэффективностью прямого кулоновского взаимодействия соседних КТ для управляемой и надежной реализации данных вентилях. Авторы работы [165] признают необходимость дальнейшего усовершенствования их схемы и предлагают интегрировать КТ с МР для создания прототипа полномасштабного квантового устройства.

Идея масштабирования твердотельного квантового компьютера на КТ в МР (независимо от способа кодировки кубитов) довольно проста. Предположим, что имеется массив КТ-кубитов, расположенных внутри одного МР, причем расстояние между двумя ближайшими КТ настолько велико, что кулоновское взаимодействие населяющих их экситонов (электронов) существенно меньше, чем ширины энергетических уровней КТ. Каким образом в такой системе можно реализовать двухкубитные вентили? Мы знаем, что поле резонатора в той или иной степени оказывает влияние на эволюцию данной КТ, если их частоты достаточно близки. Следовательно, настраивая две (или более) произвольные КТ в резонанс с модой МР, можно организовать *косвенное* взаимодействие между их внутренними степенями свободы, в которые кодируется квантовая информация, посредством обмена этими КТ квантом энергии (в данном случае – фотоном) через моду МР. Такой принцип связи удаленных кубитов с участием промежуточного делокализованного состояния квантового поля МР обладает рядом существенных преимуществ по сравнению со схемами, базирующимися на использовании взаимодействия только между соседними кубитами и последовательного переноса квантовой информации вдоль цепочки кубитов. К ним относятся а) возможность неограниченного увеличения числа кубитов в регистре за счет добавления новых МР, допированных КТ, также связанных благодаря фотонному переносу, б) возможность контроля взаимодействия между КТ и МР (в т.ч. его включение/выключение в заданные моменты времени), и в) множество вариантов архитектуры квантового регистра и управляющего интерфейса. Результаты, обсуждаемые ниже, касаются в основном реализации многокубитных вентилях и запутывания;

техника выполнения однокубитных операций может быть адаптирована из работ, посвященных оптическому контролю КТ без МР (см. выше).

Гамильтониан, описывающий когерентное взаимодействие совокупности N двухуровневых КТ и одномодового МР в приближении вращающейся волны, представляет собой естественное обобщение модели Джейнса – Каммингса и носит название гамильтониана Тависа – Каммингса. В когерентном приближении и при настройке всех КТ в резонанс с модой МР, аналитические зависимости от времени операторов находятся путем решения системы уравнений Гейзенберга. Структура решения указывает на синхронные осцилляции заселенностей фотонной и экситонной подсистем. Эта особенность была использована авторами работ [166] и [167] в схемах генерации запутанных экситонных состояний КТ посредством инициализации определенного фотонного состояния МР. Так, в работе [166] было показано, что две одинаковые КТ, взаимодействующие с когерентным полем моды МР, в результате свободной эволюции периодически оказываются в максимально запутанном двухкубитном состоянии, причем в этот момент времени мода МР не заселена фотонами. Это означает, что если измеряемая детектором интенсивность (среднее число фотонов) моды МР соответствует вакуумному уровню, то КТ с высокой вероятностью находятся в максимально запутанном состоянии. Общий случай системы с произвольным числом N КТ был исследован тем же коллективом в работе [167], где было найдено компактное выражение для *согласованности* - параметра, характеризующего степень запутанности состояний двух произвольных неодинаковых КТ. Как следует из данной работы, максимально запутанное состояние экситонной подсистемы достигается только в случае тождественных КТ, взаимодействующих с однофотонным полем МР. Диссипация в КТ и МР снижает величину согласованности. Кроме того, если КТ расположены близко друг к другу, то электростатическое (т.н. ферстеровское) взаимодействие между локализованными в них экситонами также уменьшает степень запутывания из-за нарушения синхронности колебаний заселенностей [168]. С другой стороны, среднее значение согласованности возрастает при увеличении среднего числа фотонов моды МР и уменьшении коэффициента взаимодействия с МР. Авторы работы [168] отмечают, что согласованность запутанного состояния КТ в результате контакта с тепловым полем МР значительно падает, однако никогда не достигает нулевого значения, а стабилизируется на уровне, определяемом параметрами открытой системы. Еще более общая ситуация была проанализирована в статье [169], где, помимо, ферстеровского и диполь-дипольного взаимодействий и влияния фотонной и экситонной релаксации на процесс запутывания кубитов, были учтены эффекты, связанные с воздействием на систему оптических фононов. Несмотря на упрощенность постановки задачи, рассматривающей фононный резервуар лишь в качестве источника фиксированных частотных сдвигов КТ и экранирования

коэффициента взаимодействия, было показано, что при низких температурах ($T < 50$ К) и высоких частотах перехода в КТ ($\omega_a > 20$ мэВ) условия данного приближения выполняются, и существует интервал параметров, в котором вероятность получить запутанные состояния высока (>0.9). Как и в работе [166], здесь трансформация КТ в двухкубитное состояние Белла или трехкубитное W-состояние сопровождается переходом МР в одно- или двухфотонное фоковское состояния, соответственно. Отметим, что в данной схеме процедура фотонного детектирования является обязательной. С другой стороны, оптические фононы, практически не обладающие дисперсией при малых волновых векторах, также могут использоваться в качестве элемента однокубитной операции инверсии [170].

Рассмотрим несколько конкретных примеров экспериментальной реализации взаимодействия удаленных КТ. Прежде всего, мы увидим, как осуществляется связь двух КТ внутри одного МР за счет когерентной или некогерентной фотонной динамики. В работе [171] были представлены данные спектроскопических исследований и теоретическая модель, доказывающие факт когерентной гибридизации экситонных состояний двух КТ (InGaAs) и моды МР (L3, $Q = 12000$, 2D-ФК GaAs). Варьируя электрический потенциал на клеммах фотодиода, содержащего образец, авторы добились синхронной настройки в резонанс всех трех частот, что отразилось в появлении на графике спектральной плотности ФЛ точки двойного антипересечения. Как показали расчеты, собственные состояния гибридной системы содержат вклады от всех ее компонент, удельный вес которых задается отстройкой частот от резонанса. Это означает, что можно трансформировать возбужденное состояние одной КТ в эквивалентное состояние другой КТ путем адиабатического изменения напряжения в окрестности данной точки (квантовая операция SWAP). Кроме того, предлагается оптимизировать этот процесс с помощью настройки обеих КТ в двухфотонный резонанс, выводя их из резонанса с модой МР. В этом случае влияние фотонной диссипации на динамику системы может быть минимизировано, поскольку МР будет заселяться виртуально. Отметим, что именно высокая скорость ухода фотонов из МР ($\kappa \approx 147$ мкэВ при $g_{1,2} \approx 50$ мкэВ) способствовала быстрому разрушению когерентности в системе и препятствовала наблюдению соответствующего антипересечения, имеющего, согласно расчетам, величину 10 мкэВ. Вместе с тем, данное предложение должно быть скорректировано, принимая во внимание результаты работы [172], в которой исследовался эффект некогерентного фотон-фононного переноса энергии между двумя КТ, частоты которых были отстроены от частоты моды МР. Мы уже отмечали, что взаимодействие фононов с системой «КТ+МР» вызывает релаксацию КТ с испусканием ею фотона в моду МР и с одновременным испусканием (поглощением) акустического фонона кристаллической решетки полупроводника с частотой, равной абсолютной величине отстройки

частот. В работе [172] авторами была осуществлена некогерентная комбинированная накачка КТ 1 через фононный резервуар и моду ФМ путем резонансного лазерного возбуждения КТ 2. Рассматривались две структуры, в которых а) накачиваемая КТ 1 находилась в режиме сильного взаимодействия с модой МР и б) накачиваемая КТ 2 находилась в режиме слабого взаимодействия с модой МР. В первой структуре в условиях резонансной накачки лазером КТ 2 наблюдалась эмиссия на частотах КТ 1 и моды МР, причем при сканировании температуры в интервале от 40 К до 50 К в спектре ФЛ присутствовало антипересечение, указывающее на их сильную гибридизацию при $T = 46$ К. Интересно, что на границах температурного интервала, где отстройка частот КТ 1 и МР была существенно больше, чем коэффициент взаимодействия g_1 , наблюдается только пик от МР. Это значит, что именно резонатор выступает в роли центрального звена при переносе возбуждения внутри системы. Во второй структуре частота накачиваемой лазером КТ 2 была близка к частоте моды МР, но сами подсистемы находились в режиме слабого взаимодействия. В этом случае авторам также удалось наблюдать эмиссионный пик на частоте КТ 1, но уже без антипересечения. Кроме этого, они исследовали спектры ФЛ и в случае накачки системы через КТ 1, что подразумевает поглощение фононов. Как и следовало ожидать, при низких температурах ($T < 10$ К) эмиссия на частоте КТ 2 не наблюдается, что объясняется малой населенностью фононных мод с частотами. Пики ФЛ от КТ 2 и МР появляются лишь при $T > 28$ К. Отметим, что отстройка частоты КТ 2 от частот КТ 1 и моды МР в обеих структурах значительно превосходила уширения соответствующих пиков ФЛ, что, в отсутствие других механизмов, напрямую свидетельствует об участии в схеме переноса энергии между КТ акустических фононов с частотами ~ 1.2 ТГц. К сожалению, авторы упомянутых работ ничего не сообщают о расстоянии между КТ, ограничиваясь лишь спектроскопическими наблюдениями. Взаимодействие двух InAs/GaAs КТ путем обмена фотонами через моду ФК МР ($Q \approx 3000$) было также экспериментально продемонстрировано и в работе [173]. Об удачной экспериментальной реализации двухкубитной операции CNOT в экситон – фотонном базисе сообщается в недавней работе [174]. Квантовая точка, взаимодействующая с ФК-резонатором L3-типа, имела основной (вакуумный) уровень и два возбужденных экситонных состояния, различающихся противоположным направлением спинов электрона, и функционировала в качестве управляющего кубита. В постоянном магнитном поле экситонные состояния расщепляются, и логический базис КТ может быть сформирован из основного и одного из возбужденных состояний. При этом в зависимости от состояния КТ, можно менять поляризацию налетающего фотона и осуществлять таким образом операцию CNOT.

Рассмотрим теперь основные принципы кодировки квантовой информации при помощи спинов одиночных электронов, локализованных в КТ и МР. Мы обращаем внимание читателя

на тот факт, что запутывание спинового состояния одиночной КТ и поляризационного состояния фотона уже было экспериментально реализовано и в отсутствие МР (см. работы [175, 176]). Однако многие исследователи убеждены в том, что, как и в случае с экситонными кубитами, запутывание удаленных спиновых КТ-кубитов будет гораздо более эффективным благодаря их оптической связи с участием моды МР. Как известно, спин электрона, находящегося в зоне проводимости КТ, может иметь две проекции на некоторую ось z , $m_z = -1/2$ ($|\downarrow\rangle$) и $m_z = +1/2$ ($|\uparrow\rangle$), которые и представляют собой «естественные» логические состояния кубита. Кроме стандартных ЭПР-методов, использующих переменное резонансное магнитное поле микроволнового диапазона, манипуляции со спином могут осуществляться и путем оптического возбуждения, сопровождаемого переходом КТ во вспомогательное трионное состояние (два электрона и одна дырка). Согласно принципу Паули электрон, возбуждаемый оптическим полем из валентной зоны в зону проводимости КТ, в состояние, уже занимаемое другим электроном с определенным спином, будет иметь спин с противоположным направлением. Если магнитное поле отсутствует, то трионное состояние КТ является двукратно вырожденным по спину дырки. При $B \neq 0$ состояние триона расщепляется на два состояния с противоположными проекциями спина дырки и энергией расщепления $g_h \mu_B B$ (g_h - фактор Ланде для дырки). Если КТ в трионном состоянии взаимодействует с МР, то рекомбинация экситона может сопровождаться испусканием фотона в одну из собственных оптических мод резонатора, при условии, что частоты перехода КТ и данной моды МР близки. В случае, когда фотон имеет левую L (правую R) круговую поляризацию, значение проекции спина m_z электрона, переходящего обратно в валентную зону, меняется на -1 ($+1$). Следовательно, спиновое состояние электрона, остающегося в итоге в зоне проводимости КТ, определяется поляризацией испущенного фотона, которая, в свою очередь, зависит от поляризации оптической моды. Кроме этого, для контроля спиновых состояний КТ совместно с МР может быть использована комбинация лазерного и постоянного магнитного полей. Возможные схемы инициализации и инвертирования спиновых состояний одиночного электрона в КТ, находящейся в высокодобротном МР и взаимодействующей с полем лазера, были предложены в теоретической работе [177]. Реализация операции спиновой инверсии $|\downarrow\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle$ (квантовый вентиль NOT) происходит в рамановском режиме с виртуальным заселением трионного состояния. Генерация запутанных спиновых состояний может производиться за счет связи удаленных КТ-кубитов А и В через общую моду МР, которая оказывается также виртуально заселенной. Данная схема может быть применена и для приготовления запутанных состояний произвольного числа КТ. В работе [178] исследовался алгоритм запутывания спиновых состояний N КТ, селективно освещаемых лазером и взаимодействующих с общей модой МР.

Предполагалось, что в начальный момент времени в состоянии $|\uparrow\rangle$ находится M точек. Оказалось, что если $M = 1$, то генерация максимально запутанных состояний возможна лишь при $N \leq 6$, а уже при $M = 2$ такие состояния вообще нельзя получить. Запутывание спиновых состояний двух КТ, взаимодействующих друг с другом через оптическую моду МР, и возможность осуществления операции controlled-Z (CZ) были теоретически исследованы авторами работы [179]. Согласно расчету, выполненному авторами работы [179], точность реализованной операции CZ для параметров, достигнутых в современных экспериментах, будет превосходить 90%.

Инициализацию спиновых состояний КТ, квантовые операции, такие как NOT и SWAP, а также запутывание спиновых и фотонных состояний часто предлагается осуществлять с помощью КТ, взаимодействующих сразу с двумя модами МР с ортогональными направлениями вектора поляризации. Авторами работы [180] была разработана схема управления спиновыми кубитами, использующая взаимодействие КТ с модами a и b МР и полем лазера. На основании теоретического анализа диссипативной динамики спиновых и трионных состояний было показано, что существуют два режима управления состоянием системы, которые базируются на а) комбинированном взаимодействии лазера с модой резонатора и КТ или б) на прямом взаимодействии лазера и КТ. Первый режим предлагалось использовать для инициализации спиновых состояний, а второй – для манипуляции с ними. В работе отмечается, что когерентность сохраняется только при больших отстройках частоты лазера от частоты резонатора. В работе [181] в рамках двухмодовой модели Джейнса-Каммингса теоретически исследована динамика заряженной КТ, взаимодействующей с двумя оптическими модами МР, и предложена схема запутывания спинового состояния электрона и поляризационного состояния фотона. Там также был проведен расчет точности воспроизведения запутанного состояния с учетом неодинаковости коэффициентов взаимодействия первой и второй оптических мод с КТ и поворота оси симметрии КТ относительно направления распространения фотонов соответствующих мод МР.

Многие авторы [182 - 186] для осуществления квантовых операций предлагают использовать оптический эффект Фарадея. Он состоит в том, что знак угла, на который поворачивается вектор поляризации отраженного фотона, также определяется спиновым состоянием КТ. Как показано в работе [182], использование данного эффекта весьма перспективно и для инициализации спинового состояния одиночной КТ, и для запутывания состояний двух КТ. Протокол операции CPhase между электронным и фотонным кубитами, а также способ генерации N-электронного и N-фотонного кластеров, на основе эффекта Фарадея был представлен в работе [183], причем в качестве управляющего состояния могло служить и

поляризационное состояние фотона, и спиновое состояние электрона. Приготовление N-электронного спинового кластера происходит за счет детектирования поляризационного состояния одиночного фотона после его прохождения через систему, которая состоит из N резонаторов с КТ и фазовращателей. Для генерации N-фотонного кластера необходимо, чтобы N линейно поляризованных фотонов последовательно прошли через одиночную КТ в резонаторе и фазовращателе, после чего следует измерить спиновое состояние КТ. Моделирование, выполненное авторами, показало, что точность приготовления 100-частичного кластера может достигать 99.7% даже с учетом спонтанного распада триона и ухода фотона через стенки МР. Оптический эффект Фарадея наблюдается и при взаимодействии фотонов с КТ, сопровождающемся как отражением, так и прохождением их через структуру, причем изменение поляризации будет опять определяться спиновым состоянием КТ [184]. Видно, что поляризационное состояние фотона сохраняется, если КТ находилась в состоянии $|\uparrow\rangle$ и инвертируется, если она находилась в состоянии $|\downarrow\rangle$. Таким путем реализуется операция CNOT, в которой КТ является управляющим кубитом, а фотон – управляемым [185]. В рамках данной схемы можно получить белловские состояния из состояний двух последовательно налетающих на систему фотонов, а также ГХЦ-состояния N фотонов. Двухкубитные операции CPHASE и CNOT, где управляющим кубитом является спиновое состояние одной КТ, а управляемым – спиновое состояние другой КТ, рассматривались в работе [186]. Связь между удаленными КТ обеспечивалась фотонами, причем транспорт фотонов от первой КТ ко второй производится через систему светоделителей и фазовращателей, осуществляющих необходимые однокубитные вращения поляризационных состояний. Если, как показано авторами, операция CPHASE может быть выполнена за счет передачи одиночного фотона между двумя КТ-кубитами, то операция CNOT требует запутывания спиновых состояний КТ с белловским состоянием двух фотонов, что достигается за счет последовательного прохождения обоих фотонов через два МР. Оценка показала, что точность операции CPHASE превосходит 90% даже в режиме слабого взаимодействия КТ и резонатора. Преобразования поляризационных состояний фотона являются основой и для более сложных, трехкубитных вентилях Тоффли и Фредкина [184].

Наконец, остановимся на экспериментальной работе [187], в которой были продемонстрированы а) инициализация, б) вращение и в) измерение состояний одноэлектронного спинового КТ-кубита, взаимодействующего с дефектной модой ФК-резонатора, с использованием лазерных импульсов в присутствии магнитного. Зарядка КТ единичным электроном производилась электростатически с помощью потенциала, приложенного к диодной структуре ФК (см. подробнее [188]). Благодаря расщеплению

электронных (трионных) состояний с противоположными направлениями спина электрона (дырки) в магнитном поле возникает четыре возможных оптических перехода, которые можно условно разделить на два трехуровневых Λ -перехода. Когда частота лазера совпадает с одной из частот какого-либо из этих четырех переходов, то меняется отражение налетающих фотонов, поэтому на частотной зависимости дифференциального коэффициента отражения ΔR от образца наблюдались четыре особенности. При этом спектр флуоресценции образца демонстрировал четыре пика на тех же частотах. Определив частоты пиков, можно установить, в каком спиновом состоянии находится КТ. Переворот спина осуществлялся двумя последовательными 13 пс лазерными импульсами, которые связывают два спиновых состояния $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$ через одно из трионных состояний. Частота лазера была отстроена достаточно далеко от частот оптических переходов КТ, что позволяет реализовать рамановскую схему, уменьшить населенность трионного состояния и подавить процесс потери когерентности. Первый импульс, возбуждая электрон из основного состояния, поворачивает вектор Блоха вокруг экватора, где он прецессирует между состояниями $|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$ и $|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle$. Второй импульс переводит КТ в одно из состояний $|\uparrow\rangle$ или $|\downarrow\rangle$, приводя к осцилляциям заселенностей данных спиновых состояний. На зависимости амплитуды осцилляций Рэмзи от мощности лазера наблюдался минимум при 7 мкВт, который соответствует π -импульсу, переворачивающему спин. Возвращение спинового состояния в начальное (2π -импульс) происходило при мощности 15 мкВт. Безусловно, инициализация и вращение спина путем возбуждения одиночной КТ в трионное состояние может производиться без участия МР [189]. Роль ФК-резонатора в работе [187] состояла в усилении интенсивности оптических переходов в КТ с определенной поляризацией фотона, необходимых для инициализации и вращения ее спинового состояния.

Помимо хранения и обработки квантовой информации, закодированной в локализованных состояниях экситона или спина электрона, система «КТ + МР» может использоваться в качестве генератора нелинейных преобразований произвольного двухфотонного состояния. В отличие от линейных оптических схем [190], в которых запутывание поляризационных состояний фотонов носит вероятностный характер и подразумевает измерение, здесь появляется возможность выполнения обычных (детерминистических) нетривиальных двухкубитных вентилей за счет унитарной эволюции. Авторами работы [191] был предложен алгоритм реализации контролируемого фазового сдвига состояния двух фотонов, последовательно взаимодействующих с трехуровневой КТ, которая находится в канале волновода (одномерного протяженного дефекта ФК). Кубит представлен суперпозицией однофотонных состояний с горизонтальной $|h\rangle$ и вертикальной $|v\rangle$

поляризациями, $|\Psi\rangle = c_0|h\rangle + c_1|v\rangle$. Попадание (отражение) фотонов в(от) волновод(а) в состоянии $|h\rangle$ ($|v\rangle$) обеспечивается светоделителями, расположенными на входных портах волновода. Переход из основного состояния $|g\rangle$ КТ в ее возбужденное состояние $|e\rangle$ (и обратно) происходит под влиянием поля фотона, инжектируемого в волновод, а вспомогательный лазер связывает состояние $|e\rangle$ с метастабильным состоянием $|s\rangle$. Если частота перехода $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ в КТ равна частоте волновода, то *однофотонный* резонанс системы с внешним излучением будет наблюдаться на частотах, смещенных вверх и вниз относительно собственной частоты КТ на величину коэффициента взаимодействия g КТ и волновода. При этом фотон волновода с частотой отражается от КТ с вероятностью, близкой к 1, приобретая фазовый сдвиг $\Delta\varphi = \pi$. С другой стороны, если система при этом облучается лазером, частота которого удовлетворяет условию *двухфотонного* резонанса, объединяющего состояния $|g\rangle$, $|e\rangle$ и $|s\rangle$ в рамановскую нерезонансную трехуровневую схему, то инжектированный фотон поглощается лазерным полем, а КТ переходит в метастабильное состояние $|s\rangle$. Отражение фотона от КТ в состоянии $|s\rangle$ не приводит к накоплению фазового сдвига из-за большой отстройки его частоты от частоты перехода $|s\rangle \leftrightarrow |e\rangle$. Таким образом, первый фотон (контролирующий кубит), в зависимости от своего состояния, может влиять на характер эволюции второго фотона (контролируемого кубита). Именно, находясь в состоянии $|h\rangle$ ($|v\rangle$), он, совместно с лазерным полем, изменяет (не изменяет) состояние КТ, в результате чего состояние $|h\rangle$ второго фотона будет накапливать фазовый сдвиг $\Delta\varphi = 0$ (π). Авторы подчеркивают, что в их схеме оптимальная точность воспроизведения (~ 0.99 и выше) контролируемого изменения фазы кубита достигается благодаря выбору частотного интервала, для которого наблюдается значительное замедление групповой скорости фотонов при движении по волноводу. Кроме того, высокие значения фактора Перселла ($F = 30$) и β -фактора ($\beta = 0.998$) обеспечивают быстрый и адресный эмиссионный обмен фотоном между КТ и модой волновода для широкого интервала рабочих частот $\Delta\omega \sim 2$ ТГц, который на два порядка выше, чем в схемах, где вместо волновода используется МР. Альтернативный вариант контролируемой фазовой операции на двух пространственных фотонных кубитах был рассмотрен в работе [192]. Как и в предыдущей схеме, здесь также используется эффект изменения внутреннего состояния системы контролирующим фотонным кубитом в определенном логическом состоянии. Для этого в один из волноводов помещается МР с КТ, имеющей три орбитальных состояния, вакуумное, экситонное и биекситонное, а по другому

волноводу фотоны распространяются свободно. По оценкам авторов, точность воспроизведения условных операций здесь может превысить 0.85 при условии, что формы огибающих однофотонных импульсов на входе и выходе будут совпадать, а скорость спонтанной эмиссии КТ будет существенно меньше, чем скорость обмена фотоном между МР и волноводом.

Об экспериментальном наблюдении контролируемого изменения фазы фотонов сообщается в работе [193]. В качестве источников контролирующего и контролируемого фотонов там использовались контролирующий и сигнальный лазерные пучки непрерывного действия, поддерживающие заселенность моды МР (L3 – дефект ФК) на однофотонном уровне и различающиеся по частоте, направлению и поляризации. В ходе температурной настройки частоты перехода в КТ и частоты моды МР в резонанс с частотой сигнального фотона и измерения интенсивности отраженного системой излучения, авторы детектировали изменение фазы фотонов на π , в полном соответствии с предсказаниями теории. Включение контролирующего лазера приводит к насыщению экситонного перехода КТ, штарковскому сдвигу ее уровней, модификации амплитуды отражения, и, как следствие, к дополнительному сдвигу фазы сигнальных фотонов. Его максимальное значение $\Delta\varphi_{\max}=0.07\pi$ достигалось при изменении среднего числа фотонов контролирующего лазера на 1, что на много порядков больше, чем в любой твердотельной нелинейной оптической среде. Другое явление – фотонная блокада КТ – также рассматривается в качестве генератора нелинейных эффектов, необходимых для реализации двухкубитных вентилях. Очевидно, что отражение (поглощение) контролируемого фотона системой «КТ+МР», возбужденное (вакуумное) состояние которой обусловлено поглощением (отражением) ею контролирующего фотона, может быть положено в основу алгоритма реализации нетривиальной квантовой операции CNOT. Эта возможность была частично подтверждена в ходе экспериментов, иллюстрирующих амплитудную нелинейность на примере двух однофотонных лазерных импульсов, взаимодействующих с КТ в L3 МР [194]. Отметим, что все рассмотренные схемы могут быть также задействованы и в процедурах измерения состояния КТ (при условии, что состояние налетающих фотонов известно).

Вместе с тем, системы «КТ + МР» могут эффективно использоваться и в линейном оптическом квантовом компьютере в качестве генераторов многофотонного начального состояния. В работе [195] был экспериментально продемонстрирован вентиль CNOT на двух пространственных фотонных кубитах, интегрированных в структуру чипа с линейной архитектурой. Взаимодействие фотонов, представляющих разные кубиты, происходит в области максимального сближения волноводов (оптоволокно на кремниевой подложке), где их моды гибридизируются, что дает возможность фотонам туннелировать между волноводами.

Одиночная КТ, расположенная в центральном слое резонатора Брэгга ($Q = 9000$) на основе слоистой полупроводниковой гетероструктуры (GaAs/AlGaAs), возбуждается импульсным лазером и последовательно испускает два рекомбинационных фотона ($\lambda = 931$ нм), разделенных временным интервалом в 1.95 нс, которые затем поступают на входной порт двухкубитного чипа (1.25×32.5 мм²) с четырьмя волноводами с поперечным сечением 3.8×3.8 мкм². Далее, каждый из фотонов с равной вероятностью направляется 50/50 – светоделителем либо в волноводы, поддерживающие состояния контролирующего кубита, либо в волноводы, отвечающие контролируемому кубиту. Это значит, что последующая двухкубитная эволюция является вероятностной, поскольку корректное входное (неизвестное) состояние двухкубитного базиса соответствует прохождению каждого фотона из пары через *разные* волноводы. Такие состояния, благодаря надлежащим образом подобранной длине волноводов, характеризуются отсутствием временной задержки фотонов в схеме совпадений на выходных портах чипа. Именно эти состояния учитываются при построении диаграмм истинности квантовой двухкубитной операции. Выбрав особый режим накачки КТ при сравнительно низком уровне излучательных потерь в МР, а также высокой степени неразличимости фотонов, авторам удалось реализовать вентиль CNOT с достаточно большой вероятностью, $P = 0.71$. Они указывают на возможность дальнейшей оптимизации за счет применения рамановской схемы возбуждения КТ. Похожий алгоритм был реализован и в работе [196], где роль источника фотонов с очень высокой максимальной яркостью (0.65 детектированных фотонов на один возбуждающий импульс) также играла КТ, помещенная в центр пучности собственной моды слоистого МР. Для трансформации поляризационного кубита в пространственный фотоны пропускались через два кристалла кальцита (CaCO_3), в котором, благодаря эффекту двойного лучепреломления, фотоны с разной поляризацией перемещались по разным траекториям (рис. 10). Толщины кристаллов и поляризаторов подбирались таким образом, чтобы интерференция двух фотонов, синхронно подаваемых на вход схемы, как и в работе [195], приводила к избирательной инверсии двухкубитных базисных состояний. Авторам удалось не только выполнить CNOT в амплитудном варианте (т.е. для переходов между базисными состояниями), но также использовать данный вентиль для генерации запутанного состояния Белла. Точность воспроизведения для CNOT составила $P = 0.68$ при яркости источника 0.56 фотон/импульс и $P = 0.73$ при 0.17 фотон/импульс, а для белловского состояния – $P = 0.71$ при 0.15 фотон/импульс, соответственно. Отметим, что точность воспроизведения для высоких значений яркости источника ухудшается из-за уменьшения степени неразличимости фотонов, а при низких значениях – вследствие снижения амплитуды сигнала по отношению к уровню шума.

1.7 Выводы к Главе 1

Мы рассмотрели основные типы твердотельных квантовых оптических систем, состоящих из КТ и МР, а также методы контроля их физических свойств и управления состоянием населяющих их экситонов и фотонов. Несмотря на сравнительно небольшой период активного изучения гибридных КТ-систем, составляющий не более десяти лет, к настоящему времени накоплен солидный практический опыт работы с ними и проанализирован значительный объем результатов, полученных в ходе их экспериментальных и теоретических исследований. Как было показано, уравнения, описывающие динамику этих систем, имеют много общего с математическим аппаратом, который уже в течение полувека активно применяется в атомной оптике. Вместе с тем, главное различие между атомными и твердотельными квантовыми объектами состоит в гораздо более сильном взаимодействии последних с фоновым окружением. Поэтому одной из первостепенных задач, стоящих перед исследователями, является корректная адаптация существующих «атомных» схем для более сложных систем типа «КТ + ФМ».

Мы увидели, что компромиссный подход, учитывающий структуру фононного резервуара, но игнорирующий его память, позволяет получить приемлемое описание системы «КТ + ФМ» и добиться количественного согласования экспериментальных данных и предсказаний теоретических моделей. Отметим, что практически все результаты касаются простейших двухуровневых КТ, помещенных в одномодовые МР. Можно ожидать, что усложнение модели (например, связанное с рассмотрением двойных КТ) приведет к открытию новых, возможно, более тонких и важных в практическом отношении эффектов. В плане развития управляющей и измерительной техники, обслуживающей эксперимент, определенный прогресс может быть достигнут благодаря дальнейшему совершенствованию однофотонных источников и фотодетекторов, а также внедрению стабильных лазеров и высокочастотных резонаторов и волноводов. Мы рассмотрели различные способы управления эмиссионными спектрами МР и КТ, наиболее часто применяемые в экспериментальных исследованиях таких систем. С их помощью удастся настроить частоты КТ и МР в резонанс и изучать характерные свойства гибридной системы в режимах сильного и слабого взаимодействия.

Поскольку главная цель обзора, помимо краткого знакомства читателя с данным разделом современной твердотельной оптики, состоит в обсуждении возможностей применения КТ-систем в квантовой информатике, мы ограничились экскурсом только в те области, которые имеют непосредственное отношение к обработке квантовой информации. Как и для КТ вне МР, здесь также можно выделить три главных направления развития теории, эксперимента и дизайна приборов, ориентированных на создание полноценного квантового компьютера. Эти

направления отличаются друг от друга по принципу кодирования информации: в экситонные, спиновые или фотонные состояния квантового чипа. Мы увидели, что уже высказано множество теоретических идей, обосновывающих потенциальную возможность той или иной реализации универсального набора квантовых вентилей, инициализации кубитов, хранения и считывания квантовой информации. При этом экспериментальное подтверждение правильности этих концепций пока еще находится на весьма низком уровне. Сейчас можно с уверенностью говорить только о некоторых успехах, связанных с демонстрацией двухкубитных операций. Вместе с тем, существующая технологическая база, аккумулировавшая в себя многие открытия и перспективные наработки микро- и нанoeлектроники, уже ориентирована на создание полномасштабных твердотельных квантовых чипов, регистров и компьютеров. Этот факт позволяет говорить о значительном прорыве в данной области, который может произойти в ближайшие несколько лет.

ГЛАВА 2. ДВОЙНАЯ КВАНТОВАЯ ТОЧКА В РОЛИ ЗАРЯДОВОГО КУБИТА С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ УПРАВЛЕНИЕМ

2.1. Однокубитные операции в медленно меняющемся электрическом поле

Мы начинаем наше знакомство с методами теоретического моделирования зарядовых кубитов на полупроводниковых КТ с изучения способов реализации основных квантовых операций в структуре, представленной парой одноуровневых туннельно-связанных полупроводниковых квантовых точек с одним электроном. Некоторые возможные варианты масштабируемой архитектуры твердотельного квантового компьютера, базирующегося на подобной геометрии зарядовых кубитов, были рассмотрены в работах [18], [32], [33].

Наша цель – выявить основные закономерности эволюции электронов в этих структурах под действием переменных внешних полей и рассмотреть различные способы кодировки квантовой информации. Используя приближение сильной связи для одно- и двухэлектронного гамильтонианов, мы получим аналитические решения уравнения Шредингера, описывающие когерентную динамику одного и двух кубитов, и покажем, что каждая квантовая операция определяется соответствующим набором амплитуд и длительностей электрических импульсов, подаваемых на затворы. Известно, что когерентность квантовой эволюции кубита обеспечивается за счет изоляции логического подпространства состояний системы от окружения, представленного, в том числе, и теми состояниями системы, которые не используются для организации квантовых вычислений. Влияние внешних степеней свободы, в частности, фотонного и фононного резервуаров, а также зарядовых шумов, изучалось в работах [16] - [18], [32], [33]. Здесь мы рассматриваем квантовые ошибки, вызываемые внешними полями или/и обусловленные неидеальным контролем параметров системы. Как будет показано ниже, они могут существенно усложнить выполнение квантовых алгоритмов. Используемая нами модель позволяет продемонстрировать процесс обработки квантовой информации в присутствии источников паразитной эволюции и указать количественные критерии, которым должны удовлетворять и структура, и поле, чтобы минимизировать влияние подобных эффектов.

Мы рассматриваем модель зарядового кубита на основе одноэлектронной наноструктуры (рис. 2.1), состоящей из двух квантовых точек A и B , которые для простоты будем считать одинаковыми. Без ограничения общности, результаты, полученные в предположении, что ДКТ относится к типу электрически формируемых (см. раздел 1.2), могут быть применены и к кристаллической ДКТ, образованной по методу Странского-Крастанова.

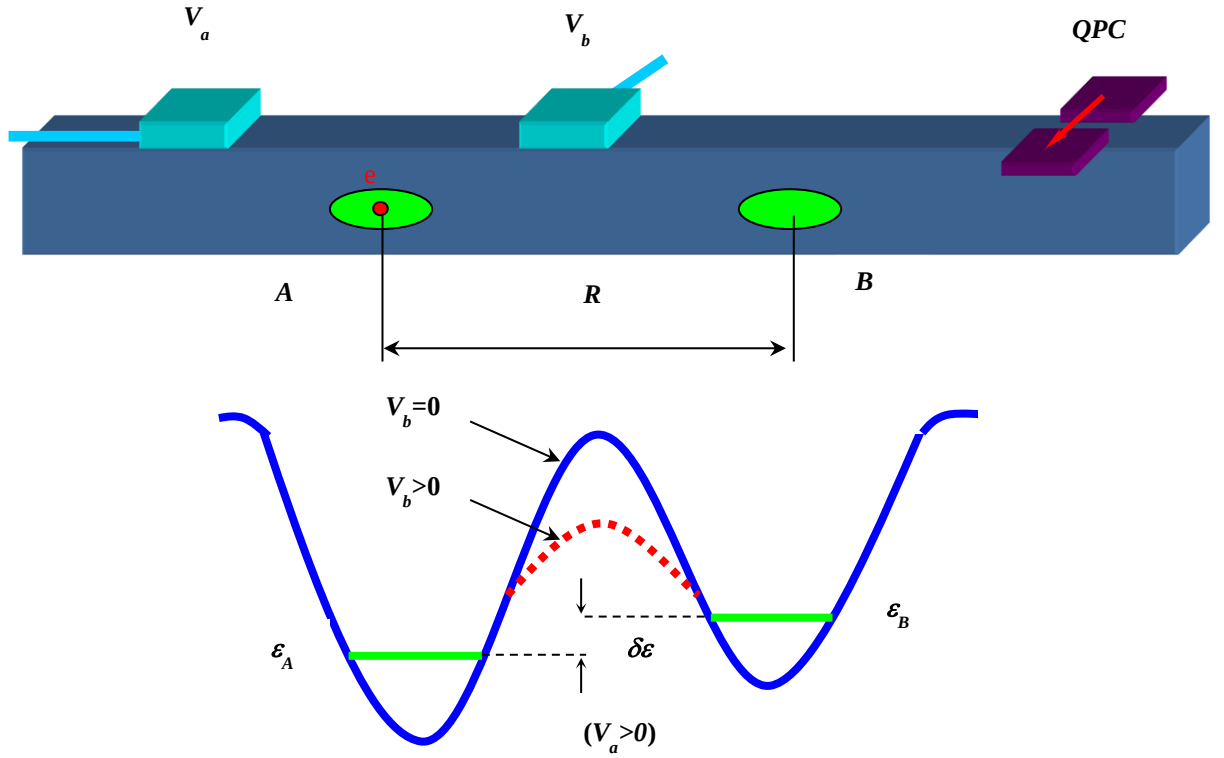


Рис. 2.1. Схема зарядового кубита, представленного наноструктурой из двух туннельно-связанных квантовых точек A и B. Энергетический спектр электрона контролируется при помощи электрических полей, подаваемых на затворы V_a и V_b . Квантовый точечный контакт QPC используется для считывания состояния кубита. Внизу: энергетическая диаграмма одноэлектронной наноструктуры. Показаны логические состояния кубита $|0\rangle$ и $|1\rangle$, представленные локализованными в точках A и B электронными орбиталями с энергиями ϵ_A и ϵ_B , соответственно. Сплошная линия изображает потенциальный рельеф структуры вдоль оси C, если напряжение на затворе V_b отсутствует, а пунктирная линия – если на затвор V_b подано положительное напряжение. Кроме того, поле затвора V_a создает разность энергий $\delta\epsilon = \epsilon_B - \epsilon_A$ логических состояний.

Мы предполагаем наличие двух основных орбитальных состояний электрона $|A\rangle$ и $|B\rangle$ с волновыми функциями $\Psi_A(\mathbf{r})$ и $\Psi_B(\mathbf{r})$, локализованными в отсутствие внешних полей в точках A и B, соответственно. Потенциальная энергия электрона может варьироваться посредством медленно меняющихся электрических полей $\mathbf{E}_a(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{E}_b(\mathbf{r}, t)$, создаваемых затворами V_a и V_b . Гамильтониан электрона в наноструктуре, изображенной на рис. 2.1, в координатном представлении имеет вид:

$$H_1(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + U_A(\mathbf{r}) + U_B(\mathbf{r}) + V_a(\mathbf{r}, t) + V_b(\mathbf{r}, t), \quad (2.1)$$

где $U_A(\mathbf{r}) \equiv U(\mathbf{r} - \mathbf{R}/2)$ и $U_B(\mathbf{r}) \equiv U(\mathbf{r} + \mathbf{R}/2)$ - потенциальная энергия электрона в квантовых точках A и B (R - расстояние между центрами точек), $V_a(\mathbf{r}, t) = -e\mathbf{E}_a(\mathbf{r}, t)\mathbf{r}$ и

$V_b(\mathbf{r}, t) = -e\mathbf{E}_b(\mathbf{r}, t)\mathbf{r}$ - потенциальные энергии электрона в электрических полях затворов V_a и V_b , $\hbar$ - постоянная Планка, m^* - эффективная масса электрона и $\mathbf{r}$ - радиус-вектор электрона.

Предполагая, что энергия размерного квантования $\tilde{\varepsilon}$ электрона в изолированной точке существенно больше, чем матричный элемент туннелирования $\tau \equiv \tau(t) = \langle A | H_1(\mathbf{r}, t) | B \rangle$ между основными состояниями точек $|A\rangle$ и $|B\rangle$, и чем вариации энергии $\delta\varepsilon \equiv \delta\varepsilon(t) = \langle A | V_a(\mathbf{r}, t) | A \rangle - \langle B | V_a(\mathbf{r}, t) | B \rangle$, обусловленные полем затвора V_a , можно воспользоваться приближением сильной связи для гамильтониана электрона, находящегося в одном из этих состояний (или же в их суперпозиции):

$$H_1 = \varepsilon_A |A\rangle\langle A| + \varepsilon_B |B\rangle\langle B| - \tau(|A\rangle\langle B| + |B\rangle\langle A|), \quad (2.2)$$

где $\varepsilon_A = \langle A | H_1(\mathbf{r}, t) | A \rangle$ и $\varepsilon_B = \langle B | H_1(\mathbf{r}, t) | B \rangle$ - энергии основных состояний $|A\rangle$ и $|B\rangle$ изолированных точек, причем $\varepsilon_A = \varepsilon_B + \delta\varepsilon$ (далее $\varepsilon_B \equiv \varepsilon$). Отметим, что двухуровневое приближение, использованное в выражении (2.2), применимо лишь для достаточно медленных и слабых полей (количественные критерии будут указаны ниже). Выберем в качестве логических состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ кубита основные состояния $|A\rangle$ и $|B\rangle$ электрона в квантовых точках A и B, соответственно. Вектор состояния электрона $|\Psi\rangle$ может быть представлен в виде разложения по состояниям $|A\rangle$ и $|B\rangle$:

$$|\Psi(t)\rangle = c_A(t)|A\rangle + c_B(t)|B\rangle. \quad (2.3)$$

Его эволюция определяется уравнением Шредингера

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = H_1 |\Psi\rangle \quad (2.4)$$

с гамильтонианом (2.2) или, в матричной форме,

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} c_A \\ c_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_A & -\tau \\ -\tau & \varepsilon_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_A \\ c_B \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

(здесь и далее $\hbar \equiv 1$). Введем фазовый угол $\varphi \equiv \varphi(t)$ с помощью выражений $\sin(\varphi) = \tau/\Omega$, $\cos(\varphi) = \delta\varepsilon/2\Omega$, где $\Omega \equiv \Omega(t) = \sqrt{\tau^2 + (\delta\varepsilon/2)^2}$ - частота Раби. Тогда собственные вектора $|+\rangle$ и $|-\rangle$ и соответствующие им собственные значения $\varepsilon_{\pm}$ матрицы гамильтониана H_1 в правой части уравнения (5) можно записать как

$$\begin{aligned} |+\rangle &= \cos(\varphi/2)|0\rangle - \sin(\varphi/2)|1\rangle, \\ |-\rangle &= \sin(\varphi/2)|0\rangle + \cos(\varphi/2)|1\rangle \end{aligned} \quad (2.6)$$

и $\varepsilon_{\pm} \equiv \varepsilon_{\pm}(t) = \varepsilon + \delta\varepsilon/2 \pm \Omega$. Используя унитарное преобразование

$$D_1(t) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi/2) & \sin(\varphi/2) \\ -\sin(\varphi/2) & \cos(\varphi/2) \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

диагонализующее матрицу гамильтониана, перейдем к базису $\{|+\rangle, |-\rangle\}$. Для этого подставим в уравнение (2.4) выражение $|\Psi(t)\rangle = D_1(t)|\Phi(t)\rangle$, связывающее вектор состояния электрона $|\Psi(t)\rangle$ в исходном (вычислительном) базисе $\{|A\rangle, |B\rangle\} \equiv \{|0\rangle, |1\rangle\}$ с вектором состояния электрона $|\Phi(t)\rangle = a_+(t)|+\rangle + a_-(t)|-\rangle$ в новом базисе $\{|+\rangle, |-\rangle\}$. Затем, умножая обе части уравнения (2.4) слева на $D_1^\dagger$, получим

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Phi\rangle = \left(D_1^\dagger H_1 D_1 - i D_1^\dagger \frac{\partial}{\partial t} D_1 \right) |\Phi\rangle \quad (2.8)$$

или, после некоторых преобразований, в матричной форме:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} a_+ \\ a_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_+ & \dot{\varphi}/2 \\ -\dot{\varphi}/2 & \varepsilon_- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_+ \\ a_- \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

$$\text{где } \dot{\varphi} = \sqrt{\left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\tau}{\Omega} \right) \right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta\varepsilon}{\Omega} \right) \right]^2}.$$

Если внешние поля меняются достаточно медленно, так что $|\dot{\varphi}| \ll |\varepsilon_{\pm}|$, то решение системы уравнений (2.9) может быть представлено в виде $a_{\pm}(t) = a_{\pm}(t_0) \exp \left[-i \int_{t_0}^t \varepsilon_{\pm}(t') dt' \right]$. Совершая обратное преобразование к исходному базису $\{|A\rangle, |B\rangle\}$, находим решение уравнения (2.4) в лабораторной системе:

$$|\Psi(t)\rangle = U_1 |\Psi(t_0)\rangle, \quad (2.10)$$

$$U_1 = D_1(t) \begin{pmatrix} e^{-i \int_{t_0}^t \varepsilon_+(t') dt'} & 0 \\ 0 & e^{-i \int_{t_0}^t \varepsilon_-(t') dt'} \end{pmatrix} D_1^\dagger(t_0) = e^{-i \left[\varepsilon t + \frac{1}{2} \int_{t_0}^t \delta\varepsilon(t') dt' \right]} \begin{pmatrix} u_{00} & u_{01} \\ u_{10} & u_{11} \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} u_{00} &= u_{11}^* = e^{-i\tilde{\Omega}(t)} \cos[\varphi(t)/2] \cos[\varphi(t_0)/2] + e^{i\tilde{\Omega}(t)} \sin[\varphi(t)/2] \sin[\varphi(t_0)/2], \\ u_{01} &= -u_{10}^* = -e^{-i\tilde{\Omega}(t)} \cos[\varphi(t)/2] \sin[\varphi(t_0)/2] + e^{i\tilde{\Omega}(t)} \sin[\varphi(t)/2] \cos[\varphi(t_0)/2], \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\text{и } \tilde{\Omega}(t) = \int_{t_0}^t \Omega(t') dt'.$$

Формулы (2.10) и (2.11) описывают произвольные вращения вектора состояния кубита по сфере Блоха и, в частности, однокубитные операции. Например, операция инверсии NOT или σ_x реализуется, если $\delta\varepsilon = 0$, $\varphi = \pi/2$ и $\tilde{\Omega}(T_n) = \pi/2 + \pi n$ ($n = 0, 1, \dots$), с точностью до общего фазового множителя $i(-1)^n \exp(-i\varepsilon T_n)$. Минимальное время T_0 , необходимое для осуществления операции NOT, определяется из условия $\tilde{\Omega}(T_0) = \int_{t_0}^{T_0} \tau(t') dt' = \pi/2$. Аналогично, для осуществления фазового сдвига на угол π (σ_z) следует положить $\tau = 0$, $\varphi = 0$ и $\tilde{\Omega}(T_0) = \int_{t_0}^{T_0} \delta\varepsilon(t')/2 dt' = \pi/2$. Вращение, соответствующее операции Адамара $H = (\sigma_x + \sigma_z)/\sqrt{2}$, достигается за счет следующего выбора параметров: $\tau = -\delta\varepsilon/2$, $\varphi = 3\pi/4$, и $\tilde{\Omega}(T_0) = \pi/2$. Таким образом, фундаментальные квантовые операции на кубите, представленном локализованными пространственно-разделенными одноэлектронными орбиталями двух квантовых точек, могут быть осуществлены при помощи надлежащего контроля за параметрами τ и $\delta\varepsilon$, определяемыми, в свою очередь, напряжениями на вспомогательных затворах V_b и V_a .

Мы предполагаем, что выбор временной зависимости внешнего поля гарантирует отсутствие туннельной связи между локализованными состояниями квантовых точек до и после выполнения квантовой операции. Если импульс напряжения на затворе V_b имеет прямоугольную форму, то есть $V_b(t) = V_{bm} [\theta(t) - \theta(t - T_0)]$ (V_{bm} - максимальное напряжение на затворе), то зависимость матричного элемента туннелирования от времени также аппроксимируется функцией $\tau(t) = \tau_m [\theta(t) - \theta(t - T_0)]$, где τ_m - его максимальная величина и $\theta(t)$ - функция Хэвисайда. Согласно результатам работы [33], где в качестве кубита рассматривалась однократно ионизированная пара донорных атомов фосфора в кремнии, для напряжений на центральном затворе $V_{bm} \sim 0.1 \div 1$ В время действия импульса, необходимое для реализации операции NOT, составляет $T_0 \sim 10^{-12}$ с, что соответствует $\tau_m \sim 10^{-3}$ эВ.

2.2. Идеальная двухкубитная операция CNOT

Используя те же предположения, что и в предыдущем пункте, исследуем когерентную динамику двух кубитов, расположенных так, что ось C , которая соединяет квантовые точки A и B , формирующие контролирующий кубит, проходит под прямым углом через центр оси $\tilde{C}$, соединяющей квантовые точки $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ контролируемого кубита (рис. 2.2).

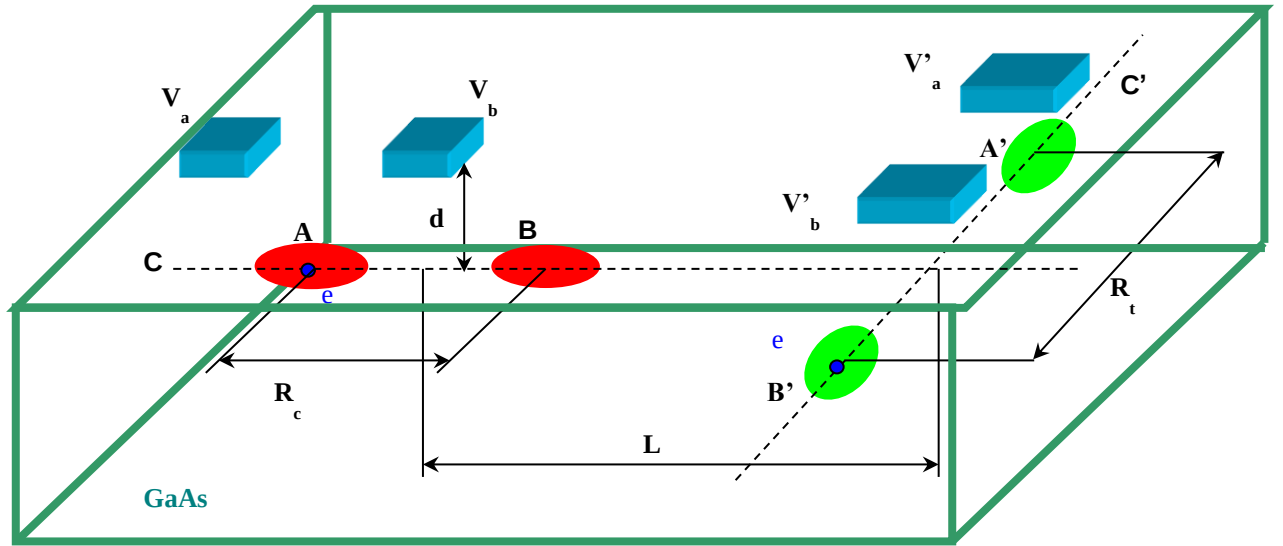


Рис. 2.2. Два зарядовых кубита, расположенных в виде T-образной структуры, в состоянии $|A\tilde{A}\rangle$ (присутствие электронов в точках A и $\tilde{B}$ обозначено при помощи закрашенных кружков). Контроль за эволюцией двухкубитной системы осуществляется посредством вариации напряжений на затворах $V_a, V_b, \tilde{V}_a, \tilde{V}_b$. Расстояние между квантовыми точками, формирующими кубит, равно R. Расстояние между центрами кубитов равно L. Здесь $d=40-60$ нм, $R_{c(t)}=10-20$ нм, $L=50-80$ нм, $V_{a(b)}=1-100$ мВ.

Подобная геометрия обеспечивает неэквивалентность влияния кубитов друг на друга и, как следствие, возможность организации условных квантовых операций. В этом случае матричный элемент туннелирования электрона между квантовыми точками $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ будет принимать разные значения в зависимости от того, в какой из точек контролирующего кубита локализуется его электрон. Если электрон находится в точке A, то высота потенциального барьера, разделяющего квантовые точки $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ контролируемого кубита, будет меньше, чем в случае, когда электрон находится в точке B и, следовательно, матричный элемент туннелирования электрона между точками $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ будет зависеть от состояния контролирующего кубита [18].

В координатном представлении гамильтониан двух взаимодействующих электронов, принадлежащих парам квантовых точек $\{A, B\}$ и $\{\tilde{A}, \tilde{B}\}$, имеет вид

$$H_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t) = H_1(\mathbf{r}_1, t) + H_1(\mathbf{r}_2, t) + W(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|), \quad (2.12)$$

где $W(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = e^2/|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ - энергия кулоновского взаимодействия между электронами, $\mathbf{r}_{1(2)}$ - радиус-вектор электрона, принадлежащего паре квантовых точек $\{A, B\}$ ($\{\tilde{A}, \tilde{B}\}$), e - заряд электрона. В приближении сильной связи гамильтониан записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
H_2 = & \varepsilon (|A\rangle\langle A| + |B\rangle\langle B| + |\tilde{A}\rangle\langle \tilde{A}| + |\tilde{B}\rangle\langle \tilde{B}|) + \tau (|A\rangle\langle B| + |B\rangle\langle A|) + \\
& + V (|A\tilde{A}\rangle\langle A\tilde{A}| + |A\tilde{B}\rangle\langle A\tilde{B}|) + U (|B\tilde{A}\rangle\langle B\tilde{A}| + |B\tilde{B}\rangle\langle B\tilde{B}|) + \\
& + \tau_A (|A\tilde{A}\rangle\langle A\tilde{B}| + |A\tilde{B}\rangle\langle A\tilde{A}|) + \tau_B (|B\tilde{A}\rangle\langle B\tilde{B}| + |B\tilde{B}\rangle\langle B\tilde{A}|),
\end{aligned} \tag{2.13}$$

где $V = \langle A\tilde{A}|W(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)|A\tilde{A}\rangle = \langle A\tilde{B}|W(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)|A\tilde{B}\rangle$ и $U = \langle B\tilde{A}|W(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)|B\tilde{A}\rangle = \langle B\tilde{B}|W(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)|B\tilde{B}\rangle$ ($U > V$; $|V|, |U| \leq \tilde{\varepsilon}$), $\tau_{A(B)}$ - матричный элемент туннелирования электрона между точками $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$, когда электрон контролирующего кубита локализован в точке A (B) ($\tau_A > \tau_B$), а напряжения на затворах V_a и $\tilde{V}_a$ равны нулю. Зависимость вектора состояния от времени задается уравнением Шредингера с гамильтонианом H_2 . Используя ту же процедуру, что и при решении уравнения (2.5), можно найти оператор эволюции двух взаимодействующих кубитов.

Так как гамильтониан (2.13) является инвариантным по отношению к перестановке индексов $\tilde{A} \rightleftharpoons \tilde{B}$ (инверсия относительно оси C), то его собственные вектора будут симметричными (антисимметричными) по отношению к этой перестановке и могут быть представлены в форме

$$|\Psi(t)\rangle = [c_A(t)|A\rangle + c_B(t)|B\rangle] \otimes |\pm\rangle, \quad |\pm\rangle = \frac{|\tilde{A}\rangle \pm |\tilde{B}\rangle}{\sqrt{2}} \tag{2.14}$$

с коэффициентами c_A и c_B , подлежащими определению. Используя выражения (2.13) и (2.14), находим собственные векторы $|k\rangle$ ($k=1-4$) матрицы гамильтониана H_2 :

$$\begin{aligned}
|1\rangle &= \left[\cos\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)|A\rangle + \sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)|B\rangle \right] \otimes |+\rangle, |2\rangle = \left[\sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)|A\rangle - \cos\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)|B\rangle \right] \otimes |+\rangle, \\
|3\rangle &= \left[\sin\left(\frac{\varphi_2}{2}\right)|A\rangle + \cos\left(\frac{\varphi_2}{2}\right)|B\rangle \right] \otimes |-\rangle, |4\rangle = \left[\cos\left(\frac{\varphi_2}{2}\right)|A\rangle - \sin\left(\frac{\varphi_2}{2}\right)|B\rangle \right] \otimes |-\rangle,
\end{aligned} \tag{2.15}$$

и соответствующие им собственные энергии ε_k ($k=1-4$):

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \varepsilon_0 - \tau_A - 2\omega_1 \sin^2(\varphi_1/2), \varepsilon_2 = \varepsilon_0 - \tau_A + 2\omega_1 \cos^2(\varphi_1/2), \\
\varepsilon_3 &= \varepsilon_0 + \tau_A - 2\omega_2 \cos^2(\varphi_2/2), \varepsilon_4 = \varepsilon_0 + \tau_A - 2\omega_2 \sin^2(\varphi_2/2),
\end{aligned} \tag{2.16}$$

где $\varepsilon_0 = 2\varepsilon + V$. Как и выше, мы ввели фазовые углы $\varphi_1 \equiv \varphi_1(t)$ и $\varphi_2 \equiv \varphi_2(t)$ согласно формулам

$$\sin(\varphi_m) = \tau/\omega_m, \quad \cos(\varphi_m) = \delta\varepsilon_m/\omega_m \quad \text{и} \quad \omega_m = \sqrt{\delta\varepsilon_m^2 + \tau^2} \quad (m=1,2), \tag{2.17}$$

где $\delta\varepsilon_1 = \Delta\tau + u$, $\delta\varepsilon_2 = \Delta\tau - u$ и $u = (U - V)/2$, $\Delta\tau = (\tau_A - \tau_B)/2$ (напомним, что $u > 0$ и $\Delta\tau > 0$).

Воспользовавшись унитарным преобразованием $D_2 \equiv D_2(t)$, столбцы матрицы которого суть транспонированные вектора (2.15), перейдем в представление собственных векторов

мгновенного базиса $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle\}$. Эволюция вектора состояния системы $|\Phi\rangle$ в этом базисе определяется из уравнения Шредингера, которое в матричном виде записывается следующим образом:

$$i \frac{\partial |\Phi\rangle}{\partial t} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ \lambda_1^* & \varepsilon_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 & \lambda_2 \\ 0 & 0 & \lambda_2^* & \varepsilon_4 \end{pmatrix} |\Phi\rangle, \quad (2.18)$$

где $\lambda_1 = -i\dot{\varphi}_1/2$, $\lambda_2 = i\dot{\varphi}_2/2$ и $\dot{\varphi}_1 = [\dot{\tau}\delta\varepsilon_1 - \tau\delta\dot{\varepsilon}_1]/\omega_1^2$, $\dot{\varphi}_2 = [\dot{\tau}\delta\varepsilon_2 + \tau\delta\dot{\varepsilon}_2]/\omega_2^2$. Нетрудно видеть, что уравнение (2.18) распадается на два уравнения, каждое из которых описывает независимую эволюцию подпространств $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ или $\{|3\rangle, |4\rangle\}$. Характер квантовой динамики этих двухуровневых систем определяется зависимостью от времени величин ε_k и эффективных коэффициентов взаимодействия λ_1 и λ_2 . Проанализируем решения уравнения (2.18) для различных ситуаций, полагая, что в начальный и конечный моменты времени матричный элемент туннелирования электрона между точками A и B первого кубита равен нулю: $\tau(t_0) = \tau(T) = 0$. Предположим также, что переменное внешнее поле может подаваться как на затвор V_b , так и на затвор $\tilde{V}_b$, то есть в общем случае и $\dot{\tau} \neq 0$, и $\dot{\tau}_{A(B)} \neq 0$.

Вначале мы рассмотрим наиболее простой случай, который соответствует адиабатической эволюции системы. Если напряжения на затворах изменяются достаточно медленно и $|\lambda_{1,2}| \ll \varepsilon_k$, то ее динамика в мгновенном базисе (2.15) определяется зависимостью диагональных матричных элементов ε_k от времени. Кроме того, мы предполагаем, что $\Delta\tau > u$. Тогда оператор эволюции U двух кубитов в лабораторном базисе $\{|A\tilde{A}\rangle, |A\tilde{B}\rangle, |B\tilde{A}\rangle, |B\tilde{B}\rangle\}$ может быть представлен в следующем виде:

$$|\Psi(t)\rangle = U |\Psi(t_0)\rangle, \quad U = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \\ U_3 & U_4 \end{pmatrix},$$

$$U_1 = e^{-i\Omega_1(t)} \cos(\varphi_1/2) R_+ + e^{-i\Omega_4(t)} \cos(\varphi_2/2) R_-, \quad U_2 = -e^{-i\Omega_2(t)} \sin(\varphi_1/2) R_+ + e^{-i\Omega_3(t)} \sin(\varphi_2/2) R_-, \quad (2.19)$$

$$U_3 = e^{-i\Omega_1(t)} \sin(\varphi_1/2) R_+ - e^{-i\Omega_4(t)} \sin(\varphi_2/2) R_-, \quad U_4 = e^{-i\Omega_2(t)} \cos(\varphi_1/2) R_+ + e^{-i\Omega_3(t)} \cos(\varphi_2/2) R_-,$$

где операторы $R_{\pm} = (\mathbf{1} \pm \sigma_x)/2$ вводятся через матрицы $\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, и

$\Omega_k(t) = \int_{t_0}^t \varepsilon_k(t') dt'$. Оператор эволюции для случая, когда $\Delta\tau < u$, получается из формул (2.19)

заменой φ_2 на $\varphi_2 - \pi$ и $\Omega_{3(4)}(t)$ на $\Omega_{4(3)}(t)$.

Предположим, что туннельная связь между квантовыми точками контролирующего кубита отсутствует, то есть $\tau(t) \equiv 0$ и $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, поскольку $\Delta\tau > u$. Данное условие является необходимым для организации квантового вентиля «контролируемое-НЕ» (CNOT), осуществляющего инверсию состояния контролируемого кубита, если контролирующий кубит находится в состоянии $|1\rangle \equiv |B\rangle$: $U_{\text{CNOT}} = |0\rangle\langle 0| \otimes \mathbf{1} + |1\rangle\langle 1| \otimes \sigma_x$. В этом случае $U_2 = U_3 = 0$, и оператор эволюции (2.19) вектора состояния двух кубитов запишется как

$$U = e^{-i\varepsilon_0 t} \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

$$A = \begin{pmatrix} \cos[\Omega_A(t)] & i \sin[\Omega_A(t)] \\ i \sin[\Omega_A(t)] & \cos[\Omega_A(t)] \end{pmatrix}, \quad B = e^{-iut} \begin{pmatrix} \cos[\Omega_B(t)] & i \sin[\Omega_B(t)] \\ i \sin[\Omega_B(t)] & \cos[\Omega_B(t)] \end{pmatrix},$$

где $\Omega_{A(B)}(t) = \int_{t_0}^t \tau_{A(B)}(t') dt'$. Отсюда видно, что операция CNOT реализуется при фиксированном произвольном состоянии контролирующего кубита, если параметры системы выбраны следующим образом:

$$\Omega_A(T) = 2\pi n, \quad \Omega_B(T) = \pi/2 + \pi m, \quad uT = \pi/2 + \pi k, \quad (2.21)$$

причем $m+k$ - четное число. Существенной деталью представленного алгоритма является соблюдение условия $\Delta\tau \neq 0$, так как только в этом случае рабиевские частоты $\Omega_A(t)$ и $\Omega_B(t)$ будут разными, что необходимо для удовлетворения первых двух равенств (2.21). Отметим, что выполнение последнего из равенств (2.21), содержащего разность кулоновских энергий u , также может корректироваться посредством варьирования напряжения на затворе V_a , создающего разность энергий $\delta\varepsilon$ основных состояний квантовых точек A и B . Возможность подобного контроля учитывается в формулах (2.21) с помощью замены u на $\tilde{u} = u + \delta\varepsilon$.

Нетрудно заметить, что собственные векторы (2.15) гамильтониана H_2 также могут быть выбраны в качестве логических состояний двух кубитов, а зависимость фазовых углов φ_1 и φ_2 от внешних полей будет определять эволюцию вектора состояния системы. Как видно из выражений (2.15), в лабораторном базисе ей отвечают переходы между состояниями $|A\rangle$ и $|B\rangle$ первого кубита. При этом внутренняя структура состояний $|+\rangle$ и $|-\rangle$ второго кубита не зависит от времени. Таким образом, роли кубитов, представленных парами точек $\{A, B\}$ и $\{\tilde{A}, \tilde{B}\}$, кардинально меняются. В самом деле, теперь в качестве логических состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ контролирующего кубита естественно взять состояния $|+\rangle$ и $|-\rangle$, тогда как логические

состояния контролируемого кубита можно представить состояниями $|A\rangle$ и $|B\rangle$ или их линейными комбинациями. Следует отметить, что именно симметрия, имеющая место в отсутствие напряжения на затворе $\tilde{V}_a$, позволяет выбрать логические состояния контролирующего кубита в виде симметричной и антисимметричной суперпозиций состояний $|\tilde{A}\rangle$ и $|\tilde{B}\rangle$. В этом случае выражения для матриц операторов, соответствующих тому или иному квантовому вентилю, находятся непосредственно из уравнения (2.18).

Согласно сделанному выше предположению, в начальный и конечный моменты времени $\tau = 0$, то есть $\sin(\varphi_{1,2}) = 0$ и, поскольку $\delta\epsilon_1 = \Delta\tau + \tilde{u} > 0$, фазовый угол φ_1 также равен нулю: $\varphi_1(t_0) = \varphi_1(T) = 0$. Величина же угла φ_2 в указанные моменты времени обуславливается знаком параметра $\delta\epsilon_2 = \Delta\tau - \tilde{u}$, а именно, $\varphi_2 = 0$, если $\delta\epsilon_2 > 0$ и $\varphi_2 = \pi$, если $\delta\epsilon_2 < 0$. Рассмотрим ситуацию, когда контроль над эволюцией системы осуществляется посредством вариации напряжений на затворе V_b , генерирующего туннельный импульс прямоугольной формы, и на затворе V_a , обеспечивающего линейную зависимость параметра асимметрии $\delta\epsilon_2$ от внешнего поля. Как следует из формул (2.17), при прохождении данного параметра через точку $\delta\epsilon_2 = 0$, когда $\tau \neq 0$, угол φ_2 достигает значения $\pi/2$, и $\cos(\varphi_2)$ проходит через нуль, меняя знак, тогда как в течение всей операции $\cos(\varphi_1) > 0$. Подобная неоднозначность зависимостей фазовых углов от внешних параметров может быть использована для организации условных двухкубитных операций. В самом деле, согласно выражениям (2.15), внутренняя структура состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ зависит от φ_1 и не меняется при указанном переходе ($|1\rangle = |A\rangle|+\rangle$ и $|2\rangle = -|B\rangle|+\rangle$ в начальный и конечный моменты времени), в то время как состояния $|3\rangle$ и $|4\rangle$, зависящие от фазового угла φ_2 , эволюционируют согласно схеме $|3\rangle \equiv |B\rangle|-\rangle \Leftrightarrow |A\rangle|-\rangle$, $|4\rangle \equiv |A\rangle|-\rangle \Leftrightarrow -|B\rangle|-\rangle$. Выбирая длительности импульсов напряжения на затворах V_a и V_b таким образом, чтобы скомпенсировать фазовые множители $\Omega_k(T) = \exp\left(-i \int_{t_0}^T \epsilon_k(t') dt'\right)$ в уравнении (2.19), мы получаем выражение для матрицы условной квантовой операции $U_{CNOT-PHASE} = \mathbf{1} \otimes |+\rangle\langle+| + (\sigma_x \sigma_z) \otimes |-\rangle\langle-|$, которая, как и операция CNOT, может быть использована для запутывания кубитов. Заметим, что для реализации предложенного только что квантового алгоритма разность матричных элементов туннелирования $\tau_A - \tau_B$ может, в принципе, равняться нулю. Данная ситуация будет

наблюдаться, если $R \ll L$ (L – расстояние между центрами кубитов). Необходимая условность здесь достигается за счет «естественной» асимметрии, вносимой разностью $u = (U - V)/2$ кулоновских энергий, и асимметрии $\delta\epsilon$, индуцируемой приложенным к затвору V_a напряжением. Подобная схема была предложена в работе [197] для организации квантовой операции CNOT, вентиля Тоффли, а также генерации белловских состояний в системе радиочастотных СКВИДов. Приведем результаты численных расчетов, иллюстрирующие описанный протокол и полученные для гиперболической зависимости от времени матричного элемента туннелирования $\tau(t) = \tau_0 \text{sech}(\alpha t)$.

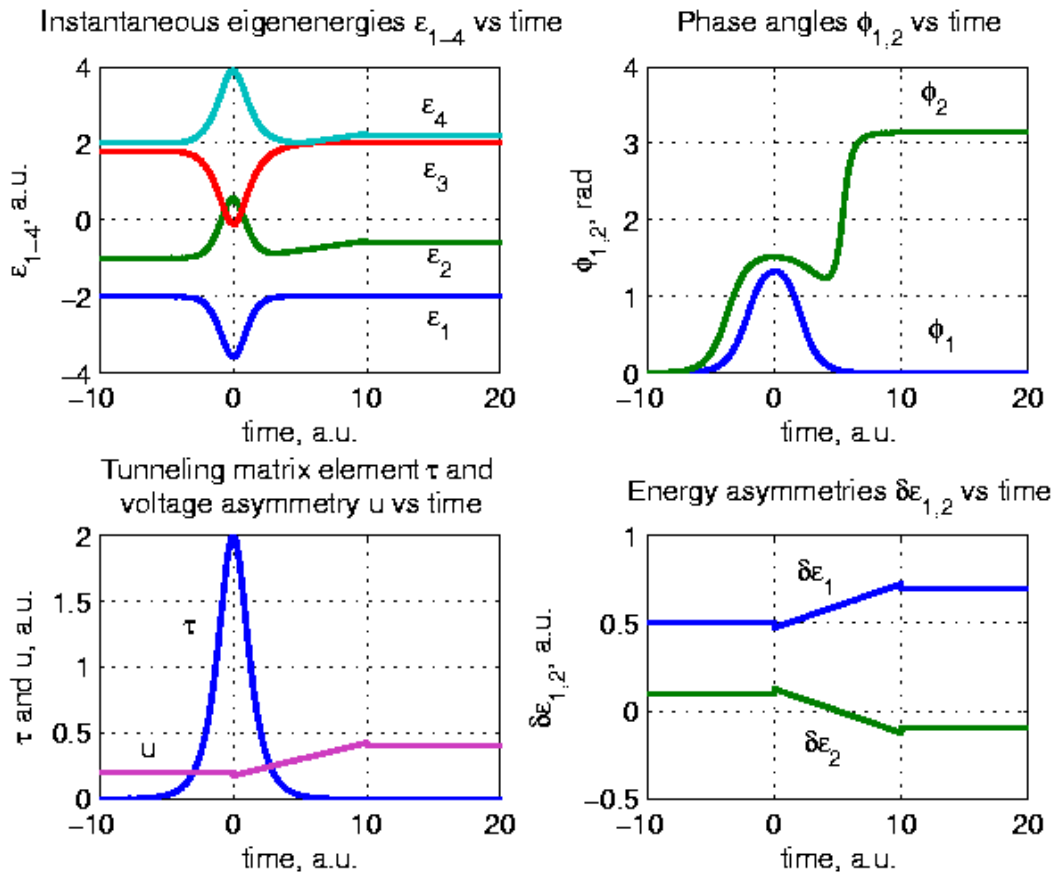


Рис. 2.3. Графики зависимостей от времени а) собственных энергий, б) фазовых углов, в) матричного элемента туннелирования и асимметрии напряжения, г) асимметрии энергий.

Следующий способ управления двухкубитной динамикой посредством внешних полей базируется на квантовых переходах между состояниями (2.15). Интенсивность этих переходов определяется недиагональными матричными элементами λ_1 и λ_2 в уравнении (2.18). Если на затвор V_b подается периодически изменяющееся с частотой ω напряжение, создающее в точке $\mathbf{r}_1$ поле с напряженностью $\mathbf{E}_b(\mathbf{r}_1, t) = \mathbf{E}_{bm}(\mathbf{r}_1, t) \sin(\omega t)$, то энергия взаимодействия электрона, принадлежащего паре квантовых точек $\{A, B\}$, с полем затвора равна

$V_b(\mathbf{r}_1, t) = -e\mathbf{r}_1\mathbf{E}_{bm}(\mathbf{r}_1, t)\sin(\omega t)$. Как следует из определения коэффициентов взаимодействия, $\lambda_m = -i\dot{\tau}\cos(\varphi_m)/2\omega_m$, $m=1, 2$, где $\dot{\tau} = \frac{\partial}{\partial t}\langle A|H_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t)|B\rangle \equiv \frac{\partial}{\partial t}\langle A|V_b(\mathbf{r}_1, t)|B\rangle$. Предполагая, что внешнее переменное поле достаточно слабое и однородное, то есть $\mathbf{E}_{bm}(\mathbf{r}_1, t) \approx \mathbf{E}_{bm}(t)$, и пренебрегая возможной модуляцией волновых функций $\Psi_A(\mathbf{r}_1)$ и $\Psi_B(\mathbf{r}_1)$ полем, можно представить производную по времени от матричного элемента туннелирования в виде $\dot{\tau} \approx \langle A|\frac{\partial}{\partial t}V_b(\mathbf{r}_1, t)|B\rangle = \omega\mathbf{E}_{bm}(t)\cos(\omega t)\langle A|-\mathbf{e}\mathbf{r}_1|B\rangle$.

Таким образом, $\lambda_m(t) = -i\frac{\omega}{\omega_m}\frac{\mathbf{E}_{bm}(t)\mathbf{d}_{AB}}{2}\cos(\varphi_m)\cos(\omega t)$, где $\mathbf{d}_{AB} = \langle A|-\mathbf{e}\mathbf{r}_1|B\rangle$ - матричный элемент дипольного перехода между состояниями $|A\rangle$ и $|B\rangle$. Если частота поля ω близка к разности энергий $\omega_{21} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ ($\omega_{43} = \varepsilon_4 - \varepsilon_3$), то будут иметь место резонансные переходы между состояниями мгновенного базиса $|1\rangle$ и $|2\rangle$ ($|3\rangle$ и $|4\rangle$) с рабиевской частотой порядка $\tilde{\lambda}_m(t) = \mathbf{E}_{bm}(t)\mathbf{d}_{AB}\cos(\varphi_m)/2$. Из выражения для $\tilde{\lambda}_m(t)$ видно, что выбор параметров $\tau \approx 0$ и $\delta\varepsilon_2 \approx 0$ (и, следовательно, $\varphi_1 \approx 0$ и $\varphi_2 \approx \pi/2$) оптимизирует рабиевскую частоту $\tilde{\lambda}_1$ переходов между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ и подавляет переходы между состояниями $|3\rangle$ и $|4\rangle$. Следует отметить, что данное условие может быть реализовано и при относительно высокой прозрачности барьеров, если асимметрия структуры также достаточно высока, то есть $\delta\varepsilon_1 \gg \tau$ и $\omega_{21} \approx \delta\varepsilon_1$. Взаимодействие между точками A и B осуществляется посредством не прямых резонансных переходов, чья интенсивность пропорциональна матричному элементу $d_{AB} \sim d_0\sqrt{\varepsilon/(W-\varepsilon)}\exp\left[-\sqrt{2m^*(W-\varepsilon)}R\right]$, где d_0 - матричный элемент прямого дипольного перехода между основным и первым возбужденным состояниями квантовой точки, W - высота барьера, разделяющего точки. Воспользовавшись резонансным приближением $(\omega_{21} - \omega_{43})/\omega_{21} \approx \Delta\tau/|\tilde{U} + \Delta\tau| \ll 1$ и рассматривая только переходы с частотой ω_{21} между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$, мы получаем следующее выражение для оператора эволюции в мгновенном базисе (2.15):

$$|\Phi(t)\rangle = \tilde{U}|\Phi(t_0)\rangle, \quad \tilde{U} = \begin{pmatrix} \tilde{A} & 0 \\ 0 & \tilde{B} \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} e^{-i\Omega_1(t)}\cos[\Omega(t)] & ie^{-i\Omega_1(t)}\sin[\Omega(t)] \\ ie^{-i\Omega_2(t)}\sin[\Omega(t)] & e^{-i\Omega_2(t)}\cos[\Omega(t)] \end{pmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} e^{-i\Omega_3(t)} & 0 \\ 0 & e^{-i\Omega_4(t)} \end{pmatrix},$$

тогда как в лабораторном базисе оператор эволюции имеет вид:

$$\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle &= U |\Psi(t_0)\rangle, \quad U = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \\ U_3 & U_4 \end{pmatrix}, \\
U_1 &= \left\{ e^{-i\Omega_1(t)} \cos(\varphi_1/2) \cos[\Omega(t)] + i e^{-i\Omega_2(t)} \sin(\varphi_1/2) \sin[\Omega(t)] \right\} R_+ + e^{-i\Omega_4(t)} \cos(\varphi_2/2) R_-, \\
U_2 &= -\left\{ e^{-i\Omega_2(t)} \sin(\varphi_1/2) \cos[\Omega(t)] + i e^{-i\Omega_1(t)} \cos(\varphi_1/2) \sin[\Omega(t)] \right\} R_+ + e^{-i\Omega_3(t)} \sin(\varphi_2/2) R_-, \\
U_3 &= \left\{ e^{-i\Omega_1(t)} \sin(\varphi_1/2) \cos[\Omega(t)] - i e^{-i\Omega_2(t)} \cos(\varphi_1/2) \sin[\Omega(t)] \right\} R_+ - e^{-i\Omega_4(t)} \sin(\varphi_2/2) R_-, \\
U_4 &= \left\{ e^{-i\Omega_2(t)} \cos(\varphi_1/2) \cos[\Omega(t)] - i e^{-i\Omega_1(t)} \sin(\varphi_1/2) \sin[\Omega(t)] \right\} R_+ + e^{-i\Omega_3(t)} \cos(\varphi_2/2) R_-,
\end{aligned} \tag{2.23}$$

где $\Omega(t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t \tilde{\lambda}_1(t') dt'$.

Из сравнения выражений (2.22) и (2.23) ясно видно преимущество выбора состояний (2.15) в качестве вычислительного базиса двух кубитов вместо состояний $\{|A\tilde{A}\rangle, |A\tilde{B}\rangle, |B\tilde{A}\rangle, |B\tilde{B}\rangle\}$ изолированных точек. Определим логические состояния контролирующего кубита как $|0\rangle \equiv |-\rangle, |1\rangle \equiv |+\rangle$. Если на затвор V_b подан импульс переменного напряжения с частотой $\omega = \omega_{21}$, вызывающий переходы $|1\rangle \rightleftharpoons |2\rangle$, то состояние контролируемого кубита инвертируется, когда $\Omega(T_n) = \pi/2 + \pi n$. Далее, выбирая величины $\Omega_k(T_n) - \Omega_1(T_n)$, $k = 2-4$ кратными 2π , мы получаем из формул (2.22) выражение для матрицы оператора эволюции системы, соответствующего квантовому вентилю CNOT.

Альтернативное управление динамикой переходов между состояниями двух кубитов может осуществляться путем наложения на структуру резонансного микроволнового поля. Источник микроволнового излучения является внешним по отношению к структуре, и энергия поля или рабиевская частота осцилляций электрона между точками может быть, в принципе, сопоставима с характерной энергией статического потенциала [198]. Другое преимущество, которое дает внешнее резонансное поле, заключается в возможности использования направления его вектора поляризации для дополнительного контроля над селективностью переходов.

2.3. Неидеальная двухкубитная операция CNOT

Как видно из полученных выше результатов, успешная реализация той или иной квантовой операции требует соблюдения определенных условий, накладываемых на систему. Например, схема квантового вентиля CNOT, представленная формулами (2.20) и (2.21), базируется на предположении, что $\tau = 0$, и состояние контролирующего кубита фиксировано. Если допустить, что это не так, то характер когерентной эволюции вектора состояния двух кубитов, определяемой уравнением (2.18), значительно усложняется. Рассмотрим «почти» идеальную

ситуацию, когда $\tau \ll u, \tau_A, \tau_B$. В этом случае операция CNOT реализуется тем же способом, что обсуждался выше, и точность воспроизведения данной операции равна

$$F(T) = \left| \langle \Psi(0) | U_{ideal}^\dagger(T) U(T) | \Psi(0) \rangle \right|^2 \approx 1 - 2 \frac{\tau^2}{\delta \varepsilon_2^2} + 8 \frac{\Delta \tau u \tau^2}{(\delta \varepsilon_1 \delta \varepsilon_2)^2} \cos^2 \left(\frac{\tau^2 u T}{\delta \varepsilon_1 \delta \varepsilon_2} \right). \quad (2.24)$$

Таким образом, вычислительная ошибка будет пропорциональна квадрату отношения матричного элемента туннелирования τ электрона между точками A и B к параметру $\delta \varepsilon_2$, и, как видно из формулы (2.24), величина этой ошибки ограничена в течение всей операции, так как система сохраняет когерентность в отсутствие взаимодействия с окружением. Согласно теории помехоустойчивых квантовых вычислений, точность воспроизведения должна превышать 0.9999, поэтому напряжения на затворах V_a и V_b следует выбирать так, чтобы $\tau / \delta \varepsilon_2 < 10^{-2}$.

Далее, двухуровневое приближение, которое мы использовали при выводе основных уравнений, перестает работать, если энергия электрона во внешнем поле становится сопоставимой с энергией размерного квантования $\tilde{\varepsilon}$ электрона в квантовой точке. В этом случае переходы между логическими состояниями и остальной частью спектра структуры приводят к дополнительным временным ограничениям на длительность квантовых операций. Подобная ситуация имеет место и для слабых, но быстроизменяющихся полей. Если внешнее возмущение накладывается на структуру так, что характерное время нарастания импульса t_g много меньше, чем обратная величина энергии размерного квантования $\tilde{\varepsilon}$, то в гамильтонианах H_1 и H_2 необходимо учитывать вклады от возбужденных состояний с энергиями, лежащими в интервале $(\varepsilon; \varepsilon + 1/t_g)$, $\varepsilon \approx \varepsilon_A \approx \varepsilon_B$. Что касается периодических полей, то корректный анализ динамики электрона в их присутствии требует рассмотрения тех состояний структуры, энергии которых принадлежат интервалу $(\varepsilon + \omega - 1/T, \varepsilon + \omega + 1/T)$, где ω - частота, а T - длительность импульса. Из сказанного следует, двухуровневое приближение может быть применено для описания эволюции зарядового кубита, если параметры структуры и внешнего поля удовлетворяют следующим неравенствам:

$$\max(\tau, \tau_{A(B)}, \delta \varepsilon, \omega_{21}, \omega_{43}, t_g^{-1}, T^{-1}) \ll \tilde{\varepsilon}. \quad (2.25)$$

Кроме того, необходимо учитывать ограничения на параметры системы, продиктованные требованием минимизации влияния процессов потери когерентности на ход квантовых вычислений. К их числу относятся тепловое возбуждение электронов, взаимодействие кубита с фононным и фотонным резервуарами и внешними шумами, электрон-дырочная рекомбинация и т.д. При достаточно низких температурах, высокой степени чистоты материала, а также

правильно выбранной геометрии структуры, эти эффекты могут быть в значительной степени подавлены.

Другим фактором, который способен негативно влиять на точность выполнения квантовых операций и особенно на хранение квантовой информации, является неконтролируемая эволюция зарядового кубита во внешних полях (например, действующих на соседние кубиты) с участием возбужденных одноэлектронных состояний структуры, лежащих вблизи края потенциального барьера, и даже состояний континуума. Принято считать, что данный источник ошибок не представляет серьезной угрозы для реализации квантовых алгоритмов, если условия (2.25) выполнены, поскольку тогда вероятность возбуждения электрона в какое-либо из этих состояний под действием квазистатического поля пропорциональна квадрату отношения матричного элемента оптического дипольного перехода к частоте данного перехода. Нетрудно показать, что для квантовых точек на основе GaAs с характерными размерами $a \sim 1 \div 20$ нм и энергией потенциального барьера порядка нескольких десятков миллиэлектронвольт, находящихся во внешнем электрическом поле с напряженностью $|E| \leq 10^3$ В/см, вероятность возбуждения электрона будет меньше, чем 10^{-4} , что подразумевает возможность применения алгоритмов квантовой коррекции ошибок. Тем не менее, паразитная эволюция кубита, обусловленная обменом населенностями между логическими состояниями, может иметь место и в отсутствие возбуждения делокализованных состояний. Суть этого эффекта состоит в том, что данные состояния играют роль транспортных каналов, которые связывают локализованные в квантовых точках логические состояния посредством виртуальных переходов. Поскольку населенностью возбужденных уровней можно пренебречь, то вектор состояния электрона практически целиком находится в вычислительном подпространстве состояний системы: $|\Psi(t)\rangle \approx c_A(t)|A\rangle + c_B(t)|B\rangle$. Для симметричной структуры, имеющей вблизи края барьера два делокализованных состояния, которые образуются за счет гибридизации возбужденных уровней изолированных точек, и помещенной в однородное квазистатическое поле, матрица эволюции вектора состояния электрона имеет вид:

$$U_0 = e^{-i(\varepsilon - \lambda^2/\omega_{exc})t} \begin{pmatrix} \cos[\Omega_0(t)] & i \sin[\Omega_0(t)] \\ i \sin[\Omega_0(t)] & \cos[\Omega_0(t)] \end{pmatrix}, \quad \Omega_0(t) = \int_{t_0}^t \lambda^2 \tau_{exc} / \omega_{exc}^2 dt', \quad (2.26)$$

где τ_{exc} - матричный элемент туннелирования электрона между возбужденными состояниями точек, а ω_{exc} - энергия возбуждения. Из выражения (2.26) видно, что электрон, первоначально локализованный в основном состоянии $|A\rangle$ квантовой точки A, перейдет в основное состояние $|B\rangle$ квантовой точки B за время $T_0 \approx \pi \omega_{exc}^2 / 2 \lambda^2 \tau_{exc}$. Если напряженность поля есть $E \sim 10^3$ В/см,

а радиус квантовой точки $a \approx 10$ нм, то мы получаем оценку для энергии взаимодействия $\lambda \approx eEa \sim 10^{-4}$ эВ. Полагая $\tau_{exc} \sim 10^{-3}$ эВ и $\omega_{exc} \sim 10^{-2}$ эВ, находим, что время инвертирования кубита в постоянном электрическом поле в отсутствие прямого туннельного взаимодействия между логическими состояниями составляет $T_0 \sim 10^{-8}$ с. Оно значительно превышает время выполнения квантовой операции NOT ($\tau_{NOT} \sim 1 \div 10$ пс), представленной выражениями (2.10) и (2.11), и время потери квантовой когерентности за счет взаимодействия с акустическими фононами ($\tau_{ph} \sim 1$ нс). С другой стороны, T_0 гораздо меньше времени, необходимого для реализации полномасштабного квантового алгоритма. Следовательно, наряду с ограничениями (2.25) необходимо указать способы подавления и этого процесса. Согласно выражению (2.26), частота инвертирования Ω_0 пропорциональна матричному элементу τ_{exc} . Уменьшая его (например, путем подачи отрицательного напряжения на затвор V_b), можно существенно замедлить паразитную эволюцию кубита. Несмотря на то, что возбужденные уровни заселяются лишь виртуально, их роль в процессе переноса электрона ясно прослеживается из приведенного анализа. Во-вторых, как можно видеть из выражения (2.26), состояния $(|A\rangle \pm |B\rangle)/\sqrt{2}$ являются инвариантными по отношению к действию на них оператора U_0 . Таким образом, выбирая логические состояния в виде симметричной и антисимметричной суперпозиций состояний $|A\rangle$ и $|B\rangle$, можно обеспечить надежную изоляцию квантовой информации от внешнего поля и, как мы уже отмечали, этот выбор является естественным для нашей структуры, поскольку он обуславливается ее симметрией.

При использовании резонансного управляющего поля, главным источником вычислительных ошибок является неточность настройки частоты поля в резонанс с одним из переходов между логическими состояниями (в нашем случае – между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$). Вероятность паразитной эволюции, обусловленной генерацией переходов $|3\rangle \rightleftharpoons |4\rangle$, пропорциональна отношению $(\omega_{43} - \omega_{21})^2 / \omega_{21}^2$ и минимизируется, если $\tilde{y} \gg \Delta\tau$. С другой стороны, выбирая юстирующие напряжения таким образом, чтобы $\delta\epsilon_2 = 0$ в течение всего времени действия резонансного импульса, мы получаем $\lambda_2 \equiv 0$. Это значит, что состояния $|3\rangle$ и $|4\rangle$ являются, согласно принятой в квантовой оптике терминологии, «темными» состояниями, каждое из которых изолировано от остальных состояний мгновенного базиса, и не эволюционирует. Данные состояния формируют подпространство, свободное от потери когерентности, и квантовая информация, закодированная с их помощью, будет сохраняться

даже при наложении сильных полей. Таким образом, используя те преимущества, которые дает симметрия структуры, обуславливающая тот или иной выбор логических состояний двухкубитной системы, и выбирая соответственно параметры управляющего внешнего поля, можно в значительной степени увеличить надежность выполнения квантовых операций и хранения квантовой информации.

2.4. Выводы к Главе 2

В данной Главе теоретически исследована возможность использования одноэлектронной симметричной наноструктуры, состоящей из двух квантовых точек, в качестве квантового бита. Одноэлектронные орбитали, локализованные в квантовых точках, а также их линейные комбинации, служат для кодирования квантовой информации. Управление эволюцией системы предполагается осуществлять при помощи внешних электрических полей (как сильных квазистатических, так и слабых переменных), прикладываемых к затворам. В отличие от работ, в которых данная структура рассматривалась с позиций минимизации эффектов, связанных с потерей когерентности кубита, мы, в первую очередь, акцентировали внимание на когерентной динамике и нахождению аналитических выражений для матриц операторов, соответствующих основным одно- и двухкубитным квантовым вентилям.

Помимо условий, которым должны удовлетворять параметры структуры и внешнего поля, чтобы эволюция системы отвечала той или иной операции, мы указали также и критерии оптимизации точности воспроизведения квантовых операций. Как мы увидели, существуют несколько вариантов реализации нетривиальных квантовых операций, базирующихся на разных способах выбора логических состояний двух кубитов, и наиболее оптимальными из них являются те, что используют собственные состояния гамильтониана структуры. Предложенный метод запутывания зарядовых кубитов может быть применен и для запутывания спиновых кубитов, когда зарядовые степени свободы играют вспомогательную роль, а также для организации квантовых вычислений по схеме “one way”.

ГЛАВА 3. ДВОЙНАЯ КВАНТОВАЯ ТОЧКА В РОЛИ ЗАРЯДОВОГО КУБИТА С ЛАЗЕРНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

3.1. Принцип оптического переноса электрона между квантовыми точками

В последние годы резко возрос интерес к изучению свойств полупроводниковых наноструктур, таких как квантовые ямы (КЯ) и КТ [199-203], помещенные во внешние поля. Для дальнейшей миниатюризации базовых элементов полупроводниковых приборов требуется глубокое понимание физических процессов, протекающих в подобных структурах. В предыдущей Главе мы познакомились с наноструктурой, сформированной из двух ДКТ, параметры которых контролируются электростатическим полем металлических затворов. Другим способом управления КТ является взаимодействие электронов с высокочастотным электромагнитным полем. Это взаимодействие лежит в основе принципов работы квантовых каскадных лазеров [204], резонансно-туннельных диодов [205], некоторых моделей квантовых компьютеров и т.д. Теоретически предсказан ряд совершенно новых эффектов, имеющих место при воздействии лазерного излучения на квантовые ямы и квантовые точки. К их числу относятся, например, локализация электрона в одной из ям двухямной структуры [206], генерация единичного фотона квантовой точкой [207] и т.д. В работе [22] было предложено использовать лазерный импульс для "транспортировки" электрона между двумя удаленными друг от друга квантовыми точками. Суть этого эффекта состоит в следующем. Электрон, находящийся первоначально на нижнем размерно-квантованном уровне энергии в зоне проводимости одной из квантовых точек (локализованный в этой квантовой точке), резонансно взаимодействует с полем лазера, переводящим электрон в возбужденное состояние. Если энергия возбужденного состояния близка к вершине потенциального барьера, разделяющего квантовые точки (см. рис. 3.1), то электрон становится делокализованным между квантовыми точками. В таком состоянии амплитуды вероятности нахождения электрона в первой и второй квантовых точках одинаковы, поэтому под действием того же самого лазерного импульса электрон может перейти на нижний размерно-квантованный уровень энергии другой квантовой точки (и остаться там после прекращения действия импульса). Таким образом, возбужденный уровень является для электрона "транспортным". Как показано в [22] на примере простой модельной задачи о двух *одинаковых* квантовых точках, параметры лазерного импульса (частота, длительность, интенсивность) могут быть подобраны так, что вероятность перехода электрона из одной квантовой точки в другую будет в точности равна единице. Этот эффект было предложено, в частности, использовать для конструирования квантовых вычислительных устройств на основе полупроводниковых наноструктур [22, 23]. Заметим, однако, что на современном технологическом уровне представляется практически невозможным изготовить

две абсолютно идентичные квантовые точки [208]. Поэтому стоит вопрос о том, насколько существенно различие геометрических характеристик квантовых точек для эффекта резонансного перехода электрона между ними.

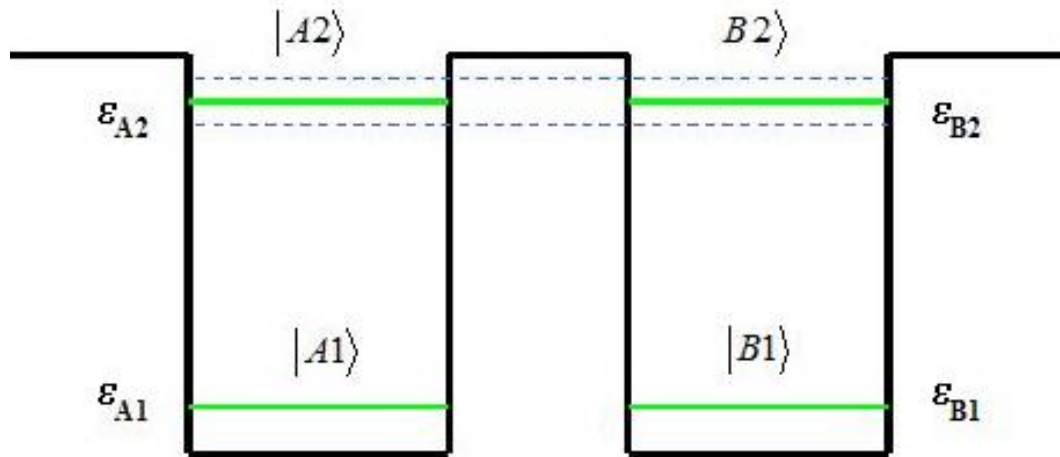


Рис. 3.1. Схема энергетических уровней наноструктуры, состоящей из двух квантовых точек (A и B). Здесь ε_{A1} , ε_{A2} , ε_{B1} , ε_{B2} — энергии основных и возбужденных размерно-квантованных уровней энергии электрона в изолированных квантовых точках. Пунктиром отмечены энергии делокализованных между квантовыми точками состояний, образующихся за счет эффекта туннелирования.

3.2. Когерентная динамика электрона в двойной асимметричной квантовой точке

Мы рассматриваем две квантовые точки (A и B), каждая из которых, будучи изолированной, имеет в зоне проводимости как минимум два размерно-квантованных уровня с энергиями ε_{Ai} и ε_{Bi} ($i = 1$ или 2 — номер уровня), см. рис. 3.1. При достаточно большом расстоянии между квантовыми точками и/или достаточно большой высоте разделяющего их барьера волновые функции основных состояний обеих квантовых точек $\varphi_{A1}(\mathbf{r})$ и $\varphi_{B1}(\mathbf{r})$ сильно локализованы в пределах соответствующей квантовой точки и слабо перекрываются друг с другом. Поэтому матричный элемент V туннелирования электрона между состояниями $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$ экспоненциально мал, и электрон, помещенный первоначально в одну из квантовых точек, будет оставаться в ней в течение макроскопического времени $\tau \sim 1/V$ (здесь и далее постоянная Планка $\hbar = 1$).

Возбужденные состояния $|A2\rangle$ и $|B2\rangle$ мы выбираем таким образом, чтобы их энергии ε_{A2} и ε_{B2} были близки к вершине потенциального барьера, разделяющего квантовые точки. Тогда матричный элемент туннелирования электрона между этими уровнями будет большим, что приведет к сильной гибридизации состояний $|A2\rangle$ и $|B2\rangle$, то есть к возникновению двух (связывающего и антисвязывающего) делокализованных между квантовыми точками состояний.

Перенумеруем рассмотренные уровни в порядке возрастания их энергии: $|1\rangle=|A1\rangle$ и $|2\rangle=|B1\rangle$ – локализованные состояния; $|3\rangle$ и $|4\rangle$ – делокализованные состояния. Так как ниже будет использовано резонансное (по полю) приближение, то мы пренебрегаем возможным наличием в квантовых точках других размерно-квантованных уровней, энергии которых существенно отличаются от $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ (и, соответственно, "пропускаем" эти уровни при нумерации, оставляя только те четыре уровня, которые находятся в резонансе или близко к нему).

При наличии электромагнитного поля гамильтониан электрона, с учетом сделанных замечаний, имеет вид:

$$\hat{H}(t) = \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i \hat{a}_i^+ \hat{a}_i + (e/m^*c) \mathbf{A}(t) (\mathbf{p}_{31} \hat{a}_3^+ \hat{a}_1 + \mathbf{p}_{32} \hat{a}_3^+ \hat{a}_2 + \mathbf{p}_{41} \hat{a}_4^+ \hat{a}_1 + \mathbf{p}_{42} \hat{a}_4^+ \hat{a}_2 + \text{h.c.}), \quad (3.1)$$

где $\hat{a}_i^+ (\hat{a}_i)$ – операторы рождения (уничтожения) электрона в соответствующих состояниях; $\mathbf{p}_{ij} = \langle i | \hat{\mathbf{p}} | j \rangle$ – матричные элементы оператора импульса; $\mathbf{A}(t)$ – вектор-потенциал (мы используем лоренцевскую калибровку с нулевым скалярным потенциалом и пренебрегаем слагаемым, квадратичным по вектор-потенциалу).

Пусть частота импульса ω близка к резонансной частоте $\omega_r = \varepsilon_3 - \varepsilon_1$, равной разности энергий одного из возбужденных уровней (для определенности выберем уровень $|3\rangle$) и основного состояния $|1\rangle$ квантовой точки А, так что $|\delta| \ll \varepsilon_4 - \varepsilon_3$, где $\delta = \omega - \omega_r$ – отстройка от резонанса. При этом уровень $|3\rangle$ играет роль “транспортного” уровня. В резонансном приближении гамильтониан (3.1) принимает вид:

$$\hat{H}(t) = \varepsilon_1 \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \varepsilon_2 \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \varepsilon_3 \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 + \left\{ \frac{1}{2} \exp(-i\omega t) (\lambda_1 \hat{a}_3^+ \hat{a}_1 + \lambda_2 \hat{a}_3^+ \hat{a}_2) + \text{э.с.} \right\}, \quad (3.2)$$

где мы ввели обозначения $\lambda_1 = -(ie/m^*\omega) \mathbf{E}_0 \mathbf{p}_{31}$ и $\lambda_2 = -(ie/m^*\omega) \mathbf{E}_0 \mathbf{p}_{32}$, используя известную связь между вектор-потенциалом и напряженностью электрического поля с частотой ω и амплитудой $\mathbf{E}_0$.

Волновая функция электрона $\Psi(t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = \hat{H}(t) \Psi(t) \quad (3.3)$$

с гамильтонианом (3.2). Она может быть представлена в виде

$$\Psi(t) = \sum_{i=1}^3 A_i(t) \exp(-i\varepsilon_i t) |i\rangle. \quad (3.4)$$

В начальный момент времени $t = 0$ электрон локализован в основном состоянии квантовой точки А, то есть $A_1(0) = 1, A_2(0) = A_3(0) = 0$. Нас интересуют вероятности $p_i(t) = |A_i(t)|^2$ обнаружить электрон в состоянии $|i\rangle$ в момент времени t . При этом величины $p_1(t)$ и $p_2(t)$ представляют собой вероятности обнаружить электрон в *основном* состоянии квантовой точки А и В соответственно.

Перейдем в (3.3) к представлению $\Psi(t) = \hat{U}(t) \tilde{\Psi}(t)$, где унитарный оператор $\hat{U}(t)$ имеет вид $\hat{U}(t) = \exp\left[\frac{i\omega t}{2}(\hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 - \hat{a}_3^+ \hat{a}_3)\right]$, см. [209]. Волновая функция $\tilde{\Psi}(t)$ удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial \tilde{\Psi}(t)}{\partial t} = \hat{H} \tilde{\Psi}(t), \quad (3.5)$$

причем гамильтониан $\hat{H}$ не зависит от времени:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{U}^+(t) \hat{H}(t) \hat{U}(t) - i \hat{U}^+(t) \frac{\partial \hat{U}(t)}{\partial t} = \\ &= \left(\varepsilon_1 + \frac{\omega}{2}\right) \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \left(\varepsilon_2 + \frac{\omega}{2}\right) \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \left(\varepsilon_3 - \frac{\omega}{2}\right) \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 + \frac{1}{2}(\lambda_1 \hat{a}_3^+ \hat{a}_1 + \lambda_2 \hat{a}_3^+ \hat{a}_2 + \text{э.с.}), \end{aligned} \quad (3.6)$$

поэтому решение нестационарного уравнения (3.5) имеет вид:

$$\tilde{\Psi}(t) = \sum_{k=1}^3 B_k \exp(-i\tilde{\varepsilon}_k t) |\tilde{k}\rangle, \quad (3.7)$$

где $|\tilde{k}\rangle$ и $\tilde{\varepsilon}_k$ - собственные функции и собственные энергии стационарного уравнения Шредингера

$$\hat{H} |\tilde{k}\rangle = \tilde{\varepsilon}_k |\tilde{k}\rangle, \quad (3.8)$$

а коэффициенты B_k определяются из условия $\tilde{\Psi}(0) = \Psi(0) = |1\rangle$. Разлагая состояния $|\tilde{k}\rangle$ по состояниям $|i\rangle$, имеем

$$|\tilde{k}\rangle = \sum_{i=1}^3 C_{ki} |i\rangle. \quad (3.9)$$

Из (3.8) и (3.9) получим с учетом (3.6) систему уравнений для коэффициентов C_{ki} и уравнение на собственные значения $\tilde{\varepsilon}_k$:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 + \frac{\omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k & 0 & \frac{\lambda_1^*}{2} \\ 0 & \varepsilon_2 + \frac{\omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k & \frac{\lambda_2^*}{2} \\ \frac{\lambda_1}{2} & \frac{\lambda_2}{2} & \varepsilon_3 - \frac{\omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{k1} \\ C_{k2} \\ C_{k3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

$$\left(\varepsilon_1 + \frac{\omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k \right) \left(\left(\varepsilon_2 + \frac{\omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k \right) \left(\varepsilon_3 - \frac{\omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k \right) - \frac{|\lambda_2|^2}{4} \right) - \frac{|\lambda_1|^2}{4} \left(\varepsilon_2 + \frac{\omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k \right) = 0. \quad (3.11)$$

Используя (3.9), из (3.7) получим:

$$\tilde{\Psi}(t) = \sum_{i=1}^3 D_i(t) |i\rangle, \quad (3.12)$$

где

$$D_i(t) = \sum_{k=1}^3 B_k C_{ki} \exp(-i\tilde{\varepsilon}_k t), \quad (3.13)$$

а начальные условия имеют вид $D_i(0) = \delta_{1i}$. Искомые вероятности нахождения электрона на уровне $|i\rangle$ в момент времени t равны $p_i(t) = |D_i(t)|^2$, где $i = 1, 2, 3$.

В общем случае (при $|\lambda_1| \neq |\lambda_2|$ и $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$) выражения для вероятностей $p_i(t)$ имеют очень громоздкий вид. В частном случае $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ они выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} p_1(t) = 1 - \frac{2|\lambda_1|^2}{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2} f_1(t) + \left(\frac{2|\lambda_1|^2}{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2} \right)^2 f_2(t), \\ p_2(t) = \left(\frac{2|\lambda_1| \cdot |\lambda_2|}{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2} \right)^2 f_2(t), \\ p_3(t) = \frac{\lambda_1^2}{16\Omega_R^2} \sin^2(2\Omega_R t), \end{cases} \quad (3.14)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega_R &= \frac{1}{4} \sqrt{\delta^2 + |\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2}, \quad f_1(t) = 1 - \cos\left(\frac{\delta t}{2}\right) \cos(2\Omega_R t) - \frac{\delta}{4\omega_R} \sin\left(\frac{\delta t}{2}\right) (\sin 2\Omega_R t), \\ f_2(t) &= \sin^4(\Omega_R t) + \sin^2\left(\frac{\delta t}{4}\right) \cos(2\Omega_R t) + \frac{\delta^2}{64\omega_R^2} \sin^2(2\Omega_R t) - \frac{\delta}{8\omega_R} \sin\left(\frac{\delta t}{2}\right) \sin(2\Omega_R t). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Заметим, что при выборе уровня $|4\rangle$ в качестве “транспортного” наши результаты остаются в силе, за тем лишь отличием, что при этом $\lambda_1 = -(ie/m^*\omega)\mathbf{E}_0\mathbf{p}_{41}$, $\lambda_2 = -(ie/m^*\omega)\mathbf{E}_0\mathbf{p}_{42}$. При $\lambda_2 \rightarrow 0$ выражения (3.14) и (3.15) описывают осцилляции Раби между основным и возбужденным состоянием одной квантовой точки, и переходы между квантовыми точками отсутствуют. При $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ и $\lambda_1 = \lambda_2$ (одинаковые квантовые точки) получим из (3.14) и (3.15) результаты работы [22]. При этом $p_2(T) = 1$, если $\delta = 0$ и $\Omega_R T = \pi/2 + \pi n$, где $n \geq 0$ – целое число, то есть можно подобрать длительность импульса T так, чтобы электрон за время T с гарантией перешел из одной квантовой точки в другую.

Из (3.14) и (3.15) видно, что при $\lambda_1 \neq \lambda_2$ вероятность $p_2(t)$ всегда меньше единицы. Различие энергий ε_1 и ε_2 в неидентичных квантовых точках приводит к еще большему уменьшению максимума $p_2(t)$. Анализ показывает, что при $|\varepsilon_2 - \varepsilon_1|, \|\lambda_2 - \lambda_1\|, \delta \ll |\lambda_1|$ величина $p_2(T)$ достигает максимума

$$p_2^{\max} \approx 1 - \left[(|\lambda_2| - |\lambda_1|)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 + (\pi^2/8)(\delta + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/2)^2 \right] / |\lambda_1|^2 \quad (3.16)$$

при $T = \pi/2\Omega_R$, где

$$\Omega_R = \sqrt{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + (\delta + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2} / 4 \quad (3.17)$$

Чтобы выяснить, насколько эффект резонансного перехода электрона между квантовыми

точками чувствителен к различию их размеров, следует рассчитать величины ε_1 , ε_2 , λ_1 и λ_2 как функции геометрических характеристик квантовых точек. Для этого нужно найти энергетический спектр и волновые функции электрона в какой-либо конкретной модели наноструктуры, состоящей из двух квантовых точек. Ниже эта задача решена для квантовых точек, имеющих форму, близкую к кубической.

3.3. Энергетический спектр электрона в наноструктуре из двух “почти кубических” квантовых точек и матричные элементы электронных переходов

Рассмотрим следующую модель [16], см. рис. 3.2. Две квантовые точки (А и В) расположены вдоль оси x на расстоянии b друг от друга. Квантовая точка А имеет форму куба с длиной ребра a , а квантовая точка В – форму прямоугольного параллелепипеда с длиной ребра a по направлениям y , z и $a+\delta a$ по направлению x . Потенциальную энергию электрона $V(\mathbf{r})$ внутри квантовых точек мы принимаем за начало отсчета энергии. Квантовые точки окружены барьером, имеющим конечную высоту U в направлении x и равным бесконечности в направлениях y и z . Эффективную массу электрона m^* мы для простоты считаем одинаковой в квантовых точках и в барьере.

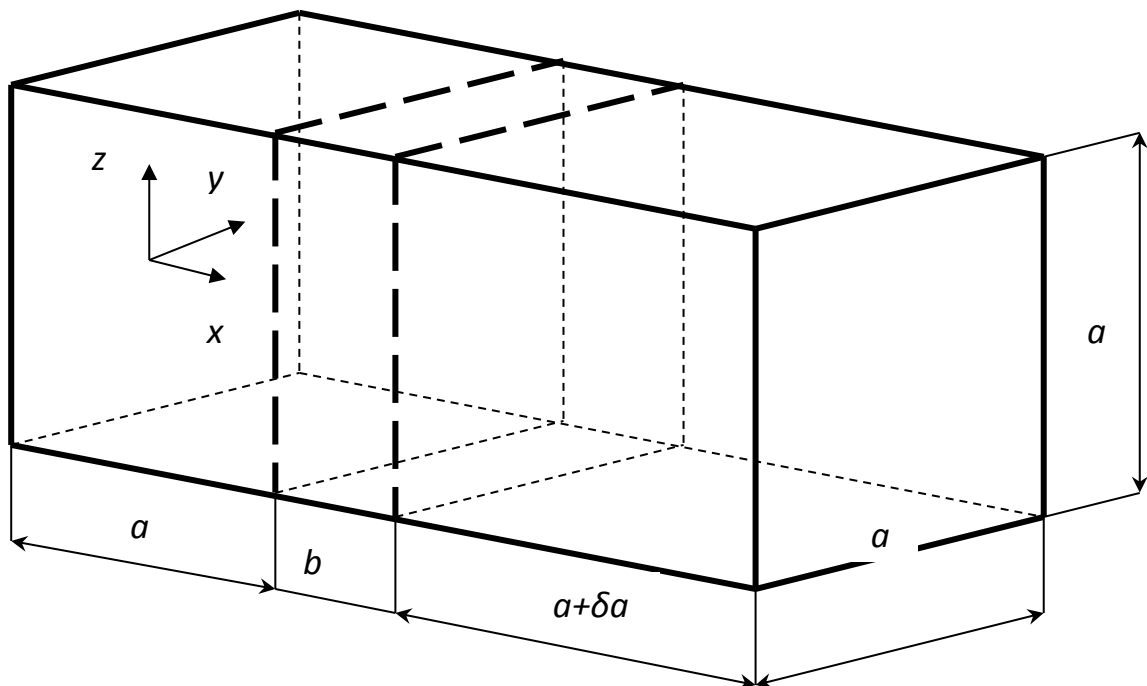


Рис. 3.2. Модель наноструктуры, состоящей из двух квантовых точек А и В, имеющих, соответственно, форму куба и прямоугольного параллелепипеда и разделенных барьером толщины b . Квантовая точка А занимает область пространства $0 < x < a$, $|y| < a/2$, $|z| < a/2$, а квантовая точка В – область пространства $a+b < x < 2a+\delta a+b$, $|y| < a/2$, $|z| < a/2$. Потенциальная энергия электрона $V(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} \in A$ и $\mathbf{r} \in B$; $V(\mathbf{r}) = U$ при $|y| < a/2$, $|z| < a/2$ и $x < 0$, $a < x < a+b$, $x > 2a+\delta a+b$; $V(\mathbf{r}) = +\infty$ при $|y| > a/2$, $|z| > a/2$.

В такой модели стационарное уравнение Шредингера допускает разделение переменных. Волновая функция имеет вид:

$$\Psi(x, y, z) = \frac{2}{a} \Psi(x) \cos\left(\frac{\pi n_2 y}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi n_3 z}{a}\right), \quad (3.18)$$

где $n_2 \geq 1$ и $n_3 \geq 1$ – целые числа. Собственные значения энергии равны

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \frac{\pi^2 n_2^2}{2m^* a^2} + \frac{\pi^2 n_3^2}{2m^* a^2}, \quad (3.19)$$

где величина ε_x определяется дисперсионным соотношением, которое следует из условий непрерывности волновой функции $\Psi(x)$ и ее производной (мы не приводим его здесь, поскольку оно имеет достаточно громоздкий вид). Таким образом, задача сводится к решению одномерного уравнения Шредингера.

Рассмотрим подзону, которой отвечают значения $n_2=1$ и $n_3=1$, см. (3.18) и (3.19). Примем величину $\pi^2/m^* a^2$ за новое начало отсчета энергии, тогда $\varepsilon = \varepsilon_x$. Будем считать, что линейные размеры квантовых точек А и В различаются незначительно, то есть $\delta a \ll a$, а расстояние b между ними и высота U разделяющего их барьера достаточно велики, так что выполняется условие $(2m^* b^2 U)^{1/2} \gg 1$, при котором волновые функции глубоких уровней квантовых точек перекрываются очень слабо. Далее мы будем полагать $b \gg a$. Найдем энергии ε_1 и ε_2 двух нижних (локализованных) уровней наноструктуры ($\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ll U$), а также близкие к вершине барьера энергии ε_3 и ε_4 делокализованных между квантовыми точками уровней ($U - \varepsilon_3 \ll U$, $U - \varepsilon_4 \ll U$), см. рис. 3.1.

Энергии ε_1 и ε_2 с большой точностью, а именно, экспоненциальной по параметру $(2m^* b^2 U)^{1/2} \gg 1$, совпадают с энергиями основных состояний изолированных квантовых точек ε_{A1} и ε_{B1} соответственно. Для вычисления вероятности и времени резонансного перехода электрона между квантовыми точками, см (3.16) и (3.17), нам понадобится знание разности $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$. При $\delta a / a \ll 1$ найдем

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \approx \frac{\delta a}{a} \cdot \frac{\xi^2}{m^* a^2} \cdot \frac{1}{1 + 2(2m^* a^2 U - \xi^2)^{-1/2}}, \quad (3.20)$$

где ξ – численный коэффициент в выражении $\varepsilon_1 = \xi^2 / 2m^* a^2$ для энергии основного состояния

изолированной квантовой ямы ширины a и глубины U . Он зависит от параметра ямы m^*a^2U и в каждом конкретном случае может быть найден из решения соответствующего дисперсионного уравнения (величина ξ увеличивается с ростом U от нуля при $U = 0$ до π при $U = \infty$).

Известно, что второй дискретный уровень в изолированной одномерной квантовой яме шириной a появляется при "критической" высоте потенциального барьера $U_c = \pi^2 / 2m^*a^2$. Расщепление этого уровня приводит к появлению в двухямной наноструктуре сначала третьего, а затем и четвертого уровней, делокализованных между квантовыми точками. Величина U_{c3} , при которой в наноструктуре появляется третий уровень энергии, зависит от значения параметра

$$\alpha = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{\delta a}{a} \cdot \frac{b}{a} \quad (3.21)$$

При $\alpha \ll 1$, что соответствует интересующему нас случаю близких по размерам (хотя, возможно, достаточно далеко удаленных друг от друга) квантовых точек, решение дисперсионного уравнения дает $U_{c3} \cong U_c (1 - \delta a / a)$. Подчеркнем, что величина U_{c3} отличается от "критического" значения U_c для одной квантовой ямы шириной $a + \delta a$. Это связано с тем, что при $\alpha \ll 1$ квантовые ямы нельзя считать изолированными.

Третий уровень в двухямной наноструктуре отвечает связывающему состоянию, образуемому при гибридизации волновых функций вторых уровней отдельных квантовых ям. Соответствующая ему волновая функция является почти симметричной относительно центра наноструктуры (строгая симметрия имеет место при $\delta a = 0$). При $U - U_{c3} \ll U_{c3}$ выражение для энергии третьего уровня имеет вид

$$\varepsilon_3 \cong U - \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{(U - U_{c3})^2}{U_c}, \quad (3.22)$$

что подтверждается численными расчетами. Дальнейшее увеличение U до значения $U_{c4} \cong U_c (1 + 4a / \pi^2 b)$ приводит к появлению в наноструктуре четвертого уровня, отвечающего антисвязывающему состоянию с почти антисимметричной относительно центра наноструктуры волновой функцией. Этот уровень нас пока не будет интересовать, поскольку в качестве "транспортного" мы выбираем третий уровень (результаты практически не меняются, если "транспортным" является четвертый уровень).

На рис. 3.3 изображены волновые функции трех рассматриваемых одноэлектронных

уровней для наноструктуры с параметрами $a = 20$ нм, $b = 80$ нм, $\delta a = 0.2$ нм, $(U - U_{c3})/U_c = 10^{-2}$. При этих параметрах $\varepsilon_1 \approx 0.350U$, $\varepsilon_2 \approx 0.354U$, $\varepsilon_3 \approx 0.9998U$. Мы не приводим аналитических выражений для волновых функций, которые имеют простой, но громоздкий вид.

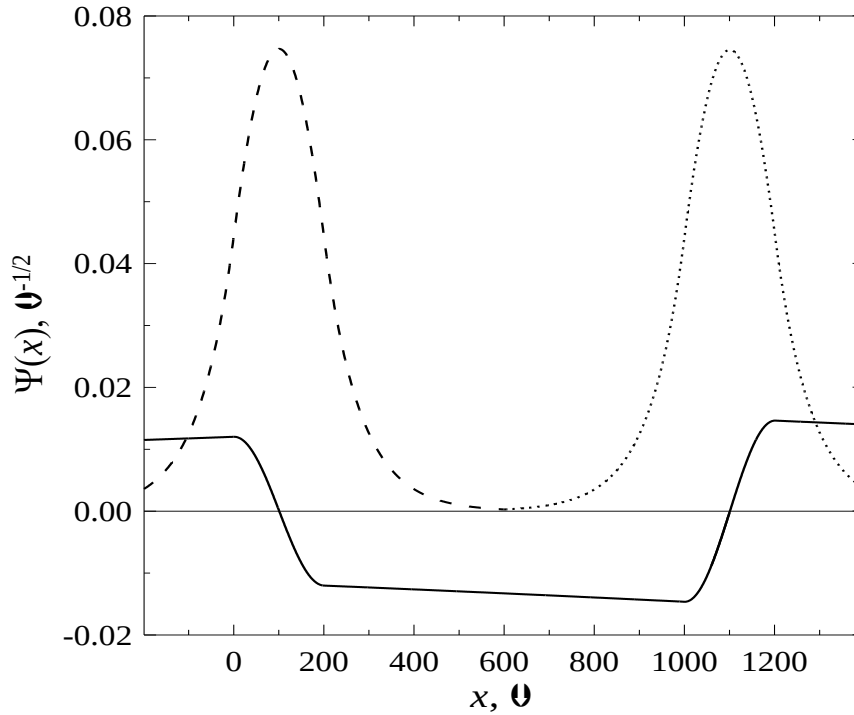


Рис. 3.3. Волновые функции электрона в системе из двух квантовых точек, см. рис. 3.1 и рис. 3.2. Параметры наноструктуры: $a = 20$ нм, $b = 80$ нм, $\delta a = 0.2$ нм, $(U - U_{c3})/U_c = 10^{-2}$, где $U_c = \pi^2 / 2m^* a^2$, $U_{c3} = U_c (1 - \delta a / a)$, см. текст. Пунктирная и штриховая линии – волновые функции двух нижних состояний, локализованных в одной из квантовых точек (первый и второй уровни энергии электрона в наноструктуре); сплошная линия – волновая функция состояния, делокализованного между квантовыми точками (третий уровень).

Зная волновые функции, легко вычислить матричные элементы λ_1 и λ_2 для электронных переходов $1 \leftrightarrow 3$ и $2 \leftrightarrow 3$ соответственно. Считая, что электрическое поле поляризовано вдоль оси x , то есть $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_x$, при $U - U_{c3} \ll U_c$ получим

$$\lambda_1 = \beta e a E_0 \sqrt{\frac{U - U_{c3}}{U_c}}, \quad \lambda_2 = -\lambda_1 (1 + \alpha), \quad (3.23)$$

где параметр $\alpha \ll 1$ определен нами выше, см. (3.21), а численный коэффициент β зависит от параметра ямы $m^* a^2 U$ и введенного выше коэффициента ξ . Для рассматриваемого нами случая $U \approx U_c$ (то есть $m^* a^2 U \approx \pi^2 / 2$) имеем $\xi \approx 1.85$. При этом $\beta \approx 0.94$, а выражение (3.20) для разности $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ можно записать в виде

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \gamma \frac{\delta a}{a} U_c, \quad (3.24)$$

где $\gamma \approx 0.39$. Численные расчеты показывают, что определяемое формулой (3.23) соотношение $(|\lambda_2| - |\lambda_1|)/|\lambda_1| = \alpha$ между матричными элементами λ_1 и λ_2 с хорошей точностью выполняется при $(U - U_{c3})/U_c \leq 0.1$. Увеличение $(U - U_{c3})/U_c$ до $0.2 \div 0.3$ ведет к увеличению различия между $|\lambda_1|$ и $|\lambda_2|$ до $(|\lambda_2| - |\lambda_1|)/|\lambda_1| = (2 \div 3)\alpha$, что связано с ростом асимметрии волновой функции третьего уровня из-за тенденции к ее локализации в более глубокой яме, см. рис. 3.4. Тем не менее при $\alpha \ll 1$ абсолютные значения λ_1 и λ_2 остаются близки друг к другу даже при $(U - U_{c3})/U_c \approx 0.5$.

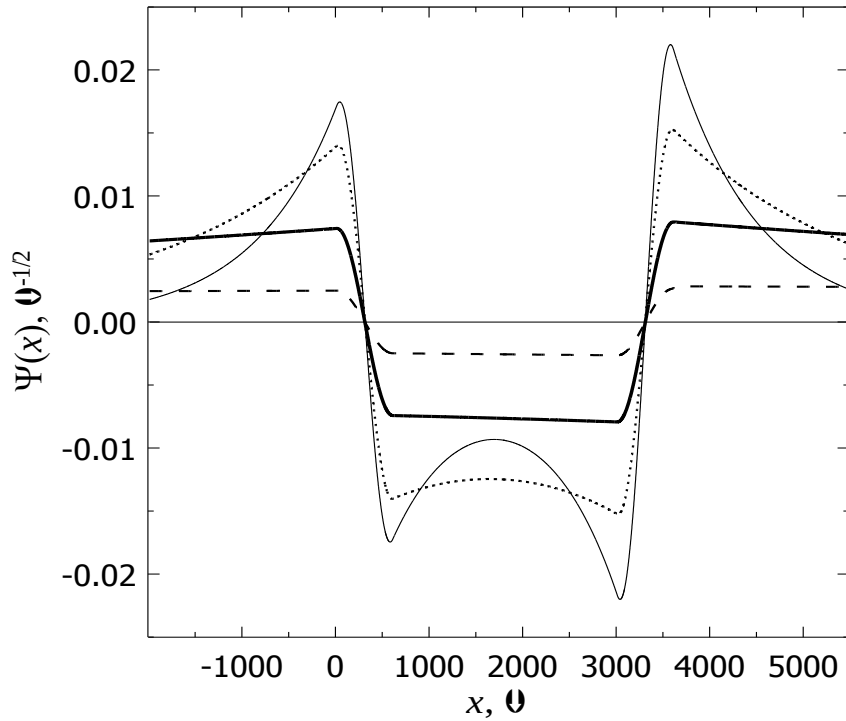


Рис. 3.4. Волновая функция третьего (“транспортного”) уровня электрона в системе из двух квантовых точек, см. рис. 3.1 и рис. 3.2. Параметры наноструктуры: $a = 60$ нм, $b = 240$ нм, $\delta a = 0.2$ нм, $(U - U_{c3})/U_c = 10^{-3}$ (штриховая линия), 10^{-2} (толстая сплошная линия), 10^{-1} (пунктирная линия), 0.3 (тонкая сплошная линия), где $U_c = \pi^2 / 2m^* a^2$, $U_{c3} = U_c (1 - \delta a / a)$, см. текст.

Заметим, что как из физических соображений, так и из формулы (3.16) следует возможность увеличения вероятности $p_2^{\max}$ перехода электрона между квантовыми точками за счет изменения резонансной частоты $\omega_r = \varepsilon_3 - \varepsilon_1 \rightarrow \omega'_r = \varepsilon_3 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$. При этом, с учетом (3.23), выражение (3.16) для $p_2^{\max}$ принимает вид

$$p_2^{\max} \cong 1 - \left[\alpha^2 + \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}{|\lambda_1|^2} \right], \quad (3.25)$$

а соответствующая продолжительность импульса T , см. (3.17), становится равной

$$T \cong 2\pi / \sqrt{2(1 + \alpha)|\lambda_1|^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}. \quad (3.26)$$

Теперь, после надлежащего выбора резонансной частоты, отличие $p_2^{\max}$ от единицы обусловлено только различием матричных элементов λ_1, λ_2 и энергий локализованных состояний $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, то есть в конечном счете – различием формы и/или размеров квантовых точек. В нашей модели это различие характеризуется величиной $\delta a / a$, см. рис. 3.2. Сравним вклады слагаемых α^2 и $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 / |\lambda_1|^2$ в выражении для $p_2^{\max}$. Оценим сначала величину параметра α , см. (3.21), при разумном выборе значений геометрических характеристик рассматриваемой наноструктуры. Будем считать, что размеры квантовых точек отличаются на $\delta a = 0.2$ нм, то есть на величину порядка толщины одного атомного слоя (“оптимистическая”, но в то же время близкая к реальности оценка). Тогда, например, для $a = 20$ нм и $b = 80$ нм получим $\alpha \approx 0.2$, то есть соответствующее слагаемое в (3.26) приводит к уменьшению $p_2^{\max}$ всего на 4%. Увеличение размера a квантовых точек и уменьшение расстояния b между ними ведет к уменьшению α и, соответственно, к росту $p_2^{\max}$.

Что касается слагаемого $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 / |\lambda_1|^2$ в (3.25), то условие $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll |\lambda_1|$ не является (наряду с условием $\alpha^2 \ll 1$) достаточным для резонансного перехода электрона. Дело в том, что электромагнитное поле действует на наноструктуру в течение *конечного* промежутка времени T и поэтому содержит гармоники в частотном диапазоне $\delta\omega \sim 1/T \sim |\lambda_1|$. Следовательно, необходимым условием справедливости резонансного приближения (3.2) является условие малости $\delta\omega$ по сравнению с разностью энергий $\Delta\varepsilon$ “транспортного” (в нашем случае – третьего) и ближайшего к нему уровня, $\delta\omega \ll \Delta\varepsilon$, то есть фактически условие $|\lambda_1| \ll \Delta\varepsilon$. При выполнении этого условия первый и второй уровни наноструктуры будут близки к резонансу только с “транспортным” (но не с каким-либо еще) уровнем. В результате мы приходим к двойному неравенству

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll |\lambda_1| \ll \Delta\varepsilon. \quad (3.27)$$

Подчеркнем, что величину $|\lambda_1|$ можно варьировать путем соответствующего изменения мощности импульса, см. (3.23), тогда как значения $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ и $\Delta\varepsilon$ определяются только

параметрами наноструктуры, которые должны быть таковы, чтобы выполнялось условие $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll \Delta\varepsilon$.

Величина $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ определяется формулой (3.24). Что касается величины $\Delta\varepsilon$, то при $U_{c3} < U < U_{c4}$ в наноструктуре имеется только один возбужденный делокализованный (близкий к краю барьера) уровень, ближайшим к которому являются состояния непрерывного спектра. При этом $\Delta\varepsilon = U - \varepsilon_3 \cong \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{(U - U_{c3})^2}{U_c}$, см. (3.22), то есть $\Delta\varepsilon$ увеличивается с ростом U . Если же $U > U_{c4}$, то ближайшим к третьему уровню является четвертый уровень с энергией ε_4 , так что $\Delta\varepsilon = \varepsilon_4 - \varepsilon_3$. При $U > U_{c4}$ разность $\varepsilon_4 - \varepsilon_3$ может как уменьшаться, так и увеличиваться с ростом U (в зависимости от конкретных значений a , b , δa , U). Но поскольку при больших U различие матричных элементов λ_1 и λ_2 становится весьма значительным, и вероятность $p_2^{\max}$ резонансного перехода электрона уменьшается, см. (3.16), то в качестве оптимальной высоты барьера можно выбрать величину $U \approx U_{c4}$. Так как $(U_{c4} - U_{c3}) \ll U_c$ при $a/b \ll 1$, то, воспользовавшись для оценки соответствующей оптимальной величины $\Delta\varepsilon$ формулой (3.22), получим $\Delta\varepsilon \cong \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{(U_{c4} - U_{c3})^2}{U_c} \cong \frac{\pi^2}{4} \cdot U_c \left(\frac{\delta a}{a} + \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{a}{b} \right)^2$. Тогда, с учетом (3.24), условие $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll \Delta\varepsilon$ можно записать в виде

$$\frac{\delta a}{a} \ll \frac{\pi^2}{4\gamma} \left(\frac{\delta a}{a} + \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{a}{b} \right)^2. \quad (3.28)$$

Для выполнения неравенства (3.28) нужно, чтобы два малых параметра, $\delta a/a$ и $4a/\pi^2 b$, удовлетворяли соотношению $\delta a/a \ll 4a/\pi^2 b$. Тогда это неравенство принимает вид

$$\frac{\delta a}{a} \ll \left(\frac{a}{b} \right)^2, \quad (3.29)$$

где мы учли, что $4/\gamma\pi^2 \approx 1$. Например, для наноструктуры с параметрами $a = 20$ нм, $b = 80$ нм, $\delta a = 0.2$ нм имеем $\delta a/a = 0.01$ и $(a/b)^2 \approx 0.06$, то есть условие (3.29) хоть и выполняется, но “без запаса”. Действительно, численные расчеты показывают, что при этих значениях параметров отношение $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\Delta\varepsilon$ не может быть меньше 0.3, то есть оказывается невозможным удовлетворить двойному неравенству (3.27). Уменьшение расстояния b между квантовыми точками при неизменной величине a приведет к нарушению условия

$(2m^*b^2U)^{1/2} \gg 1$, обеспечивающего локализацию волновых функций нижних уровней в различных квантовых ямах. При $U \approx U_c = \pi^2 / 2m^*a^2$ мы имеем $(2m^*b^2U)^{1/2} \approx \pi(b/a)$, и поэтому отношение $b/a \approx 4$ близко к минимально допустимому. Следовательно, единственная возможность удовлетворить сформулированным критериям резонансного перехода электрона через третий уровень заключается в увеличении размера квантовых точек a хотя бы в несколько раз при неизменной величине b/a . Так, при $a = 60$ нм, $b = 240$ нм, $\delta a = 0.2$ нм отношение $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\Delta\varepsilon$ удастся понизить до ≈ 0.1 , и тогда двойное неравенство (3.27), хоть и “на пределе”, но все же выполняется при $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/|\lambda_1| \approx 0.3$.

Дальнейшее увеличение a при постоянном отношении b/a ведет к еще большему уменьшению величины $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\Delta\varepsilon$, что облегчает выполнение неравенства (3.27). Однако при этом быстро уменьшается высота барьера $U \approx \pi^2 / 2m^*a^2$ между квантовыми точками. Например, $U \approx 14$ мэВ при $m^* = 0.067m$ и $a = 20$ нм, тогда как $U \approx 0.14$ мэВ при $a = 200$ нм, что влечет за собой необходимость охлаждения наноструктуры до сверхнизких температур во избежание разрушающего воздействия тепловых эффектов. Поэтому значения $a = 60$ нм и $b = 240$ нм (при $\delta a = 0.2$ нм), по-видимому, близки к оптимальным с точки зрения как выполнения (хоть и не строгого) условий резонансного перехода электрона, так и возможности проведения эксперимента при гелиевых температурах. При этом, полагая $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/|\lambda_1| \approx 0.3$ и принимая во внимание малость параметра $\alpha \approx 0.07$, найдем из (3.25), что вероятность перехода электрона достигает $p_2^{\max} \approx 0.9$. Таким образом, даже с учетом того, что величина $p_2^{\max}$ может в действительности оказаться несколько меньше из-за нестрогого выполнения правой части неравенства (3.27), незначительное различие размеров квантовых точек не приведет к полному подавлению эффекта резонансного перехода электрона между квантовыми точками.

Увеличение высоты барьера до $U \approx \pi^2 n^2 / 2m^*a^2$ ($n = 2; 3; \dots$) приводит к тому, что “транспортным” (близким к краю барьера) уровнем становится $(2n+1)$ -ый или $(2n+2)$ -ой уровень наноструктуры, образующийся в результате расщепления $(n+1)$ -ых уровней отдельных квантовых точек (n должно быть нечетным, так как при четных n матричные элементы λ_1, λ_2 аномально малы из-за почти одинаковой четности волновых функций глубоких и возбужденных уровней наноструктуры относительно центра соответствующей квантовой ямы). С ростом U облегчается выполнение условия $(2m^*b^2U)^{1/2} \gg 1$ локализации волновых функций глубоких уровней в отдельных ямах, и поэтому расстояние b между квантовыми точками может

быть уменьшено в $\approx n$ раз, что, в свою очередь, способствует выполнению условия (3.29), а значит – и условия (3.27). Однако при этом параметр a/b перестает быть малым, и поэтому некоторые сделанные нами приближения становятся неприменимыми. Вопрос об индуцированных переходах электрона между нижними уровнями глубоких ям требует, таким образом, отдельного рассмотрения, которое предполагается провести в ходе дальнейшей работы.

В завершение оценим оптимальную величину амплитуды E_0 напряженности электрического поля в электромагнитной волне. Полагая опять $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/|\lambda_1| \approx 0.3$, из (3.23) и (3.24) для наноструктуры с параметрами $a = 60$ нм, $b = 240$ нм, $\delta a = 0.2$ нм при $(U - U_{c3})/U_c \approx 0.1$ получим $E_0 \approx 3$ В/см, что соответствует интенсивности импульса $I \approx 10^{-2}$ Вт/см². Отметим, что при такой величине E_0 оправдано пренебрежение квадратичным по вектор-потенциалу слагаемым в (3.1).

Для приведенных параметров наноструктуры оценка оптимальной длительности лазерного импульса по формуле (3.26) дает $T \sim 1$ нс. Величина T должна быть больше времени жизни электрона τ на возбужденном уровне относительно спонтанного перехода в основное состояние за счет испускания фотона или фонона, так как в противном случае будет нарушена унитарная эволюция электрона в поле электромагнитной волны. Согласно данным работы [16], величина τ сильно зависит от параметров наноструктуры и может достигать 1 мкс, так что будет выполняться условие $T \ll \tau$.

3.4. Осцилляции Раби электрона в двойной симметричной квантовой точке

Одной из особенностей, характерных для когерентной эволюции квантовой системы, являются осцилляции Раби, вызываемые внешним полем. Если система находилась в начальный момент времени в одном из собственных состояний невозмущенного гамильтониана (т.е. в отсутствие внешних полей), то при включении поля и соблюдении определенных условий ее вектор состояния начинает осциллировать. Это приводит к целому ряду эффектов, наблюдаемых в экспериментах. Что касается квантовых вычислений, то рабиевские осцилляции часто рассматриваются как процесс, реализующий ту или иную заданную операцию на кубите. Рассмотрим *симметричную* ДКТ, содержащую электрон в основных состояниях точек А и В. Как и выше, мы предполагаем существование по крайней мере двух одноэлектронных орбиталей $|A(B)0\rangle$ и $|A(B)1\rangle$ (основной и возбужденной) в каждой из КТ, с волновыми функциями $\varphi_{A(B)0}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | A(B)0 \rangle$ и $\varphi_{A(B)1}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | A(B)1 \rangle$, соответственно. Если расстояние

между КТ А и КТ В достаточно большое, то перекрытием волновых функций электронов в основных (локализованных) состояниях можно пренебречь. По той же причине мы опускаем и интегралы перекрытия типа $\langle A(B)0|B(A)1\rangle \approx 0$. Возбужденные состояния лежат вблизи вершины потенциального барьера, разделяющего КТ, и оказываются связанными за счет электронного туннелирования.

Гамильтониан электрона в симметричной четырехуровневой ДКТ имеет вид

$$H_0 = \varepsilon_0 (|A0\rangle\langle A0| + |B0\rangle\langle B0|) + \varepsilon_1 (|A1\rangle\langle A1| + |B1\rangle\langle B1|) + [-V(t)|A1\rangle\langle B1| + h.c.], \quad (3.30)$$

где ε_0 и ε_1 - одноэлектронные энергии основного и возбужденного состояний, соответственно, $V(t) > 0$ - матричный элемент электронного туннелирования между возбужденными состояниями КТ. На будет интересоваться эволюция электрона под воздействием электромагнитного импульса, который вызывает оптические переходы между основным и возбужденным состояниями в каждой из КТ, $|A0\rangle \leftrightarrow |A1\rangle$ и $|B0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$. В отличие от теории, развитой в предыдущем разделе, здесь нам будет удобно представлять себе этот процесс как комбинацию оптического возбуждения в КТ и туннелирования возбужденного электрона между КТ, протекающих одновременно, с гамильтонианом

$$H = H_0 + [\lambda(t)(|A0\rangle\langle A1| + |B0\rangle\langle B1|) + h.c.], \quad (3.31)$$

где $\lambda(t)$ - матричный элемент взаимодействия электрона с полем. Далее полагаем, что величины V и λ действительны и зависят от времени. Критерий применимости уравнения (3.31) задается неравенствами $|\lambda|, |V| \ll \omega_{10}$, где $\omega_{10} = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$. Кроме того, нами сделано предположение об отсутствии других активных уровней вблизи состояния с энергией ε_1 .

Вектор состояния электрона в ДКТ можно представить в виде разложения по базисным векторам гамильтониана H_0 :

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=A0,B0,A1,B1} c_n(t)|n\rangle. \quad (3.32)$$

Пусть электрон в начальный момент времени локализован в основном состоянии КТ А, т.е. $|\Psi(0)\rangle = |A0\rangle$. Квантовая эволюция вектора состояния в отсутствие диссипации подчиняется нестационарному уравнению Шредингера

$$i \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = H |\Psi(t)\rangle \quad (3.33)$$

или, в матричном виде,

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} c_{A0} \\ c_{B0} \\ c_{A1} \\ c_{B1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & \varepsilon_0 & 0 & \lambda \\ \lambda & 0 & \varepsilon_1 & -V \\ 0 & \lambda & -V & \varepsilon_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{A0} \\ c_{B0} \\ c_{A1} \\ c_{B1} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

с начальными условиями $c_n(0) = \delta_{n,A0}$ (здесь и далее $\hbar \equiv 1$).

Диагонализация матрицы гамильтониана приводит к набору собственных векторов,

$$\begin{aligned} |1\rangle &= u_- \frac{|A0\rangle + |B0\rangle}{\sqrt{2}} + v_- \frac{|A1\rangle + |B1\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |2\rangle = u_+ \frac{|A0\rangle - |B0\rangle}{\sqrt{2}} + v_+ \frac{|A1\rangle - |B1\rangle}{\sqrt{2}}, \\ |3\rangle &= v_- \frac{|A0\rangle + |B0\rangle}{\sqrt{2}} - u_- \frac{|A1\rangle + |B1\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |4\rangle = v_+ \frac{|A0\rangle - |B0\rangle}{\sqrt{2}} - u_+ \frac{|A1\rangle - |B1\rangle}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

и набору отвечающих им собственных энергий (в общем случае зависящих от времени),

$$\begin{aligned} E_1 &= \varepsilon_0 + \frac{1}{2} \left\{ \omega_- + \sqrt{\omega_-^2 + 4\lambda^2} \right\}, \quad E_2 = \varepsilon_0 + \frac{1}{2} \left\{ \omega_+ + \sqrt{\omega_+^2 + 4\lambda^2} \right\}, \\ E_3 &= \varepsilon_0 + \frac{1}{2} \left\{ \omega_- - \sqrt{\omega_-^2 + 4\lambda^2} \right\}, \quad E_4 = \varepsilon_0 + \frac{1}{2} \left\{ \omega_+ - \sqrt{\omega_+^2 + 4\lambda^2} \right\}, \\ E_4 &< E_3 < E_2 < E_1, \end{aligned} \quad (3.36)$$

где $u_{\pm} \approx \frac{\lambda}{\omega_{\pm} \sqrt{2}} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{\lambda^2}{\omega_{\pm}^2} \right)$, $v_{\pm} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{\omega_{\pm}^2} \right)$ и $\omega_{\pm} = \omega_{10} \pm V$. (Мы ограничились членами

третьего порядка малости по параметрам $|\lambda|/\omega_{\pm} \ll 1$, чтобы получить поправку Блоха-Зигерта, без учета которой нарушается корректность решения динамической задачи). Матрица, диагонализующая правую часть уравнения (3.34), имеет вид

$$D = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \\ U_2 & -U_1 \end{pmatrix}, \quad (3.37)$$

где $U_1 = \begin{pmatrix} u_- & u_+ \\ u_- & -u_+ \end{pmatrix}$, $U_2 = \begin{pmatrix} v_- & v_+ \\ v_- & -v_+ \end{pmatrix}$. Столбцы матрицы D – это транспонированные собственные векторы $|k\rangle, k=1-4$.

Для решения динамической задачи удобно перейти от исходного базиса $|A0\rangle, |B0\rangle, |A1\rangle, |B1\rangle$ к собственному базису (3.35). Тогда вектор состояния можно представить в виде

$$|\Phi(t)\rangle = \sum_{k=1}^4 a_k(t) |k\rangle, \quad (3.38)$$

а амплитуды вероятности в старом и новом базисах связаны соотношением

$$\mathbf{c} = D\mathbf{a}. \quad (3.39)$$

Уравнение Шредингера в новом базисе выглядит следующим образом:

$$i \frac{\partial |\Phi(t)\rangle}{\partial t} = \left\{ D^\dagger H D - i D^\dagger \frac{\partial D}{\partial t} \right\} |\Phi(t)\rangle \quad (3.40)$$

или, в матричном виде,

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & \mu_- & 0 \\ 0 & E_2 & 0 & \mu_+ \\ \mu_+^* & 0 & E_3 & 0 \\ 0 & \mu_-^* & 0 & E_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}, \quad (3.41)$$

с начальными условиями $a_{1(2)}(0) = \frac{u_{-(+)}}{\sqrt{2}}, a_{3(4)}(0) = \frac{v_{-(+)}}{\sqrt{2}}$. Здесь $E_{1(2)} \approx \varepsilon_0 + \omega_{-(+)} \left(1 + \frac{\lambda^2}{\omega_{-(+)}^2} \right)$,

$E_{3(4)} = \varepsilon_0 - \frac{\lambda^2}{\omega_{-(+)}^2}$ и $\mu_{\pm} \approx i \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\lambda}{\omega_{\pm}} \right) \left(1 - \frac{4\lambda^2}{\omega_{\pm}^2} \right) \right]$, в соответствие со сделанным выше приближением

для $u_{-(+)} и $v_{-(+)}$. Кроме того, мы опускаем слагаемые $\sim \frac{\lambda^3}{\omega_{\pm}^3} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\lambda}{\omega_{\pm}} \right)$, входящие в собственные$

энергии, предполагая, что они много меньше, чем сдвиг Блоха-Зигерта. Это предположение

справедливо в случае справедливости сильного неравенства $\left| \frac{\lambda}{\omega_{\pm}^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\lambda}{\omega_{\pm}} \right) \right| \ll 1$, которое налагает

условие на скорость изменения матричных элементов λ и V . Слагаемыми $\sim \frac{\lambda^4}{\omega_{\pm}^4} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\lambda}{\omega_{\pm}} \right)$ в $\mu_{\pm}$

также можно пренебречь. Как можно видеть, пары коэффициентов (a_1, a_3) и (a_2, a_4) эволюционируют независимо друг от друга. Следовательно, четырехуровневая задача (3.41) сводится к двухуровневой, которая может быть решена с помощью существующих методов [114].

Для дальнейшей работы нам необходимо конкретизировать выражение для матричного элемента λ в уравнении (3.31). Мы будем полагать величину V не зависящей от времени. Отметим, что для адиабатически меняющихся матричных элементов гамильтониан в уравнении (3.41) остается диагональным, что позволяет выписать решение для данной системы. В качестве первого примера рассмотрим решение для ДКТ в постоянном электрическом поле $\mathbf{E}_0 \neq \mathbf{E}_0(t)$, $\mu_{\pm} = 0$. Выражения для c легко получаются путем прямого интегрирования уравнения (3.41). Амплитуды вероятности для электрона в основных состояниях левой и правой КТ равны

$$c_{A0} \approx e^{-i(\varepsilon_0 - \lambda_0^2/\omega_{10})t} \cos\left(\frac{\lambda_0^2 V}{\omega_{10}^2} t\right), \quad c_{B0} \approx ie^{-i(\varepsilon_0 - \lambda_0^2/\omega_{10})t} \sin\left(\frac{\lambda_0^2 V}{\omega_{10}^2} t\right), \quad (3.42)$$

где $\lambda_0 = e\mathbf{E}_0 \int \varphi_{A(B)0}^*(\mathbf{r}) \mathbf{r} \varphi_{A(B)1}^*(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ - матричный элемент оператора дипольного момента для перехода между состояниями $|A(B)0\rangle$ и $|A(B)1\rangle$. Таким образом, с точностью до членов порядка $\lambda_0^2/\omega_{10}^2 \ll 1$ вектор состояния электрона локализован в подпространстве основных (логических) состояний, демонстрируя двухуровневые осцилляции Раби с частотой $\Omega_0 = \frac{\lambda_0^2 V}{\omega_{10}^2}$.

Вероятности обнаружить электрон в возбужденных состояниях $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$ оказываются порядка $\lambda_0^2/\omega_{10}^2 \ll 1$ и осциллируют с частотой V . Это значит, что даже в статических полях нетривиальная эволюция электрона в ДКТ может происходить за время $T \sim 1/\Omega_0$. В принципе, данный эффект может быть использован для реализации квантовых вентилях, однако он слишком медленный по сравнению с переходами в резонансном оптическом поле и процессами потери когерентности. Вместе с тем, его следует учитывать, когда квантовые операции выполняются при помощи варьирования напряжения на затворах (см. выше). В этом случае такая эволюция является нежелательной, приводя к вычислительным ошибкам.

Более интересным и практически полезным является анализ процессов взаимодействия электрона в ДКТ с резонансными электромагнитными полями. Рассмотрим, как зависят параметры осцилляций Раби в четырехуровневой структуре от параметров монохроматического прямоугольного импульса с амплитудой $\mathbf{E}_0$, длительностью T и частотой ω :

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t) [\theta(t) - \theta(t-T)]. \quad (3.43)$$

В этом случае

$$\lambda = \lambda_0 \cos(\omega t) [\theta(t) - \theta(t-T)], \quad (3.44)$$

где $\theta(t)$ - ступенчатая функция Хэвисайда. Частота лазерного импульса может быть отстроена от резонансных частот ДКТ на величины $\delta_{\pm} = \omega - \omega_{\pm}$, $|\delta_{\pm}| \ll \omega$.

Как можно видеть из уравнения (3.41), достаточно рассмотреть динамику только для одной пары коэффициентов, например, a_1 и a_3 (решение для другой пары, a_2 и a_4 , получается путем замены $\omega_- \rightarrow \omega_+$). Выполнив преобразование $a_1 = \tilde{a}_1 e^{-i(\varepsilon_0 + \omega_-)t}$ и $a_3 = \tilde{a}_3 e^{-i\varepsilon_0 t}$ и подставив выражение (3.44) для λ в уравнение (3.41), мы получаем систему из двух линейных дифференциальных уравнений для определения коэффициентов $\tilde{a}_1$ и $\tilde{a}_3$:

$$\begin{cases} i\dot{\tilde{a}}_1 = \frac{\lambda_0'^2}{\omega} \cos(\omega t) \tilde{a}_1 + \frac{\lambda_0'}{2} (1 - e^{i2\omega t}) e^{-i\delta_- t} \tilde{a}_3 \\ i\dot{\tilde{a}}_3 = -\frac{\lambda_0'^2}{\omega} \cos(\omega t) \tilde{a}_3 + \frac{\lambda_0'}{2} (1 - e^{-i2\omega t}) e^{i\delta_- t} \tilde{a}_1 \end{cases}, \quad \lambda_0' = \lambda_0 \frac{\omega}{\omega_-}. \quad (3.45)$$

В уравнениях (3.45) оставлены слагаемые порядка λ_0 / ω в $\mu_{\pm}$, а также сдвиг Блоха-Зигерта $\sim \lambda_0'^2 / \omega$ (последний необходим для корректного интегрирования данных уравнений с точностью до первого порядка по параметру $\lambda_0' / \omega \ll 1$).

Как правило, дальнейшие вычисления производятся в рамках приближения вращающейся волны (rotating wave approximation, RWA), формально состоящем в отбрасывании быстро осциллирующих слагаемых $e^{\pm i2\omega t}$. Получаемое решение описывает однофотонные процессы, сохраняющие энергию системы. Это приближение справедливо, когда частота $\omega_{10} \approx \omega \approx \omega_{\pm}$ значительно больше, чем частота Раби λ . Поскольку данное условие выполняется почти всегда для оптических систем, то теоретические расчеты, выполненные с использованием этого приближения, с большой точностью соответствуют результатам наблюдений. Однако всякое расширение границ модели представляется нам очень полезным, в том числе и в целях проверки корректности RWA. Авторы работы [210] разработали простой и наглядный подход, позволяющий рассчитать первую поправку к RWA. Используя процедуру адиабатического исключения для виртуальных двухфотонных состояний, они получили выражения для амплитуд вероятностей двухуровневой системы за рамками RWA. Мы воспользуемся этим методом для решения уравнения (3.45).

Итак, коэффициенты $\tilde{a}_1$ и $\tilde{a}_3$ можно искать в виде

$$\begin{aligned}\tilde{a}_1 &\approx a_1^{(0)} + a_1^{(-)} e^{-i2\omega t} + a_1^{(+)} e^{i2\omega t}, \\ \tilde{a}_3 &\approx a_3^{(0)} + a_3^{(-)} e^{-i2\omega t} + a_3^{(+)} e^{i2\omega t},\end{aligned}\quad (3.46)$$

где отброшены члены более высоких порядков, пропорциональные $e^{\pm i2m\omega t}$, $m > 1$. Из уравнений (3.45) и (3.46) получаем систему

$$\begin{aligned}i\dot{a}_1^{(0)} &= \frac{\lambda_0'^2}{\omega} a_1^{(0)} + \frac{\lambda_0'}{2} e^{-i\delta_- t} (a_3^{(0)} - a_3^{(-)}), \\ i\dot{a}_3^{(0)} &= -\frac{\lambda_0'^2}{\omega} a_3^{(0)} + \frac{\lambda_0'}{2} e^{i\delta_- t} (a_1^{(0)} - a_1^{(+)}), \\ i\dot{a}_1^{(-)} &= -2\omega a_1^{(-)} + \frac{\lambda_0'}{2} e^{-i\delta_- t} a_3^{(-)}, \\ i\dot{a}_3^{(-)} &= -2\omega a_3^{(-)} + \frac{\lambda_0'}{2} e^{i\delta_- t} (a_1^{(-)} - a_1^{(0)}), \\ i\dot{a}_1^{(+)} &= 2\omega a_1^{(+)} + \frac{\lambda_0'}{2} e^{-i\delta_- t} (a_3^{(+)} - a_3^{(0)}), \\ i\dot{a}_3^{(+)} &= 2\omega a_3^{(+)} + \frac{\lambda_0'}{2} e^{i\delta_- t} a_1^{(+)}.\end{aligned}\quad (3.47)$$

Адиабатическое приближение дает

$$a_1^{(-)} \approx 0, a_3^{(+)} \approx 0 \quad (3.48)$$

и

$$a_1^{(+)} \approx \frac{\lambda_0}{4\omega_-} a_3^{(0)} e^{-i\delta_- t}, \quad a_3^{(-)} \approx -\frac{\lambda_0}{4\omega_-} a_1^{(0)} e^{i\delta_- t}, \quad (3.49)$$

после чего система (3.47) из шести уравнений сводится к системе из двух уравнений

$$\begin{aligned}i\dot{a}_1^{(0)} &= \frac{5\lambda_0'^2}{8\omega} a_1^{(0)} + \frac{\lambda_0'}{2} e^{-i\delta_- t} a_3^{(0)}, \\ i\dot{a}_3^{(0)} &= -\frac{5\lambda_0'^2}{8\omega} a_3^{(0)} + \frac{\lambda_0'}{2} e^{i\delta_- t} a_1^{(0)}.\end{aligned}\quad (3.50)$$

Заметим, что данная процедура позволяет нам вычислить лишь первую поправку $\sim \lambda_0'/\omega$ к RWA, поскольку добавление слагаемых высших порядков делает систему дифференциальных уравнений (3.50) несовместной. Замена $a_1^{(0)} = \tilde{a}_1^{(0)} e^{-i\frac{5\lambda_0'^2 t}{8\omega}}$, $a_3^{(0)} = \tilde{a}_3^{(0)} e^{i\frac{5\lambda_0'^2 t}{8\omega}}$ преобразует систему (3.50) к виду

$$\begin{aligned}
i\dot{\tilde{a}}_1^{(0)} &= \frac{\lambda'_0}{2} e^{-i\left(\delta_- - \frac{5\lambda_0'^2}{4\omega}\right)t} \tilde{a}_3^{(0)}, \\
i\dot{\tilde{a}}_3^{(0)} &= \frac{\lambda'_0}{2} e^{i\left(\delta_- - \frac{5\lambda_0'^2}{4\omega}\right)t} \tilde{a}_1^{(0)},
\end{aligned} \tag{3.51}$$

или к эквивалентному дифференциальному уравнению второго порядка

$$\ddot{\tilde{a}}_1^{(0)} + i\left(\delta_- - \frac{5\lambda_0'^2}{4\omega}\right)\dot{\tilde{a}}_1^{(0)} + \frac{\lambda_0'^2}{4}\tilde{a}_1^{(0)} = 0 \tag{3.52}$$

с начальными условиями $\tilde{a}_1^{(0)}(0) = \frac{3\lambda_0}{4\sqrt{2}\omega}$, $\dot{\tilde{a}}_1^{(0)}(0) = \frac{\lambda_0}{i2\sqrt{2}}$. Разумеется, следует обосновать применение адиабатического исключения в уравнениях (3.47) и (3.50), потребовав выполнения условий, в которых фигурирует время включения/выключения лазерного импульса: $\omega^{-1} \ll \tau_0 \ll T$. Вместе с тем результаты, полученные нами только что для прямоугольного импульса, могут быть использованы и для адиабатически включаемого импульса после перенормировки частоты Раби.

Решение уравнения (3.52) находится путем прямого интегрирования, и исходные коэффициенты $a_1^{(0)}$ и $a_3^{(0)}$ равны

$$\begin{aligned}
a_1^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\delta_- t}{2}} \left[\frac{3\lambda_0}{4\omega} \cos(2\Omega'_- t) - i \frac{\lambda'_0}{4\Omega'_-} \sin(2\Omega'_- t) \right], \\
a_3^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\delta_- t}{2}} \left[\cos(2\Omega'_- t) - i \frac{\delta_- - \lambda_0'^2/2\omega}{4\Omega'_-} \sin(2\Omega'_- t) \right], \\
\Omega'_- &= \sqrt{\lambda_0'^2 + \delta_-'^2} / 4, \quad \delta'_- = \delta_- - 5\lambda_0'^2 / 4\omega.
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Путем прямой подстановки можно убедиться в том, что это решение удовлетворяет системе уравнений (3.51). Наконец, для амплитуд вероятностей в лабораторной системе мы получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned}
c_{A0(B0)} &= \frac{1}{2} e^{-i\varepsilon_0 t} \left(f_0^-(t) \pm f_0^+(t) \right), \\
f_0^\pm(t) &= e^{i\frac{\delta_\pm t}{2}} \left[\cos(2\Omega_\pm t) - i \frac{\delta_\pm}{4\Omega_\pm} \sin(2\Omega_\pm t) - i \frac{\tilde{\lambda}^2}{8\omega\Omega_\pm} e^{-i2\omega t} \sin(2\Omega_\pm t) \right];
\end{aligned} \tag{3.54}$$

$$c_{A1(B1)} = \frac{1}{2} \left(e^{-i\varepsilon_- t} f_1^-(t) \pm e^{-i\varepsilon_+ t} f_1^+(t) \right),$$

$$f_1^\pm(t) = e^{-i\frac{\delta_\pm t}{2}} \frac{\tilde{\lambda}}{2\sqrt{2}\Omega_\pm} \left[-i \sin(2\Omega_\pm t) + \frac{\Omega_\pm}{\omega} (1 - e^{i2\omega t}) \cos(2\Omega_\pm t) \right]; \quad (3.55)$$

где $\tilde{\lambda} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2}}, \Omega_\pm = \frac{1}{4} \sqrt{2\tilde{\lambda}^2 + \delta_\pm^2}, \varepsilon_\pm = \varepsilon_0 + \omega_\pm$.

Формулы (3.54) и (3.55) описывают в общем виде когерентную одноэлектронную эволюцию в симметричной четырехуровневой ДКТ, контролируемую резонансным монохроматическим импульсом. Можно проверить, что условие нормировки волнового вектора на единицу,

$$\sum_{n=A0, B0, A1, B1} |c_n(t)|^2 = 1 + O(\lambda_0^2/\omega^2, \delta_\pm/\omega), \quad (3.56)$$

выполняется с той точностью, которая была задана при моделировании. Воспользуемся полученными результатами для изучения влияния параметров структуры и поля на характер электронных осцилляций Раби. Нас будут интересовать случаи, когда матричный элемент туннелирования V существенно больше или меньше матричного элемента взаимодействия электрона с полем λ_0 , а также эволюция ДКТ в рамановском режиме.

Если возбужденный электрон туннелирует из одной КТ в другую за время, которое значительно короче, чем период рабиевских осцилляций, то можно говорить об одновременном электронном возбуждении в обеих КТ. Другими словами, заселяется одно из двух общих гибридизированных состояний ДКТ (равновзвешенная суперпозиция состояний $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$), $(|A1\rangle + |B1\rangle)/\sqrt{2}$ или $(|A1\rangle - |B1\rangle)/\sqrt{2}$, которые являются собственными состояниями гамильтониана H_0 . Удобно представлять вектор состояния в виде разложения по собственному базису ДКТ. Воспользовавшись условием $V \gg |\lambda_0|$, можно ограничиться учетом только одного из гибридизированных состояний. В этом случае четырехуровневая задача сводится к трехуровневой, которая была решена нами ранее, но без серьезного математического обоснования данного приближения. Ниже мы детально рассмотрим критерии применимости трехуровневой схемы. Условие сильного туннельного взаимодействия между возбужденными состояниями КТ по сравнению с дипольным взаимодействием основных и возбужденных состояний КТ с полем можно записать в виде

$$|\delta_+ - \delta_-| = 2V \gg |\lambda_0|. \quad (3.57)$$

Нас будет интересовать резонансное возбуждение электрона, когда частота импульса ω близка к одной из собственных частот ДКТ $\omega_{\pm}$ и далека от другой. Для определенности, пусть частота поля соответствует частоте ω_- , и выполняются неравенства $|\delta_-| \ll |\delta_+|$ и $|\lambda_0| \ll |\delta_+|$. Такой выбор частоты лазера стимулирует электронные переходы между тремя состояниями: $|A0\rangle$, $|B0\rangle$ и $(|A1\rangle + |B1\rangle)/\sqrt{2}$. Существуют два предельных случая для соотношения между $|\lambda_0|$ и $|\delta_-|$, а именно, $|\lambda_0| \gg |\delta_-|$ и $|\lambda_0| \ll |\delta_-|$. Первое неравенство описывает резонансное взаимодействие электрона и импульса, а второе – нерезонансное (рамановское) взаимодействие.

Приведем вначале решение для резонансного случая, когда справедливы неравенства

$$|\delta_-| \ll |\lambda_0| \ll |\delta_+|, \quad (3.58)$$

где $\delta_+ \approx -2V$ и $\omega_- = \omega_+ - 2V$. Из уравнений (3.32), (3.54) и (3.55), с использованием приближенного равенства

$$\cos(2\Omega_{\pm}t) - i \frac{\delta_{\pm}}{4\Omega_{\pm}} \sin(2\Omega_{\pm}t) \approx e^{-\delta_{\pm}(1+\tilde{\lambda}^2/\delta_{\pm}^2)t/2} + i \operatorname{sgn}(\delta_{\pm}) \frac{\tilde{\lambda}^2}{\delta_{\pm}^2} \sin\left(\frac{|\delta_{\pm}|t}{2}\right) \quad (3.59)$$

при $|\lambda_0| \ll |\delta_{\pm}|$, получаем выражение для вектора состояния

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle = & \frac{1}{2} e^{-i\varepsilon_0 t} \left[1 + f_0^-(t) - i \frac{\tilde{\lambda}^2}{4V^2} e^{-iVt} \sin(Vt) \right] |A0\rangle + \\ & + \frac{1}{2} e^{-i\varepsilon_0 t} \left[-1 + f_0^-(t) + i \frac{\tilde{\lambda}^2}{4V^2} e^{-iVt} \sin(Vt) \right] |B0\rangle + \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\varepsilon_- t} f_1^-(t) \frac{|A1\rangle + |B1\rangle}{\sqrt{2}} - \frac{i\tilde{\lambda}}{2V} e^{-i(\varepsilon_+ - V)t} \sin(Vt) \frac{|A1\rangle - |B1\rangle}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (3.60)$$

Отсюда легко найти вероятность инвертирования $p_{B0}(t) = |\langle B0 | \Psi(t) \rangle|^2$ ДКТ-кубита по завершении импульса длительностью $T_{\pi} = \pi/\lambda_0$:

$$p_{B0}(T_{\pi}) = 1 - \frac{\delta_-^2 \pi^2}{64\Omega_-^2} - \frac{\tilde{\lambda}^2}{4V^2} \sin^2\left(\frac{V\pi}{2\Omega_-}\right). \quad (3.61)$$

Первые два слагаемых в уравнении (3.61) соответствуют результату работы [22], в которой нерезонансные электронные переходы в состояние $(|A1\rangle - |B1\rangle)/\sqrt{2}$ не учитывались. Третье слагаемое в (3.61) дает нам поправку к трехуровневой схеме (см. предыд. раздел),

обусловленную этими переходами. Их вклад в электронную эволюцию ДКТ пропорционален малому параметру $\tilde{\lambda}/V \ll 1$ и выражается в появлении относительных фазового и амплитудного сдвигов коэффициентов c_{A1} и c_{B1} , что указывает на конечное время туннелирования электрона $\tau_{tunn} \sim 1/V$ между возбужденными состояниями КТ. Кроме того, осцилляции Блоха-Зигерта с частотой 2ω также некоторым образом влияют (накладываются) на трехуровневые осцилляции Раби. Полученный результат обосновывает применение трехуровневой схемы для корректного описания электронной динамики, если выполняются условия $\tilde{\lambda}/V \ll 1$ и $\tilde{\lambda}/\omega \ll 1$.

Исследуем теперь противоположный случай, когда туннельная связь между возбужденными состояниями КТ слаба. При этом значительное распывание электрона между КТ происходит за время, многократно превышающее период оптических осцилляций Раби в отдельной КТ. Данный режим характеризуется неравенством, которое отражает малость матричного элемента туннелирования по сравнению с оптическим матричным элементом:

$$2V = |\delta_+ - \delta_-| \ll |\lambda_0|. \quad (3.61)$$

Условие (3.61) справедливо для двух различных ситуаций, $|\lambda_0| \ll |\delta_-|, |\delta_+|$ и $|\lambda_0| \gg |\delta_-|, |\delta_+|$. Первое неравенство описывает нерезонансное возбуждение одиночной КТ, а второе – резонансное возбуждение, вызывающее двухуровневые осцилляции Раби в этой же КТ. Нерезонансная динамика не связана со значительным переносом заселенности, поскольку электрон остается практически полностью локализованным в основном (исходном) состоянии $|A0\rangle$, заселенность же возбужденного уровня $|A1\rangle$ оказывается порядка $\lambda_0^2/\delta_{\pm}^2 \ll 1$. Поэтому нас будут интересовать резонансные переходы, когда справедливы следующие неравенства:

$$|\lambda_0| \gg |\delta_-|, |\delta_+|, V. \quad (3.62)$$

Итак, в этом случае электрон осциллирует между основным и возбужденным состояниями КТ на интервале времени (длительности импульса) $T \ll 1/V$. Чтобы математически доказать данное утверждение, воспользуемся приближенными равенствами $\Omega_+ - \Omega_- \approx 2V \delta_- / |\tilde{\lambda}|$ и $e^{-iVt} \approx 1 - iVt$, которые справедливы при $t \ll 1/V$. Подставляя их в уравнения (3.54) и (3.55) и удерживая слагаемые не выше первого порядка малости по параметру Vt , мы получаем выражение для вектора состояния

$$\begin{aligned}
|\Psi\rangle = & e^{-i\varepsilon_0 t} \left\{ \left[f_0^-(t) + i \frac{tV}{2} e^{i\frac{\delta_- t}{2}} \cos(2\Omega_- t) \right] |A0\rangle + i \frac{tV}{2} e^{i\frac{\delta_- t}{2}} \cos(2\Omega_- t) |B0\rangle \right\} + \\
& + e^{-i\varepsilon_- t} \left\{ \left[f_1^-(t) + \frac{\tilde{\lambda}}{2\sqrt{2}\Omega_-} \frac{tV}{2} e^{-i\frac{\delta_- t}{2}} \sin(2\Omega_- t) \right] |A1\rangle - \frac{\tilde{\lambda}}{2\sqrt{2}\Omega_-} \frac{tV}{2} e^{-i\frac{\delta_- t}{2}} \sin(2\Omega_- t) |B1\rangle \right\}, \quad (3.63)
\end{aligned}$$

которое соответствует двухуровневой эволюции электрона в КТ А, возмущаемой ее слабой туннельной связью с КТ В. Полагая в (3.63) $V = 0$ и $\delta_- = 0$, выпишем формулу для эволюции вектора состояния двухуровневой системы, находящейся в строгом резонансе с лазерным импульсом:

$$\begin{aligned}
|\Psi\rangle = & e^{-i\varepsilon_0 t} \left[\cos(\lambda_0 t / 2) - i \frac{\tilde{\lambda}}{4\omega} e^{-i2\omega t} \sin(\lambda_0 t / 2) \right] |A0\rangle + \\
& + e^{-i\varepsilon_- t} \left[-i \sin(\lambda_0 t / 2) + \frac{\tilde{\lambda}}{4\omega} (1 - e^{i2\omega t}) \cos(\lambda_0 t / 2) \right] |A1\rangle. \quad (3.64)
\end{aligned}$$

Если выбирать в качестве логических состояний кубита (одиночной КТ А) основное и возбужденное состояния, как в работах [28, 29, 31], перенос заселенности в соседнюю КТ следует рассматривать как выход системы за пределы вычислительного базиса. Эту ошибку можно оценить с помощью уравнения (3.63). Ошибка же, вносимая только осцилляциями Блоха-Зигерта, рассчитывается на основании выражения (3.64).

В завершении рассмотрим рамановский перенос заселенности между основными состояниями ДКТ, вызываемый нерезонансным возбуждением электронных переходов лазерным импульсом с большой отстройкой от частот ДКТ, $|\lambda_0| \ll |\delta_{\pm}|$. Данная оптическая схема привлекает к себе большое внимание, поскольку обладает рядом преимуществ по сравнению с резонансной схемой. Во-первых, возбужденные состояния ДКТ заселяются виртуально, что открывает возможность практически полной локализации электрона в логическом подпространстве состояний $\{|A0\rangle, |B0\rangle\}$ в течение всего времени выполнения квантовых вентилей. Эта особенность упрощает разработку методов реализации однокубитных операций и подавляет релаксационные процессы, вызываемые распадом (спонтанной эмиссией) возбужденных состояний ДКТ. Во-вторых, нерезонансный перенос заселенности оказывается более устойчивым к отклонению (флуктуациям) параметров импульса от заданных значений, чем резонансный. В атомной оптике были разработаны несколько таких схем, которые могут быть адаптированы и для одноэлектронных ДКТ.

Если параметры поля и ДКТ удовлетворяют условиям $|\lambda_0| \ll |\delta_-|, |\delta_+| \ll \omega$, $|\lambda_0| \ll V$, то из общих формул (3.54)-(3.55) следует выражение для вектора состояния

$$|\Psi\rangle \approx e^{-i\left(\varepsilon_0 + \frac{\delta_- + \delta_+}{4\delta_- \delta_+} \tilde{\lambda}^2\right)t} \left[\cos\left(\frac{V}{2\delta_- \delta_+} \tilde{\lambda}^2 t\right) |A0\rangle + i \sin\left(\frac{V}{2\delta_- \delta_+} \tilde{\lambda}^2 t\right) |B0\rangle \right]. \quad (3.65)$$

Уравнение (3.65) описывает двухуровневые осцилляции Раби с частотой $\Omega_\delta = V \tilde{\lambda}^2 / 2\delta_- \delta_+$, подобные тем, с которыми мы сталкивались, рассматривая ДКТ в электростатическом поле, см. уравнение (3.42). Рабиевские частоты сильно различаются для данных процессов: $\Omega_0/\Omega_\delta \sim |\delta_- \delta_+|/\omega_{10}^2 \ll 1$. Это указывает на то, что оптически управляемая эволюция выглядит предпочтительнее в смысле скорости выполнения квантовых вентилей, чем эволюция электростатическая. Как видно из выражений (3.42) и (3.65), в обоих случаях переноса не происходит, если параметр $V/|\lambda_0|$ стремится к нулю. Эффект может быть объяснен с помощью деструктивной интерференции амплитуд вероятности гибридизированных состояний ДКТ, представленных четной и нечетной суперпозициями возбужденных состояний отдельных КТ. Так как данные состояния становятся вырожденными при $V/|\lambda_0| \rightarrow 0$, то их амплитуды вероятностей суммируются (удваиваются) в КТ А и вычитаются (уничтожаются) в КТ В. И, несмотря на то, что они заселяются виртуально, их влияние на процесс переноса становится очевидным. Заметим, что эволюция системы, описываемая уравнением (3.65), не приводит к произвольному повороту вектора состояния на сфере Блоха, поскольку туда входит лишь один угловой параметр, $\theta = \Omega_\delta t$. Точнее, происходит вращение вектора на данный полярный угол при фиксированном азимутальном угле $\varphi = \pi/2$. Реализация произвольного вращения требует нарушения симметрии уровней ДКТ и наложения как минимум двух импульсов с разными характеристиками.

Чтобы проиллюстрировать полученные аналитические результаты, приведем данные, полученные в ходе численного моделирования электронной динамики. Уравнение (3.34) с параметром λ , взятым из уравнения (3.44), интегрировалось на временном интервале $0 \leq t \leq 3T$ ($T = \pi/\lambda_0$) для $|\lambda_0|/\omega = 10^{-3}$ и $\delta_- = 0$. Такой выбор величин отражает реальный набор параметров для существующих КТ с $\omega_{10} \sim 10^{-2}$ эВ, $|\lambda_0| \sim 10^{-5}$ эВ и лазеров с напряженностью $E \sim 1 \div 10$ В/см. Поскольку хотим продемонстрировать трансформацию осцилляций Раби при переходе от трехуровневой схемы в ДКТ к двухуровневой схеме в одиночной КТ, то параметр $V/|\lambda_0|$ мы будем варьировать в пределах от 0.01 до 10. Графики соответствующих рабиевских

процессов, т.е. зависимости заселенностей ДКТ $p_n = |c_n|^2$, $n = A0, B0, A1, B1$ от времени, показаны на рис. 3.5 для $V/|\lambda_0| = 5, 1, 0.3, 0.05$. Для больших, но конечных значений $V/|\lambda_0|$ картина трехуровневых осцилляций Раби с участием состояний $|A0\rangle$, $|B0\rangle$ и $(|A1\rangle + |B1\rangle)/\sqrt{2}$ ДКТ (рис. 3.5а) становится неидеальной из-за возбуждения состояния $(|A1\rangle - |B1\rangle)/\sqrt{2}$, как следует из формулы (3.60). Этот эффект наглядно виден в исходном базисе изолированных КТ. Фазовые и амплитудные сдвиги зависимостей p_{A1} и p_{B1} представляют собой меру, характеризующую разницу заселенностей возбужденных состояний $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$ отдельных КТ в заданный момент времени. Формальный выбор $V/|\lambda_0| \rightarrow \infty$ предполагает синхронность (отсутствие сдвигов) этих графиков, характерную для чисто трехуровневой схемы, рассмотренной ранее в предыдущем разделе.

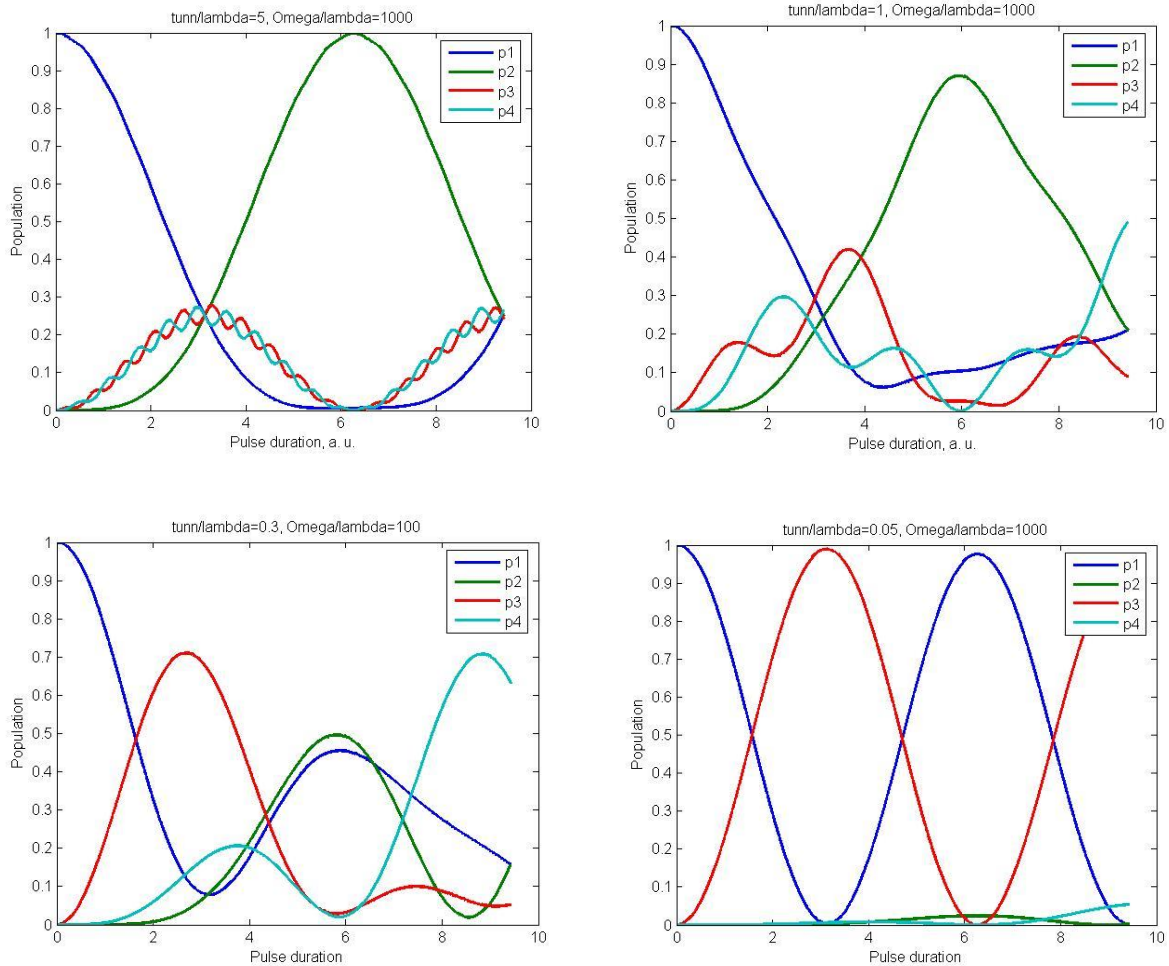


Рис. 3.5. Графики зависимостей заселенностей уровней одноэлектронной ДКТ от длительности прямоугольного лазерного импульса. Здесь p_1 и p_2 – вероятности обнаружить электрон в основных состояниях $A0$ и $B0$ ДКТ, а p_3 и p_4 – вероятности обнаружить электрон в основных состояниях $A1$ и $B1$ ДКТ, соответственно. Длительность импульса взята в единицах λ_0^{-1} . Выбор параметра $V/|\lambda_0|$: а) 5, б) 1, в) 0.3, г) 0.05.

При $V/|\lambda_0| = 5$ аналитический результат (3.60) еще можно применять с достаточной точностью, однако для $V/|\lambda_0| = 1$ (рис. 3.5б) периодичность осцилляций нарушается при $t \geq 3T$, что затрудняет классифицирование динамики ДКТ. Здесь можно, опираясь на сопоставимость скоростей туннелирования и оптического возбуждения, говорить о взаимной модуляции этих процессов. Дальнейшее уменьшение параметра $V/|\lambda_0|$ приводит к качественным изменениям в картине осцилляций. Так, уже при $V/|\lambda_0| = 0.3$ динамика электрона в одиночной КТ оказывается превалирующей (рис. 3.5в), а при $V/|\lambda_0| = 0.05$ мы наблюдаем практически идеальные двухуровневые осцилляции Раби в КТ А с незначительной модуляцией, вызванной остаточным туннелированием в КТ В (рис. 3.5г), как и было предсказано выше. Полная реорганизация типа осцилляций, соответствующая переходу от трехуровневой модели ДКТ к двухуровневой, происходит при $V/|\lambda_0| < 0.01$. Уменьшение частоты Раби в два раза и полное отсутствие заселения состояний в КТ В иллюстрируют данный переход.

Итак, на примере одноэлектронной ДКТ мы еще раз убедились в том, насколько важны в квантовой информатике аналитические методы исследования. Они ориентированы на изучение основных аспектов поведения идеализированных систем-прототипов кубитов. Точное решение, описывающее эволюцию кубита, часто легко получается благодаря упрощенной структуре модели. Следовательно, было бы желательно всегда иметь такую модель, которая удерживала бы основные физические стороны задачи и при этом допускала бы аналитическую трактовку.

3.5. Когерентная динамика электрона в тройной асимметричной квантовой точке

Взаимодействие электрона, находящегося на одном из уровней размерного квантования полупроводниковой наноструктуры, с высокочастотным электромагнитным полем – сложное явление, детальное изучение которого требует знания спектральных характеристик структуры, параметров поля, а также ряда других данных. Одним из примеров данного класса явлений служит динамика электрона в симметричной структуре из двух КТ при наложении на нее резонансного лазерного поля. Как было показано в предыдущих разделах, параметры лазерного импульса могут быть подобраны таким образом, что вероятность переноса электрона из одной КТ в другую будет равна единице. Тем не менее, на сегодняшний день изготовление двух *идентичных* КТ представляет собой практически неразрешимую проблему. Поэтому необходимо, применительно к данной задаче, учитывать отклонения параметров модели от идеальных. Самым “естественным” источником погрешностей при изготовлении описанной выше структуры, исходя из применения современных эпитаксиальных технологий, является сложность контроля толщины гетерослоев с точностью, превышающей несколько атомных

слоев. Это значит, что КЯ, формирующие потенциал в направлении роста структуры, могут различаться по ширине. Теоретическое изучение влияния разности ширин КЯ на динамику электрона приведено в разделе 3.2. Как показали расчеты, при различной ширине КЯ, вероятность переноса из основного состояния одной КТ в основное состояние другой КТ всегда меньше единицы. При этом существенное ограничение на параметры наноструктуры, помимо чисто технологических проблем, накладывает и сам способ транспортировки электрона по уровню, делокализованному вблизи края барьера. Следовательно, при реализации такой схемы может возникнуть целый ряд трудностей, в том числе и принципиальных.

Как добиться того, чтобы процесс переноса был менее чувствителен к технологическим погрешностям и особенностям взаимодействия электрона в наноструктуре с электромагнитным полем? В данном разделе предлагается схема транспортировки электрона в структуре из трех КТ между двумя крайними КТ под действием резонансного лазерного импульса особой формы. Ее основное отличие от схем, рассмотренных выше, состоит в возможности осуществить перенос электрона посредством диагональных переходов, используя лишь *локализованные* состояния. Показано, что эта особенность позволяет обойти некоторые технологические сложности, а также может существенно повысить динамические характеристики структуры по сравнению со схемами, изученными ранее. Наша цель – подобрать параметры системы таким образом, чтобы электрон, локализованный первоначально в основном состоянии одной рабочей КТ, мог под воздействием резонансного лазерного импульса совершить переход на один из возбужденных уровней структуры, а затем - в основное состояние другой рабочей КТ за время, меньшее, чем характерные времена релаксации. Как и в разделе 3.2, мы выбрали наиболее простую геометрию наноструктуры, полагая, что КТ имеют форму параллелепипедов. Данный выбор параметров позволяет аналитически рассчитать спектр и волновые функции электрона вблизи дна зоны проводимости, найти матричные элементы переходов электрона между интересующими нас состояниями и получить зависимости населенностей этих состояний от времени. Анализ полученных результатов свидетельствует в пользу того, что вероятность переноса электрона между основными состояниями крайних КТ близка к единице, а ее отклонение от единицы определяется, в первую очередь, отстройкой частоты поля от частоты перехода.

Рассмотрим структуру (рис.3.6), состоящую из трех КТ (A_1 , A_2 и C), разделенных потенциальными барьерами (B_1 и B_2) и связанных за счет туннелирования электрона в направлении роста (x). Для ее изготовления может быть использована система материалов GaAs/AlGaAs (Si/SiGe), представленная чередующимися слоями полупроводников, имеющих различные значения ширин запрещенных зон. При этом КТ, расположенной в центре

структуры, отвечает слой полупроводника, имеющего более широкую запрещенную зону, чем у материалов, формирующих крайние КТ. Предполагается наличие двух глубоколежащих уровней, локализованных в крайних КТ, и уровня в центральной (буферной) КТ.

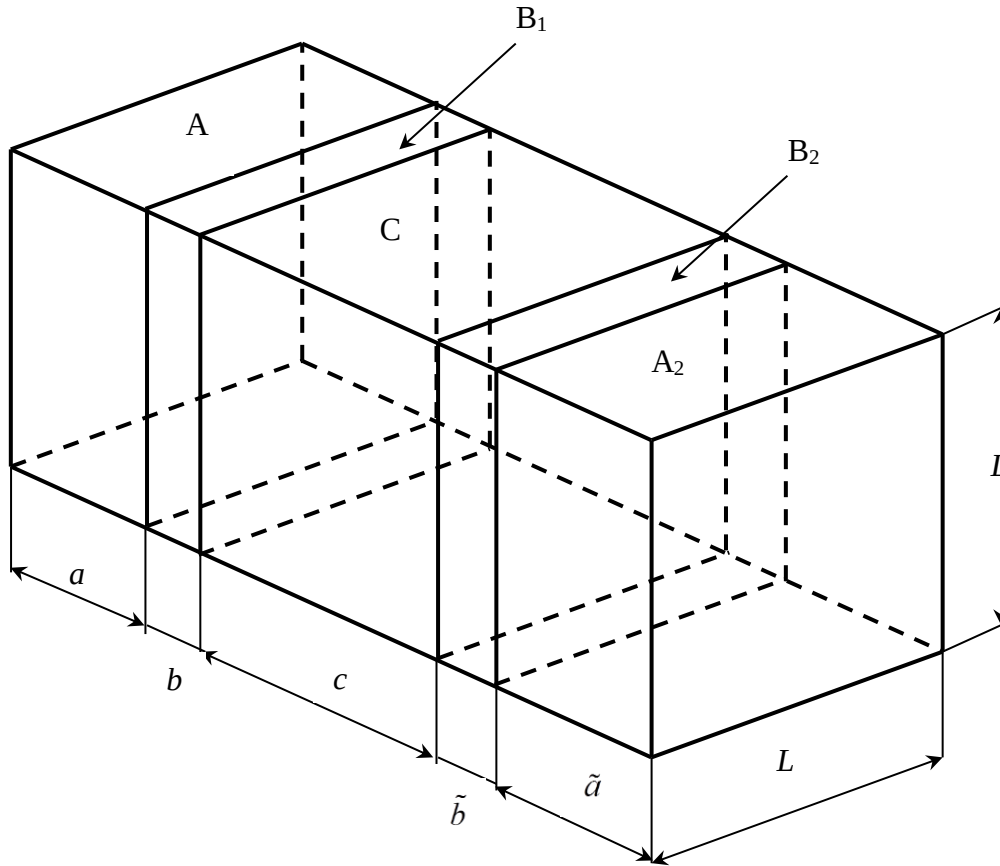


Рис. 3.6. Модель наноструктуры, состоящей из трех КТ (A_1 , A_2 и C), разделенных барьерами B_1 и B_2 толщиной b и $\tilde{b}$ соответственно. Начало отсчета координат помещено в центр КТ C . КТ $A_{1(2)}$ занимает область пространства $-(c/2+a+b) < x < -(c/2+b)$ ($c/2+\tilde{b} < x < c/2+\tilde{a}+\tilde{b}$), $|y|, |z| < L/2$, а КТ C – область пространства $-c/2 < x < c/2$, $|y|, |z| < L/2$. Потенциальная энергия электрона $U(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} \in A_{1,2}$, $U(\mathbf{r}) = V$ при $\mathbf{r} \in C$; $U(\mathbf{r}) = U$ при $\mathbf{r} \in B_{1,2}$ и при $x < -(c/2+a+b)$, $x > c/2+\tilde{a}+\tilde{b}$, $|y|, |z| < L/2$; $U(\mathbf{r}) = +\infty$ при $|y|, |z| > L/2$.

Будем считать, что размеры структуры в направлениях y, z равны L . Точки окружены барьером, имеющим конечную высоту U в направлении x , и бесконечным в направлениях y, z . Мы предполагаем, что ширина запрещенной зоны у полупроводников, формирующих крайние КТ, одинакова, а разрыв дна зоны проводимости в центральной КТ по отношению к крайним равен $V < U$. Толщина же КЯ (как и барьеров), образованных в направлении роста x , может быть различной: $\tilde{a} = a + \delta a$, $\tilde{b} = b + \delta b$. (Величины, относящиеся к той части структуры, которая лежит в области $x > 0$, и отличающиеся от своих аналогов в области $x < 0$, помечены значком “~”). Далее, без ограничения общности, полагаем $\delta a < 0$, а эффективную массу электрона m^*

для простоты считаем одинаковой в КТ и в барьере.

В такой модели стационарное уравнение Шредингера допускает разделение переменных. Волновая функция имеет вид:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{2}{L} \Psi(x) \cos\left(\frac{\pi n_2 y}{L}\right) \cos\left(\frac{\pi n_3 z}{L}\right), \quad (3.66)$$

$n_2 \geq 1$ и $n_3 \geq 1$ – целые числа. Собственные значения энергии, отсчитываемой от дна крайней ямы, равны

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \frac{\hbar^2 \pi^2 (n_2^2 + n_3^2)}{2m^* L^2}. \quad (3.67)$$

Величина ε_x определяется дисперсионным соотношением, которое следует из условий непрерывности волновой функции $\Psi(x)$, удовлетворяющей одномерному уравнению Шредингера с потенциалом $U(x)$, и ее производной:

$$\begin{aligned} & \exp\left(2\zeta(\varepsilon_x) c \xi_a \sqrt{1 - \varepsilon_x/U}\right) g_-(\varepsilon_x) \tilde{g}_-(\varepsilon_x) - g_+(\varepsilon_x) \tilde{g}_+(\varepsilon_x) = 0, \text{ где} \\ & g_{\pm}(\varepsilon_x) = \left\{ \left(1 \pm \zeta(\varepsilon_x) \varepsilon_x / (U - \varepsilon_x)\right) \text{sh}\left(b \xi_a \sqrt{1 - \varepsilon_x/U} / a\right) - \left(\varepsilon_x / (U - \varepsilon_x) \pm \zeta(\varepsilon_x)\right) \text{ch}\left(b \xi_a \sqrt{1 - \varepsilon_x/U} / a\right) \right\} \times \\ & \quad \times \sin\left(\xi_a \sqrt{\varepsilon_x/U}\right) + \left(1 \mp \zeta(\varepsilon_x)\right) \sqrt{\varepsilon_x / (U - \varepsilon_x)} \exp\left(b \xi_a \sqrt{1 - \varepsilon_x/U} / a\right) \cos\left(\xi_a \sqrt{\varepsilon_x/U}\right) \\ & \quad \xi_a^2 = 2m^* a^2 U / \hbar^2, \quad \zeta^2(\varepsilon_x) = (V - \varepsilon_x) / (U - \varepsilon_x). \end{aligned} \quad (3.68)$$

Функции $\tilde{g}_{\pm}(\varepsilon_x)$ получаются из функций $g_{\pm}(\varepsilon_x)$ заменой $a \rightarrow \tilde{a}, b \rightarrow \tilde{b}$.

В общем случае решение уравнения (3.68) находится численно. Однако поскольку нас интересуют состояния с энергиями $\varepsilon_x \ll U$, можно искать его в виде разложения по степеням $\pi/\xi_a \ll 1$. В первом приближении энергии ε_x глубоколежащих уровней равны энергиям уровней в бесконечно глубокой одномерной КЯ, $\varepsilon_0(n) = \hbar^2 \pi^2 n^2 / 2m^* a^2$. Следовательно, их также можно характеризовать некоторым квантовым числом, n_1 ; при этом $\varepsilon \equiv \varepsilon(n_1, n_2, n_3)$. Заметим, что нумерация уровней, используемая ниже, соответствует спектру трехъямной структуры в целом. Индекс n_1 обозначает принадлежность к определенной подзоне, общей для всей структуры, и не равен n . Поэтому называть оба рабочих состояния основными не совсем корректно. Однако если пренебречь туннелированием электрона, то крайние КЯ можно считать независимыми, и представление о наличии основного состояния в каждой из них вполне

применимо (см. ниже). Для делокализованных или расщепленных состояний это, конечно же, неверно.

Рассмотрим подзону, отвечающую значениям $n_2=1$ и $n_3=1$. Примем величину $\hbar^2\pi^2/m^*L^2$ за новое начало отсчета энергии, тогда $\varepsilon = \varepsilon_\kappa$. Используя (3.68), находим энергии рабочих уровней:

$$\varepsilon_1 \equiv \varepsilon(1,1,1) \approx U \frac{\pi^2}{\xi_a^2} \left\{ 1 - 2 \frac{\exp(br_a/a)}{r_a \operatorname{sh}(br_a/a)} \right\}, \quad \varepsilon_2 \equiv \varepsilon(2,1,1) \approx \frac{\varepsilon_1}{(1+\delta a/a)^2}, \quad \text{где } r_a = \sqrt{\xi_a^2 - \pi^2}. \quad (3.69)$$

Им соответствуют волновые функции $\Psi_1(x)$ и $\Psi_2(x)$:

$$\Psi_1(x) = A_a \begin{cases} (\pi/r_a) (\exp(-(x+c/2)r_v/a) / \operatorname{sh}(br_a/a)), & x > -c/2 \\ (\pi/r_a) (\operatorname{ch}((x+c/2)r_a/a) / \operatorname{sh}(br_a/a)), & -(c/2+b) < x < -c/2 \\ -\sin(k_1(x+c/2+b)) + & \\ + (\pi/r_a) \operatorname{cth}((br_a/a)) \cos(k_1(x+c/2+b)), & (c/2+b+a) < x < -(c/2+b) \\ (\pi/r_a) \exp((x+c/2+b+a)r_a/a), & x < -(c/2+b+a) \end{cases}, \quad (3.70)$$

где $A_a = \sqrt{\frac{2}{a(1+\exp(br_a/2)/r_a \operatorname{sh}(br_a/2))}}$, $k_1 = \sqrt{2m^*\varepsilon_1/\hbar^2}$, а $r_v = \sqrt{2m^*a^2V/\hbar^2 - \pi^2}$. Выражение для

функции $\Psi_2(x)$ получается из формулы (3.70) заменой $x \rightarrow -x, a \rightarrow \tilde{a}, b \rightarrow \tilde{b}, \varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_2$.

Предельный переход к δ -барьерам $b \rightarrow 0, Ub \rightarrow \text{const}$ проводится стандартным образом:

$$r_a \operatorname{sh}(br_a/a) \rightarrow \alpha, \alpha = 2m^*bU/\hbar^2.$$

В качестве транспортного выберем первый возбужденный уровень, волновая функция которого имеет максимум в центральной КЯ. Если справедливы неравенства

$$\varepsilon_2 < V < \frac{\hbar^2\pi^2}{2m^*a^2} \left(4 - \frac{a^2}{c^2} \right) << U, \quad (3.71)$$

то он является третьим в нашей нумерации. (Если же $V \approx \pi^2\hbar^2(4-a^2/c^2)/2m^*a^2$, то имеет место гибридизация электронных состояний, локализованных в отдельных КЯ при $U \rightarrow \infty$. Этот случай мы рассматривать не будем.) Полагая $\xi_c^2 = 2m^*c^2(U-V)/\hbar^2$ и $\pi/\xi_c << 1$, имеем

для энергии транспортного уровня:

$$\varepsilon_3 \equiv \varepsilon(3,1,1) \approx V + (U - V) \frac{\pi^2}{\xi_c^2} \left\{ 1 - \frac{\text{sh}\left((b + \tilde{b})r_c/c\right)}{r_c \text{sh}(br_c/c) \text{sh}(\tilde{b}r_c/c)} + 2 \frac{\sqrt{(\xi_V c/a)^2 + \pi^2}}{(r_c \text{sh}(br_c/c))^2} \text{ctg}\left(\frac{a\sqrt{(\xi_V c/a)^2 + \pi^2}}{c}\right) \right\}^2,$$

$$r_c = \sqrt{\xi_c^2 - \pi^2}, \quad \xi_V^2 = 2m^* a^2 V / \hbar^2, \quad (3.72)$$

а волновая функция в области $x < c/2$ выглядит так:

$$\Psi_3(x) = A_c \begin{cases} \sin(p_3(x + c/2)) + s_2(\pi/r_c) \text{cth}(br_c/c) \cos(p_3(x + c/2)), & -c/2 < x < c/2 \\ s_1(\pi/r_c \text{sh}(br_c/c)) \left\{ \text{ch}((x + b + c/2)r_c/c) + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{U - \varepsilon_3}} \text{ctg}(k_3 a) \exp((x + b + c/2)r_c/c) \right\}, & -(c/2 + b) < x < -c/2 \\ (s_1 \pi/r_c \text{sh}(br_c/c) \sin(k_3 a)) \left\{ \sin(k_3(x + c/2 + b + a)) + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{U - \varepsilon_3}} \cos(k_3(x + c/2 + b + a)) \right\}, & -(c/2 + b + a) < x < -(c/2 + b) \\ \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{U - \varepsilon_3}} s_1(\pi/r_c \text{sh}(br_c/c) \sin(k_3 a)) \exp((x + b + c/2 + a)r_c/c), & x < -(c/2 + b + a) \end{cases}, \quad (3.73)$$

$$A_c = \sqrt{\frac{2}{c}}, \quad s_1 = 1 - \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{U - \varepsilon_3}} \cdot \frac{\exp(br_c/c)}{\text{sh}(br_c/c)} \text{ctg}(k_3 a), \quad s_2 = s_1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{U - \varepsilon_3}} \cdot \frac{\exp(br_c/c)}{\text{ch}(br_c/c)} \text{ctg}(k_3 a),$$

$$k_3 = \sqrt{2m^* \varepsilon_3 / \hbar^2}, \quad p_3 = \sqrt{2m^* (\varepsilon_3 - V) / \hbar^2}.$$

В области $x > c/2$ волновая функция получается из формулы (3.73) для $x < -c/2$ заменой $x \rightarrow -x, a \rightarrow \tilde{a}, b \rightarrow \tilde{b}$.

Приведем значения энергий ε_1 , ε_2 и ε_3 для наноструктуры с параметрами $a = 20$ нм, $b = 3$ нм, $c = 60$ нм, $\delta a = -1$ нм, $\delta b = 0$, $U = 1$ эВ, $V = 0.045$ эВ и $m^* = 0.067 m_0$, где m_0 – масса свободного электрона. Энергии, рассчитанные по формулам (3.69) и (3.72), равны $\varepsilon_1 = 0.0118$ эВ, $\varepsilon_2 = 0.0132$ эВ и $\varepsilon_3 = 0.0465$ эВ. Численный анализ показывает, что ε_1 и ε_2 отличаются от точных значений примерно на 1%, а выражение для ε_3 справедливо с точностью до 0.01%. Это расхождение объясняется тем, что $\xi_c \approx 3\xi_a$; следовательно, приближение, использовавшееся при выводе формул (3.69) и (3.72), лучше работает для центральной (более “глубокой”) КЯ. Заметим, что

энергии следующих трех уровней равны $\varepsilon_4 = 0.0485$ эВ, $\varepsilon_5 = 0.0509$ эВ и $\varepsilon_6 = 0.0533$ эВ, а их волновые функции имеют форму, близкую к форме волновой функции второго уровня в изолированной КЯ, и локализованы в КТ A_1 , C и A_2 соответственно.

Для того чтобы возбужденный электрон с энергией ε_3 мог достаточно быстро туннелировать через барьеры, разделяющие КЯ, должно выполняться условие $(2m^*b^2(U - \varepsilon_3)/\hbar^2)^{1/2} \approx 1$. С другой стороны, электрон, находящийся в состоянии с энергией $\varepsilon_{1,2}$, должен оставаться в нем достаточно долго. Это возможно, если $(2m^*c^2(V - \varepsilon_{1,2})/\hbar^2)^{1/2} \gg 1$. Нетрудно проверить, что оба этих неравенства выполняются. Для оценки нижней границы времени нахождения электрона в основном состоянии одной из крайних КЯ воспользуемся формулой $\tau_{12} \approx \hbar/2\Delta\varepsilon_s$, где $\Delta\varepsilon_s$ - разность энергий уровней, получающихся вследствие расщепления уровней ε_1 и ε_2 , обусловленного туннелированием электрона между крайними КЯ в симметричной структуре ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$). В нашем случае

$$\Delta\varepsilon_s \approx 4\varepsilon_1 r_V r_a^{-2} \left\{ \text{sh}(cr_V/a) \text{sh}^2(br_a/a) + \frac{r_a}{r_V} \text{ch}(cr_V/a) \text{sh}(2br_a/a) + \left(\frac{r_a}{r_V}\right)^2 \text{sh}(cr_V/a) \text{ch}^2(br_a/a) \right\}^{-1}, \quad (3.74)$$

где $r_V = \sqrt{\xi_V^2 - \pi^2}$. Для параметров, использованных выше, $\Delta\varepsilon_s \sim 10^{-14}$ эВ и $\tau_{12} \sim 10^{-2}$ с. Увеличение ширины центральной КЯ на 10% приводит к возрастанию τ_{12} на порядок. В несимметричной структуре, когда $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$, туннелирование между данными состояниями практически подавлено.

Предположим, что электрон в начальный момент времени локализован в основном состоянии КТ A_1 , $\Psi_1(\mathbf{r})$. Что произойдет при включении электрического поля с амплитудой E и частотой ω_{m1} , которая близка к частоте перехода электрона из данного состояния в одно из возбужденных? Если матричный элемент взаимодействия с полем для указанных состояний отличен от нуля, то поле индуцирует электронные переходы между ними. В дипольном приближении взаимодействие с полем характеризуется матричным элементом оптического дипольного перехода (ОДП) между i -м и j -м уровнями:

$$\mathbf{d}_{ij} = -e \int \Psi_i^*(\mathbf{r}) \mathbf{r} \Psi_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (3.75)$$

e - заряд электрона. В отсутствие процессов рассеяния динамика электрона является когерентной, и система периодически возвращается в свое начальное состояние. В общем

случае, зависимость населенности i – ого уровня $p_i(t) = |\Psi_i(\mathbf{r}, t)|^2$ от времени имеет сложный осциллирующий характер. Используя резонансное приближение, можно получить явный вид функций $p_i(t)$ для двух – и трехуровневой систем. Практический интерес представляет поведение населенности i – ого уровня вблизи максимума, величину которого $p_i^{\max}$ мы будем называть *вероятностью переноса* электрона в состояние i .

В нашей структуре каждое рабочее состояние локализовано преимущественно в одной из КЯ. Если, однако, энергетические уровни отдельных КЯ, формирующие транспортный уровень, совпадают (то есть энергия электрона приближенно удовлетворяет дисперсионному соотношению для каждой из КЯ в отдельности), то образуются три близкорасположенных уровня. При этом волновая функция первого возбужденного уровня имеет примерно равные амплитуды в каждой из КЯ. Наложение резонансного поля вызовет *прямые* переходы электрона между основными и транспортным уровнями (трехуровневая схема). Этот вариант был подробно рассмотрен в работе [23] на примере системы из трех туннельно-связанных дискообразных КТ.

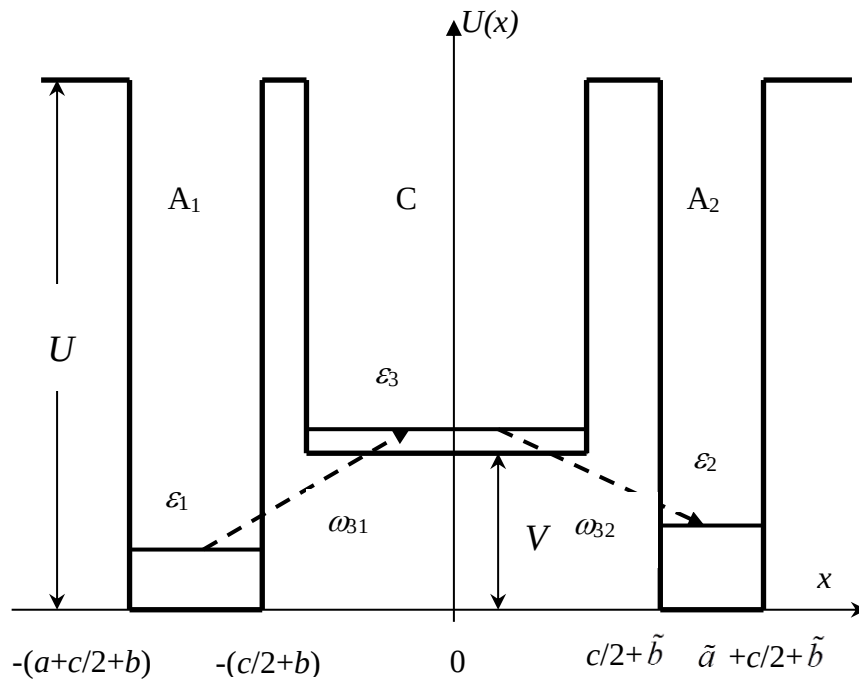


Рис. 3.7. Схема энергетических уровней наноструктуры, состоящей из трех КТ (A_1, A_2, C). Здесь ε_1 и ε_2 — энергии локализованных состояний электрона в крайних КТ, ε_3 — энергия транспортного уровня; U — высота энергетического барьера, окружающего КТ; V — разрыв зон проводимости в КТ C, A_1, A_2 ; ω_{31} и ω_{32} — частоты перехода между данными состояниями.

Если же возбужденные уровни отдельных КЯ не являются близкими, то КЯ связаны за счет нерезонансного туннелирования. Сам перенос осуществляется в две стадии (двухуровневая

схема, переходы Раби). В этом случае потребуются два лазерных импульса, частоты которых соответствуют частотам диагональных переходов электрона $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle, |3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$: $\omega_{31} \approx (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)/\hbar, \omega_{32} \approx (\varepsilon_3 - \varepsilon_2)/\hbar$. Лазерное поле, напряженность которого изменяется по закону

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_1 \cos((\omega_{31} + \delta_1)t) \cdot \{\Theta(T_1 - t) - \Theta(-t)\} + \mathbf{E}_2 \cos((\omega_{32} + \delta_2)t) \cdot \{\Theta(T_1 + T_2 - t) - \Theta(T_1 - t)\}, \quad (3.76)$$

генерирует два последовательных π - импульса длительностью T_1 и T_2 , $T_i = 0.5\pi / \sqrt{(0.5\delta_i)^2 + |\lambda_i|^2}$.

Зависимости населенностей рабочих уровней от времени имеют вид:

$$\begin{aligned} p_1(t) &= \left\{ \cos^2(\Omega_1 t) + (\delta_1/2\Omega_1)^2 \sin^2(\omega_1 t) \right\} \cdot \{\Theta(T_1 - t) - \Theta(-t)\}, \\ p_2(t) &= (|\lambda_1|/\Omega_1)^2 (|\lambda_2|/\Omega_2)^2 \sin^2(\omega_2(t - T_1)) \cdot \{\Theta(T_1 + T_2 - t) - \Theta(T_1 - t)\}, \\ p_3(t) &= (|\lambda_1|/\Omega_1)^2 \left[\sin^2(\omega_1 t) \cdot \{\Theta(T_1 - t) - \Theta(-t)\} + \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \cos^2(\Omega_2(t - T_1)) + (\delta_2/2\Omega_2)^2 \sin^2(\Omega_2(t - T_1)) \right\} \cdot \{\Theta(T_1 + T_2 - t) - \Theta(T_1 - t)\} \right], \end{aligned} \quad (3.77)$$

а частоты переноса электрона между КТ равны $\Omega_i = \sqrt{(\delta_i/2)^2 + |\lambda_i|^2}$. Вероятность переноса в состояние $\Psi_2(\mathbf{r})$, таким образом, есть

$$p_2^{\max} = p_2(T_1 + T_2) \approx 1 - (\delta_1/2|\lambda_1|)^2 - (\delta_2/2|\lambda_2|)^2. \quad (3.78)$$

Используя (3.70), (3.73) и (3.75), вычислим $|\lambda_1|$, полагая, что поле поляризовано по оси x ,

$$\mathbf{E}_{1,2} = E\mathbf{e}_x:$$

$$|\lambda_1| = \gamma e E a \left(\frac{a}{c} \right)^{3/2} \frac{\varepsilon_1^2}{\hbar^3 \omega_{31}^2} \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{U - \varepsilon_3}} \operatorname{sh}^{-1}(br_c/c), \quad (3.79)$$

а численный коэффициент γ зависит от параметров структуры. Аналогичное выражение получается и для $|\lambda_2|$. Формула (3.79) наглядно демонстрирует особенности, присущие диагональным переходам. Для достаточно мощных барьеров $|\lambda_1| \sim \lambda_0 \sqrt{\varepsilon_3/(U - \varepsilon_3)} \exp(-br_c/c)$, где λ_0 отвечает переходу $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ в бесконечно глубокой одномерной прямоугольной КЯ. При $b \gg c/r_c$ переходы практически полностью подавлены. Малый множитель $\sqrt{\varepsilon_3/(U - \varepsilon_3)}$ отражает отсутствие резонанса в крайних КЯ для энергии $\varepsilon_3 \approx \varepsilon_1 + \hbar\omega_{31} \approx \varepsilon_2 + \hbar\omega_{32}$.

Оценим $p_2^{\max}$ для параметров, приведенных выше, и $\delta_i = 10^9 \text{ с}^{-1}$. Формула (3.79) дает $|\lambda_1| \approx 16.2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ и $|\lambda_2| \approx 6.5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ при $E = 500 \text{ В/см}$ и $\gamma \approx 8$. Таким образом, $T = T_1 + T_2 \approx 0.3 \text{ нс}$ и $p_2^{\max} = 0.993$. Величины λ_i должны удовлетворять следующим двум неравенствам: $|\lambda_i| \ll (\varepsilon_4 - \varepsilon_3)/\hbar$, $|\lambda_i| \ll (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\hbar$. Первое из них означает, что лазерный импульс не возбуждает переходы из транспортного состояния в вышележащую часть спектра, а второе обеспечивает реализацию двухуровневой схемы (так как если $|\lambda_i| \geq (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\hbar$, то процесс переноса одностадийный). Видно, что эти условия выполняются для $|\lambda_i| \leq 10^{11} \text{ с}^{-1}$.

Как было показано в разделе 3.2, вероятность переноса электрона между основными состояниями двух близких по размерам КТ зависит от различия геометрических характеристик данных КТ. Следовательно, трехуровневая схема транспортировки электрона весьма чувствительна по отношению к асимметрии структуры. Вероятность переноса близка к единице, если относительная разность ширин КЯ в направлении туннелирования электрона не превышает нескольких процентов. Для наноструктуры с характерными размерами 20 - 30 нм это соответствует естественному пределу точности изготовления в несколько атомных слоев. Кроме того, выбор в качестве транспортного одного из делокализованных состояний вблизи края барьера также накладывает дополнительные условия на параметры системы. С одной стороны, чем меньше разность энергии потенциального барьера, разделяющего КЯ, и энергии транспортного уровня, тем выше вероятность перехода электрона в непрерывный спектр за счет взаимодействия с акустическими фононами или же вследствие его "переброса", вызванного дополнительными гармониками электромагнитного поля частотного диапазона $\delta\omega \sim |\lambda_i| \sim 1/T_i$. С другой стороны, чем глубже залегает транспортный уровень, тем больше времени потребуется для резонансного туннелирования электрона, что увеличивает вероятность электрон-фононной релаксации. Также в этом случае, как показывают численные расчеты, возрастает различие между амплитудами волновой функции транспортного уровня в первой и второй КЯ (если они разные), и, как следствие, уменьшается вероятность переноса.

Как сильно влияют отклонения геометрических размеров точек от заданных на процесс транспортировки электрона в трехъямной структуре? Если параметры подобраны так, что реализуется трехуровневая схема, то вероятность переноса дается формулой (3.16). Как известно, туннелирование в двухбарьерной структуре зависит от разности толщин барьеров. Полагая их достаточно тонкими ($b \sim 1 \div 5 \text{ нм}$), можно ожидать, что $\left| (|\lambda_2|^2 - |\lambda_1|^2) / |\lambda_1|^2 \right| \sim |\delta b / b|$. Нетрудно видеть, что неточность $\delta b \sim 0.5 \div 1 \text{ нм}$ приведет к существенному ухудшению

динамики, так что реализация трехуровневой схемы в неидеальной структуре с тонкими барьерами не представляется возможной. Вообще, такая схема транспортировки является сложной в том смысле, что количество условий на параметры, от которых зависит вероятность переноса, достаточно велико. Следовательно, для успешного осуществления переноса, желательно упростить сам механизм транспортировки.

Одним из вариантов такого упрощения и является разбиение одностадийного (сложного) процесса на два более простых, когда диагональные переходы совершаются независимо и характеризуются разными наборами параметров. Несомненно, этот способ транспортировки обладает важными преимуществами по сравнению с первым. Мы видим, что асимметрия не оказывает негативного влияния на вероятность переноса. Напротив, ее наличие является *необходимым* для того, чтобы электронные переходы отличались друг от друга. Таким образом, требования, предъявляемые к технологии изготовления структуры, могут быть значительно снижены. То, что в качестве транспортного используется один из локализованных уровней, делает схему более устойчивой по отношению к процессам возбуждения электрона в непрерывный спектр.

Время жизни электрона в возбужденном состоянии ограничивается электрон – фононной релаксацией. Другие процессы вносят гораздо меньший вклад в нарушение когерентности волновой функции. Основным механизмом, ответственным за релаксацию электрона в квантовых точках, является взаимодействие с продольными акустическими (LA) фононами. Вероятность переходов, сопровождающихся испусканием или поглощением фонона, может быть значительно уменьшена за счет правильного выбора структурных параметров. Для этого нужно подобрать их так, чтобы минимальная разность энергий уровней удовлетворяла неравенству $3\hbar^2\pi^2/2m^*L^2 > \varepsilon_{\text{crit}}$, где $\varepsilon_{\text{crit}} \approx 3\pi\hbar v_s/2a$ - максимальная энергия акустического фонона, v_s - скорость звука (мы предполагаем, что $a, c < L$). Следовательно, линейный размер структуры L должен удовлетворять условию $L < L_{\text{crit}} \sim \sqrt{\pi\hbar a/m^*v_s}$, при этом вероятность релаксации уменьшается пропорционально L^8 . Для обычно используемых материалов при $a \sim 20 \div 30$ нм имеем $\varepsilon_{\text{crit}} \sim 0.5 \div 1$ мэВ и $L_{\text{crit}} \sim 150$ нм. В этом случае время электрон-фононной релаксации $\tau_{ph} \sim 10^{-6} \div 10^{-7}$ с, и, как нетрудно видеть, $T \ll \tau_{ph}$.

Рассмотренный способ транспортировки электрона в трехъямной структуре может быть реализован и в многоямных одномерных структурах (см. Главу 6). Известно, что в цепочке из одинаковых КЯ, связанных за счет резонансного туннелирования и имеющих общий транспортный уровень вблизи края потенциального рельефа, осуществить перенос электрона

между основными состояниями двух произвольных КЯ крайне сложно. Это обусловлено не только особенностью динамики электрона в резонансном электромагнитном поле при “параллельном” соединении КЯ, но также свойствами энергетического спектра возбужденной подзоны и формой волновой функции транспортного уровня. Рассмотрим теперь динамику электрона в структуре, фрагмент которой показан на рис. 3.8.

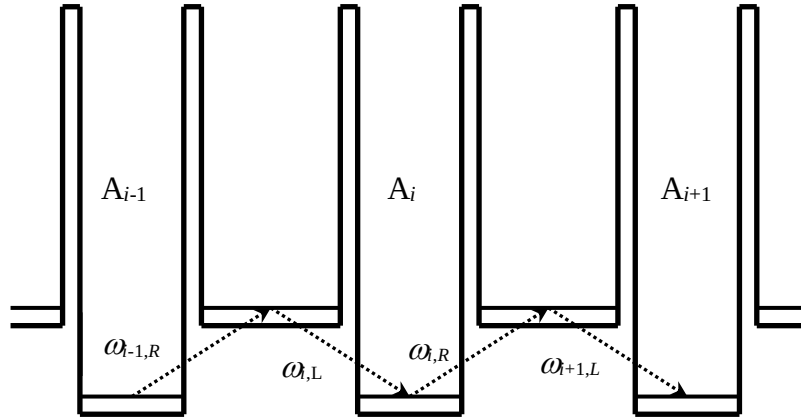


Рис. 3.8. Схема последовательного переноса электрона между основными состояниями в одномерной цепочке нетождественных КЯ.

Ее составной ячейкой является трехъямная несимметричная структура, рассмотренная нами выше. Она характеризуется набором резонансных частот $\{\omega_L, \omega_R\}$, $i=1, \dots, N$ (N – число ячеек). Здесь $\omega_{L(R)}$ – частота перехода между основным уровнем i – ой рабочей КЯ и транспортным уровнем буферной КЯ, расположенной слева (справа). Перенос электрона между двумя ямами (например, j – ой и k – ой, $j < k$) осуществляется посредством резонансных переходов, индуцированных последовательностью π – импульсов с частотами $\{\omega\} = \omega_R, \omega_{j+1,L}, \dots, \omega_{k-1,R}, \omega_{k,L}$, с вероятностью $p^{\max} \approx 1 - \sum_{\{\omega\}} (\delta_{\omega}/2|\lambda_{\omega}|)^2$ (суммирование производится по всем переходам). Хотя данная схема переноса и не обладает преимуществом параллельной связи между ямами, она представляется более надежной, поскольку не требует применения электростатических затворов, корректирующих потенциал структуры.

3.6. Выводы к Главе 3

В данной Главе мы теоретически исследовали квантовую динамику электрона при воздействии лазерного импульса на наноструктуру, состоящую из двух туннельно-связанных квантовых точек. С учетом возможного различия размеров КТ получено аналитическое выражение для вероятности индуцированного перехода электрона между состояниями, локализованными в разных квантовых точках. Этот переход осуществляется посредством резонансного возбуждения электрона на близкий к краю барьера уровень наноструктуры, волновая функция которого делокализована между квантовыми точками (аналог осцилляций Раби для трехуровневой системы). Найдены зависимости длительности и частоты импульса,

при которых вероятность перехода максимальна, от энергетического спектра наноструктуры и дипольных матричных элементов. В рамках модели КТ почти кубической формы сформулированы критерии, которым должны удовлетворять геометрические и энергетические характеристики наноструктуры (размеры КТ, расстояние между ними, высота разделяющего их барьера), чтобы выполнялись условия резонансного перехода электрона. Сделан вывод, что незначительное технологическое различие размеров квантовых точек хотя и приводит к уменьшению вероятности перехода, но не очень существенному (до $p \approx 0.9$). Мы полагаем, что на современном уровне технологии изготовления наноструктур этот эффект может быть обнаружен экспериментально. Оптимальные параметры лазерного импульса при этом должны определяться исходя из характеристик конкретной наноструктуры, либо же подбираться опытным путем.

Далее, с помощью наглядной и простой модели нами был рассмотрен метод построения решений для четырехуровневой λ - V - λ ДКТ системы (прототипа зарядового кубита) во внешних полях общего вида. При этом полученный результат обобщает сразу несколько возможных вариантов реализации кубита (на одиночной КТ или ДКТ) благодаря выбору параметров структуры и поля. Основным параметром, задающим кодировку логических состояний и тип кубита, является отношение туннельной и оптической частот Раби. Меняя его величину, можно проследить переход ДКТ из одного режима в другой. Кроме того, нам удалось аналитически рассчитать поправку к RWA-решению и оценить ошибку, связанную с использованием этого распространенного приближения. Исследовав динамику с помощью данной модели для определенного набора параметров, можно ответить на вопрос, какой тип эволюции – двухуровневый или трехуровневый – реализуется в структуре. Это дает возможность применять ту или иную схему в качестве исходной (более простой), но с достаточным математическим обоснованием, вытекающим из анализа динамики в рамках общей четырехуровневой модели.

В качестве примера, иллюстрирующего дальнейшее развитие модели, была исследована когерентная динамика электрона в структуре из трех КТ в резонансном лазерном поле. Волновые функции и энергии рабочих уровней найдены в приближении высоких барьеров. Показано, что перенос электрона между точками описывается двухуровневой схемой с диагональными переходами. Для того чтобы состояния, имеющие небольшой сдвиг по энергии, могли выполнять разные функции, используются особенности потенциального рельефа. При этом за счет выбора структурных параметров практически полностью исключается уход электрона из структуры, а также запутывание близкорасположенных уровней и электрон – фононная релаксация.

ГЛАВА 4. ДВОЙНАЯ КВАНТОВАЯ ТОЧКА В РОЛИ СПИНОВОГО КУБИТА С ЛАЗЕРНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

4.1. Энергетический спектр и собственные состояния двух электронов в симметричной ДКТ

В 1998 году Лосс и ДиВинченцо предложили кодировать квантовую информацию в спины электронов, находящихся в ДКТ, сформированной затворами [5]. В их модели переменное магнитное поле использовалось для осуществления однокубитных вращений, а электростатическое поле применялось для организации взаимодействия между кубитами. Помимо этого, постоянное магнитное поле может быть наложено на структуру, чтобы более точно регулировать обменное взаимодействие электронов. Благодаря контролю обменного интеграла в течение времени действия импульса напряжения на центральном затворе, разделяющем КТ, оказывается возможным реализовать нетривиальные двухкубитные операции, такие, как XOR и т.н. «корень из SWAP», а также генерировать запутанные состояния электронных спинов. Мы предлагаем альтернативный способ генерации максимально запутанного белловского состояния в схеме кодировки [211], а также операции NOT в схеме [212]. Для этого используются два лазерных импульса, частоты которых отвечают резонансным частотам двухэлектронной системы.

Нами была разработана альтернативная схема управления квантовым состоянием двух взаимодействующих электронов в ДКТ. В ее основе лежит управляемая внешним оптическим полем эволюция системы. Сама схема является обобщением рассмотренной выше модели для зарядового кубита (одноэлектронной ДКТ). Здесь, в отличие от подхода [5], применяется не электростатическое поле, а последовательность лазерных импульсов, вызывающих переходы между размерно-квантованными уровнями ДКТ с двумя электронами. Как и в одноэлектронном случае, резонансный характер взаимодействия с внешним источником обеспечивает высокую избирательность при возбуждении того или иного перехода между основными вырожденными (логическими) и возбужденными (вспомогательными) состояниями.

Рассмотрим симметричную ДКТ, содержащую два электрона в основных состояниях точек А и В (рис. 4.1). Мы предполагаем существование по крайней мере двух одноэлектронных орбиталей $|A(B)0\rangle$ и $|A(B)1\rangle$ (основной и возбужденной) в каждой из КТ, с волновыми функциями $\varphi_{A(B)0}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | A(B)0 \rangle$ и $\varphi_{A(B)1}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | A(B)1 \rangle$, соответственно. Если расстояние между КТ А и КТ В достаточно большое, то перекрытием волновых функций электронов в основных (локализованных) состояниях можно пренебречь. По той же причине

мы опускаем и интегралы перекрытия типа $\langle A(B)0|B(A)1\rangle \approx 0$. Возбужденные состояния лежат вблизи вершины потенциального барьера, разделяющего КТ, и оказываются связанными за счет электронного туннелирования.

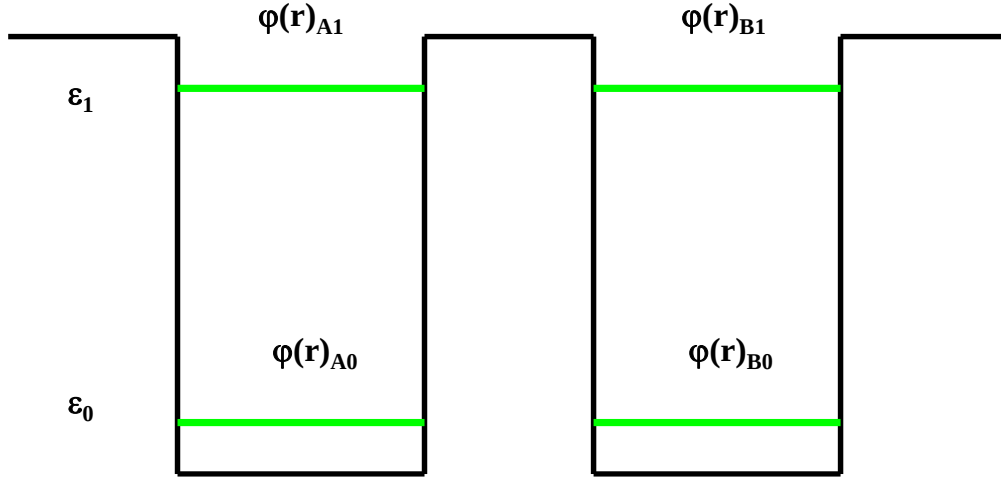


Рис. 4.1. Потенциальный профиль двойной квантовой точки с указанием энергий и волновых функций отдельных (одинаковых) квантовых точек A и B.

Следуя работе [213], мы преобразуем одноэлектронные орбитали изолированных КТ в ортонормированные орбитали ДКТ с учетом гибридизации возбужденных уровней:

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}_{A0}(\mathbf{r}) &= \varphi_{A0}(\mathbf{r}), \quad \tilde{\varphi}_{B0}(\mathbf{r}) = \varphi_{B0}(\mathbf{r}), \\ \tilde{\varphi}_{A1}(\mathbf{r}) &= \left(\frac{1}{2}\sqrt{1+s} + \frac{1}{2}\sqrt{1-s} \right) \varphi_{A1}(\mathbf{r}) + \left(\frac{1}{2}\sqrt{1+s} - \frac{1}{2}\sqrt{1-s} \right) \varphi_{B1}(\mathbf{r}), \\ \tilde{\varphi}_{B1}(\mathbf{r}) &= \left(\frac{1}{2}\sqrt{1+s} + \frac{1}{2}\sqrt{1-s} \right) \varphi_{A1}(\mathbf{r}) + \left(\frac{1}{2}\sqrt{1+s} - \frac{1}{2}\sqrt{1-s} \right) \varphi_{B1}(\mathbf{r}).\end{aligned}\tag{4.1}$$

Здесь $s = \langle A1|B1\rangle$ – интеграл перекрытия возбужденных состояний. Гамильтониан двух электронов в симметричной ДКТ имеет вид [212, 213] $H_0 = h(\mathbf{r}_1) + h(\mathbf{r}_2) + w(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$, где $h(\mathbf{r}_i)$ – одночастичный гамильтониан (сумма кинетической и потенциальной частей), а $w(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$ – гамильтониан кулоновского взаимодействия электронов. Мы будем рассматривать случай, когда электроны имеют противоположные спины. Представим гамильтониан двухэлектронной ДКТ в рамках расширенной модели Хаббарда:

$$\begin{aligned}
H_0 = & \sum_{\sigma} \left[\varepsilon_0 (n_{A0,\sigma} + n_{B0,\sigma}) + \varepsilon_1 (n_{A1,\sigma} + n_{B1,\sigma}) \right] - \tilde{t} \sum_{\sigma} (a_{A1,\sigma}^+ a_{B1,\sigma} + h.c.) + \\
& + \sum_{\sigma, \sigma'} \left[V_{00} n_{A0,\sigma} n_{B0,\sigma'} + V_{01} (n_{A0,\sigma} n_{B1,\sigma'} + n_{B0,\sigma} n_{A1,\sigma'}) + V_{11} n_{A1,\sigma} n_{B1,\sigma'} \right] + \\
& + U_{00} (n_{A0,\uparrow} n_{A0,\downarrow} + n_{B0,\uparrow} n_{B0,\downarrow}) + U_{11} (n_{A1,\uparrow} n_{A1,\downarrow} + n_{B1,\uparrow} n_{B1,\downarrow}) + \\
& + U_{01} \sum_{\sigma, \sigma'} (n_{A0,\sigma} n_{A1,\sigma'} + n_{B0,\sigma} n_{B1,\sigma'}),
\end{aligned} \tag{4.2}$$

где $a_{k,\sigma}^+$ - оператор рождения электрона в состоянии с волновой функцией $\{\tilde{\varphi}_k(\mathbf{r})\}_{k=A0,B0,A1,B1}$ и спином $\sigma = +1/2, -1/2$, $n_{k,\sigma}$ - оператор числа частиц, действующий на вектор состояния в представлении чисел заполнения, $\varepsilon_0 = \int \tilde{\varphi}_{A0}^*(\mathbf{r}) h(\mathbf{r}) \tilde{\varphi}_{A0}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int \tilde{\varphi}_{B0}^*(\mathbf{r}) h(\mathbf{r}) \tilde{\varphi}_{B0}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ и $\varepsilon_1 = \int \tilde{\varphi}_{A1}^*(\mathbf{r}) h(\mathbf{r}) \tilde{\varphi}_{A1}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int \tilde{\varphi}_{B1}^*(\mathbf{r}) h(\mathbf{r}) \tilde{\varphi}_{B1}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ - одноэлектронные энергии основных и возбужденных состояний, соответственно, $\tilde{t} = \int \tilde{\varphi}_{A1}^*(\mathbf{r}) h(\mathbf{r}) \tilde{\varphi}_{B1}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ - матричный элемент электронного перескока (туннелирования) между возбужденными состояниями КТ, $U_{00} = U_{A0,A0} = U_{B0,B0}$ и $U_{11} = U_{A1,A1} = U_{B1,B1}$ - кулоновские энергии для конфигураций, когда электроны занимают одно орбитальное состояние, $V_{00} = V_{A0,B0}$, $V_{01} = V_{A0,B1} = V_{A1,B0}$, $V_{11} = V_{A1,B1}$ и $U_{01} = U_{A0,A1} = U_{B0,B1}$ - кулоновские энергии для конфигураций, когда электроны занимают разные орбитальные состояния. Мы опускаем вклады в гамильтониан, отражающие эффекты более высоких порядков (сотуннелирование, обмен и т.д.). В дальнейшем будем предполагать, что кулоновские вклады малы по сравнению с частотой перехода в КТ: $V_{00}, V_{01}, V_{11} \ll U_{00}, U_{01}, U_{11} \ll \varepsilon_1 - \varepsilon_0$.

Диагонализация гамильтониана дает набор собственных состояний $|n\rangle$ ($n = 1 - 16$) двухэлектронной системы, выражающихся в виде комбинаций четырехкомпонентных векторов вида $|n_{A0,\sigma}\rangle \otimes |n_{B0,\sigma'}\rangle \otimes |n_{A1,\sigma''}\rangle \otimes |n_{B1,\sigma'''}\rangle = |n_{A0,\sigma}, n_{B0,\sigma'}, n_{A1,\sigma''}, n_{B1,\sigma'''}\rangle$:

$$|1\rangle = |1_{\uparrow}, 1_{\downarrow}, 0, 0\rangle, |2\rangle = |1_{\downarrow}, 1_{\uparrow}, 0, 0\rangle, |3\rangle = |2, 0, 0, 0\rangle, |4\rangle = |0, 2, 0, 0\rangle,$$

$$|5\rangle = C_+ \left[\left(v + \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2} \right) |1_{\uparrow}, 0, 0, 1_{\downarrow}\rangle + \tilde{t} |1_{\uparrow}, 0, 1_{\downarrow}, 0\rangle \right],$$

$$|6\rangle = C_+ \left[\left(v + \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2} \right) |0, 1_{\downarrow}, 1_{\uparrow}, 0\rangle + \tilde{t} |0, 1_{\downarrow}, 0, 1_{\uparrow}\rangle \right],$$

$$|7\rangle = C_+ \left[\left(v + \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2} \right) |0, 1_{\uparrow}, 1_{\downarrow}, 0\rangle + \tilde{t} |0, 1_{\uparrow}, 0, 1_{\downarrow}\rangle \right],$$

$$|8\rangle = C_+ \left[\left(v + \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2} \right) |1_{\downarrow}, 0, 0, 1_{\uparrow}\rangle + \tilde{t} |1_{\downarrow}, 0, 1_{\uparrow}, 0\rangle \right],$$

(4.3)

$$\begin{aligned}
|9\rangle &= C_- \left[\left(v - \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2} \right) |1_\uparrow, 0, 0, 1_\downarrow\rangle + \tilde{t} |1_\uparrow, 0, 1_\downarrow, 0\rangle \right], \\
|10\rangle &= C_- \left[\left(v - \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2} \right) |0, 1_\downarrow, 1_\uparrow, 0\rangle + \tilde{t} |0, 1_\downarrow, 0, 1_\uparrow\rangle \right], \\
|11\rangle &= C_- \left[\left(v - \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2} \right) |0, 1_\uparrow, 1_\downarrow, 0\rangle + \tilde{t} |0, 1_\uparrow, 0, 1_\downarrow\rangle \right], \\
|12\rangle &= C_- \left[\left(v - \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2} \right) |1_\downarrow, 0, 0, 1_\uparrow\rangle + \tilde{t} |1_\downarrow, 0, 1_\uparrow, 0\rangle \right], \\
|13\rangle &= \tilde{C}_+ \left[\left(\tilde{v} + \sqrt{\tilde{v}^2 + 4\tilde{t}^2} \right) \frac{|0, 0, 1_\uparrow, 1_\downarrow\rangle + |0, 0, 1_\downarrow, 1_\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} + 2\tilde{t} \frac{|0, 0, 2, 0\rangle + |0, 0, 0, 2\rangle}{\sqrt{2}} \right], \\
|14\rangle &= \frac{|0, 0, 1_\uparrow, 1_\downarrow\rangle - |0, 0, 1_\downarrow, 1_\uparrow\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |15\rangle = \frac{|0, 0, 2, 0\rangle - |0, 0, 0, 2\rangle}{\sqrt{2}}, \\
|16\rangle &= \tilde{C}_- \left[\left(\tilde{v} - \sqrt{\tilde{v}^2 + 4\tilde{t}^2} \right) \frac{|0, 0, 1_\uparrow, 1_\downarrow\rangle + |0, 0, 1_\downarrow, 1_\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} + 2\tilde{t} \frac{|0, 0, 2, 0\rangle + |0, 0, 0, 2\rangle}{\sqrt{2}} \right];
\end{aligned}$$

где

$$C_\pm = \frac{1}{\sqrt{\tilde{t}^2 + \left(v \pm \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2} \right)^2}}, \quad \tilde{C}_\pm = \frac{1}{\sqrt{4\tilde{t}^2 + \left(\tilde{v} \pm \sqrt{\tilde{v}^2 + 4\tilde{t}^2} \right)^2}}$$

и

$$u = \frac{U_{01} + V_{01}}{2}, \quad v = \frac{U_{01} - V_{01}}{2}, \quad \tilde{u} = \frac{U_{11} + V_{11}}{2}, \quad \tilde{v} = \frac{U_{11} - V_{11}}{2}.$$

Им соответствуют собственные энергии E_n ($n = 1 - 16$): $E_1 = E_2 = 2\varepsilon_0 + V_{00}$, $E_3 = E_4 = 2\varepsilon_0 + U_{00}$,

$$E_5 = E_6 = E_7 = E_8 = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + u - \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2}, \quad E_9 = E_{10} = E_{11} = E_{12} = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + u + \sqrt{v^2 + \tilde{t}^2},$$

$$E_{13} = 2\varepsilon_1 + \tilde{u} - \sqrt{\tilde{v}^2 + 4\tilde{t}^2}, \quad E_{14} = 2\varepsilon_1 + V_{11}, \quad E_{15} = 2\varepsilon_1 + U_{11}, \quad E_{16} = 2\varepsilon_1 + \tilde{u} + \sqrt{\tilde{v}^2 + 4\tilde{t}^2}.$$

Поскольку мы предполагаем, что $V_{00}, V_{01}, V_{11} \ll U_{00}, U_{01}, U_{11} \ll \varepsilon_1 - \varepsilon_0$, то можно разделить все состояния на три группы, энергии которых отвечают энергиям двух невзаимодействующих электронов: $2\varepsilon_0, \varepsilon_0 + \varepsilon_1, 2\varepsilon_1$. Состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ с энергией $\varepsilon_{00} = E_1 = E_2$ – это основные состояния двух электронов, которые локализованы в нижних орбитальных состояниях разных КТ. Состояния $|3\rangle$ и $|4\rangle$ описывают конфигурацию с электронами в нижнем состоянии одной КТ, их энергия равна $\tilde{\varepsilon}_{00} = E_3 = E_4$. Следующие восемь состояний отвечают случаю, когда один электрон локализован в одной из КТ, а другой электрон возбужден и делокализован по всей ДКТ. Четыре состояния $|5\rangle - |8\rangle$ из данной группы формируют подпространство с энергией

$\varepsilon_{01}^- = E_5 = E_6 = E_7 = E_8$, и четыре состояния $|9\rangle - |12\rangle$ - подпространство с энергией $\varepsilon_{01}^+ = E_9 = E_{10} = E_{11} = E_{12}$. Оставшиеся четыре состояния $|13\rangle - |16\rangle$ описывают возбуждение обоих электронов. Их свойства изучались в работах [212 - 215]. Орбиталь $|13\rangle$ есть синглет с энергией $\varepsilon_{11}^- = E_{13}$. Триплетное состояние $|14\rangle$ имеет энергию $\varepsilon_{11}^t = E_{14}$. Две последних орбитали – это синглетные состояния $|15\rangle$ и $|16\rangle$ с энергиями $\varepsilon_{11}^a = E_{15}$ и $\varepsilon_{11}^{+s} = E_{16}$. Индекс $s(a)$ обозначает их симметрию (антисимметрию) относительно операции отражения.

Вследствие того, что мы пренебрегаем туннельными и обменными эффектами между локализованными одноэлектронными орбиталями ДКТ, состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ оказываются вырожденными. Таким образом, если структура находилась, скажем, в состоянии $|1\rangle$, то с определенностью можно сказать, что электрон в состоянии $|A0(B0)\rangle$ имеет спин $\sigma = +1/2(-1/2)$. С другой стороны, состояния $|13\rangle - |16\rangle$ гибридизированы, и их электронные спины коррелированы и не определены. Эти состояния (наряду с состояниями $|3\rangle$ и $|4\rangle$) могут быть использованы для генерации запутанности изначально незапутанных электронов.

4.2. Резонансные и рамановские переходы в двухэлектронной ДКТ в бихроматическом лазерном поле

Традиционно для манипуляций с пространственными и спиновыми степенями свободы электронов в ДКТ применяются электростатические и магнитные поля. В работе [212] адиабатическое варьирование электрического поля затвора вблизи области барьера регулировало скорость туннелирования электрона между КТ. Это дает возможность организации контролируемого взаимодействия двух электронов и, как следствие, реализации квантовых вентилях и запутывания их спиновых состояний. Главная сложность, присущая данному способу, состоит в необходимости одновременно удовлетворить двум противоположным условиям – выполнять квантовые операции с большой скоростью для минимизации потери когерентности и соблюдать требование к адиабатичности (медленности) процесса туннелирования. Нарушение последнего условия может привести к двойному заселению одной КТ и выходу системы из логического пространства.

Мы предлагаем альтернативное решение, в котором, по примеру одноэлектронной ДКТ, квантовая эволюция двух электронов контролируется лазерными импульсами. Пусть система находится в состоянии $|1\rangle$. Для перевода ее в суперпозицию состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ воспользуемся двумя одновременно включаемыми лазерными импульсами для генерации оптических

переходов между основными и возбужденными уровнями ДКТ. Как мы увидим, существуют наборы параметров импульсов и структуры, для которых в ДКТ реализуются некоторые квантовые операции и запутывание. Гамильтониан с ДКТ во внешнем оптическом поле приобретает форму

$$H = H_0 + [V_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + V_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)] \{\theta(t) - \theta(t-T)\}, \quad (4.4)$$

где $V_k = -e\mathbf{E}_k(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$, ω_k , φ_k – амплитуда, частота и фаза k -ого импульса, e – заряд электрона, $\theta(t)$ – ступенчатая функция Хэвисайда и T – длительность импульсов.

Вектор состояния может быть представлен в виде разложения по базисным векторам гамильтониана без поля

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=1-16} c_n(t) \exp(-iE_n t) |n\rangle. \quad (4.5)$$

Квантовая эволюция вектора состояния без учета диссипативных эффектов описывается уравнением Шредингера

$$i \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = H |\Psi(t)\rangle. \quad (4.6)$$

Поскольку дипольное взаимодействие между импульсом и электроном вызывает только одночастичные возбуждения, то создавать запутанные состояния, используя лишь однофотонные процессы, невозможно. Однако, как следует из строения энергетического спектра, состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ могут быть связаны с помощью четырехстадийной двухфотонной схемы переходов, включающей в себя основные состояния, состояния из подпространства с энергией $\varepsilon_{01}^{\pm}$ и гибридизированные состояния $|13\rangle - |16\rangle$ или состояния $|3\rangle$ и $|4\rangle$ с двойным заселением.

Рассмотрим вначале переходы между состояниями $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|5\rangle - |8\rangle$ и $|13\rangle$. Из-за вырожденности энергий состояний $|5\rangle - |8\rangle$ оказывается достаточно двух импульсов для перевода начального состояния $|1\rangle$ в $|2\rangle$. Положим $\omega_1 = \varepsilon_{01}^- - \varepsilon_{00} + \Delta_1$ и $\omega_2 = \varepsilon_{11}^- - \varepsilon_{01} + \Delta_2$, где Δ_1 и Δ_2 – отстройки частот импульсов от частот переходов ДКТ, см. рис. 4.2. Преобразование зависящих от времени амплитуд вероятности в уравнении (4.5) согласно формулам

$c_1 = \tilde{c}_1$, $c_2 = \tilde{c}_2$, $c_k = \tilde{c}_k \exp(-i\Delta_1 t)$, $k = 5, 6, 7, 8$, $c_{13} = \tilde{c}_{13} \exp(-i(\Delta_1 + \Delta_2)t)$ и их подстановка в (4.5) и (4.6) приводят к системе уравнений

$$\begin{aligned} i\dot{\tilde{c}}_1 &= \lambda_1 (\tilde{c}_5 + \tilde{c}_6) \\ i\dot{\tilde{c}}_2 &= \lambda_1 (\tilde{c}_7 + \tilde{c}_8) \\ i\dot{\tilde{c}}_k &= -\Delta_1 \tilde{c}_k + \lambda_1^* (\delta_{k5} \tilde{c}_1 + \delta_{k6} \tilde{c}_1 + \delta_{k7} \tilde{c}_2 + \delta_{k8} \tilde{c}_2) + \lambda_2 \tilde{c}_{13}, \quad k = 5, 6, 7, 8 \\ i\dot{\tilde{c}}_{13} &= -(\Delta_1 + \Delta_2) \tilde{c}_{13} + \lambda_2^* (\tilde{c}_5 + \tilde{c}_6 + \tilde{c}_7 + \tilde{c}_8) \end{aligned} \quad (4.7)$$

где δ_{ij} - символ Кронекера, $\lambda_1 = \frac{1}{2} \exp(i\varphi_1) \langle 1|V_1|5 \rangle$ и $\lambda_2 = \frac{1}{2} \exp(i\varphi_2) \langle 5|V_1|13 \rangle$ - матричные элементы гамильтониана взаимодействия электрона с лазерным импульсом, и использованы тождества $\langle 1|V_1|5 \rangle = \langle 1|V_1|6 \rangle = \langle 2|V_1|7 \rangle = \langle 2|V_1|8 \rangle$ и $\langle 5|V_2|13 \rangle = \langle 6|V_2|13 \rangle = \langle 7|V_2|13 \rangle = \langle 8|V_2|13 \rangle$.

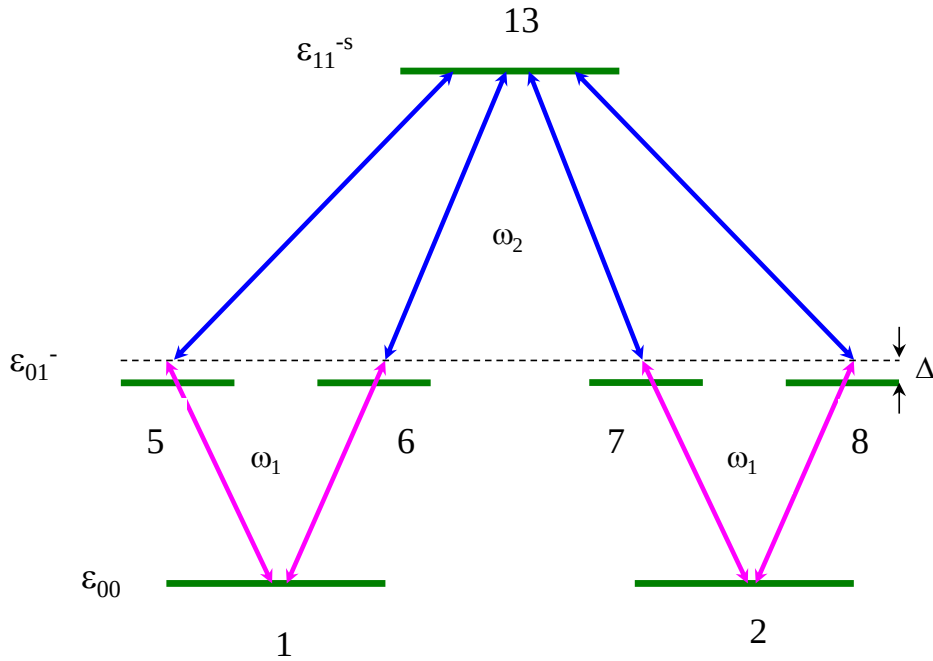


Рис. 4.2. Схема переходов в двухэлектронной симметричной структуре между логическими состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ и вспомогательными состояниями $|5\rangle - |8\rangle$ и $|13\rangle$ при наложении двух лазерных импульсов с частотами ω_1 и ω_2 (двухфотонный резонанс).

Собственные частоты системы (4.7) могут быть определены из характеристического уравнения

$$x^3 - i(2\Delta_1 + \Delta_2)x^2 + \left(4|\lambda_2|^2 + 2|\lambda_1|^2 - \Delta_1(\Delta_1 + \Delta_2)\right)x - 2i|\lambda_1|^2(\Delta_1 + \Delta_2) = 0. \quad (4.8)$$

Его решение имеет компактную форму только в случае $\Delta_1 = -\Delta_2 = \Delta$, что соответствует двухфотонному резонансу.

Предположим, что ДКТ в момент времени $t = 0$ находилась в произвольной суперпозиции состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$. При этом начальные условия для уравнения принимают вид $c_1(0) = \alpha$, $c_2(0) = \beta$, $c_{k \neq 1,2}(0) = 0$, а решение в лабораторной системе отсчета выглядит следующим образом

$$c_{1,2} = \pm \frac{\alpha - \beta}{2} \exp\left(i \frac{\Delta t}{2}\right) \left(\cos(\Omega_1 t) - i \frac{\Delta}{2\Omega_1} \sin(\Omega_1 t) \right) + \frac{\alpha + \beta}{2} \left(\frac{2|\lambda_2|^2}{|\lambda_1|^2 + 2|\lambda_2|^2} + \exp\left(i \frac{\Delta t}{2}\right) \frac{|\lambda_1|^2}{|\lambda_1|^2 + 2|\lambda_2|^2} \left(\cos(\Omega_2 t) - i \frac{\Delta}{2\Omega_2} \sin(\Omega_2 t) \right) \right), \quad (4.9)$$

$$c_5 = c_6 = -i \exp\left(i \frac{\Delta t}{2}\right) \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \frac{\lambda_1^*}{\Omega_1} \sin(\Omega_1 t) + \frac{\alpha + \beta}{2} \frac{\lambda_1^*}{\Omega_2} \sin(\Omega_2 t) \right), \quad (4.10)$$

$$c_7 = c_8 = -i \exp\left(i \frac{\Delta t}{2}\right) \left(-\frac{\alpha - \beta}{2} \frac{\lambda_1^*}{\Omega_1} \sin(\Omega_1 t) + \frac{\alpha + \beta}{2} \frac{\lambda_1^*}{\Omega_2} \sin(\Omega_2 t) \right), \quad (4.11)$$

$$c_{13} = (\alpha + \beta) \frac{\lambda_1^* \lambda_2^*}{|\lambda_1|^2 + 2|\lambda_2|^2} \left(-1 + \exp\left(i \frac{\Delta t}{2}\right) \left(\cos(\Omega_2 t) - \frac{i\Delta}{2\Omega_2} \sin(\Omega_2 t) \right) \right). \quad (4.12)$$

Здесь $\Omega_1 = \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + 2|\lambda_1|^2}$ и $\Omega_2 = \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + 2(|\lambda_1|^2 + 2|\lambda_2|^2)}$ - частоты Раби.

Если $\Delta = 0$, то частоты оптических переходов ДКТ находятся в строгом резонансе с частотами импульсов. Для полной локализации электронов в подпространстве $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ основных состояний в определенные моменты $t = T_k$ времени коэффициенты $c_{n \neq 1,2}$ должны быть равны нулю: $c_{n \neq 1,2}(T_k) = 0$. В случае $\Delta = 0$ эти условия выполняются, если $\Omega_1 T_k = \pi k$ и $\Omega_2 T_k = 2\pi m$ или, что то же самое, матричные элементы удовлетворяют соотношению

$$\frac{|\lambda_2|}{|\lambda_1|} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{4m^2}{k^2} - 1 \right)}, \quad (4.13)$$

где k и m – целые положительные числа, а подкорневое выражение неотрицательно. В этом случае для времен $T_k = \frac{\pi k}{|\lambda_1| \sqrt{2}}$ операция инвертирования реализуется в логическом

подпространстве $\{|1\rangle, |2\rangle\}$, если k нечетное, и восстанавливается начальное состояние, если k – четное. Численное решение для $m = 2$ и $k = 3$ приведено на рис. 4.3.

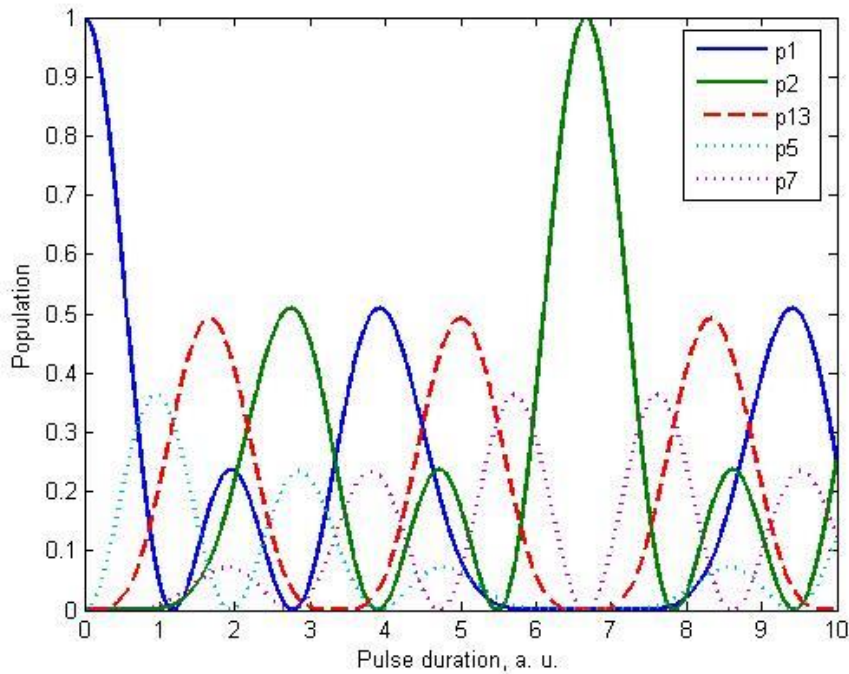


Рис. 4.3. Графики зависимостей населенностей от длительности лазерного импульса (в единицах $\lambda_1 t$) для строгого двухфотонного резонанса ($\Delta=0$). Здесь $m=2$, $k=3$, $p_5=p_6$, $p_7=p_8$. Аналитическая зависимость p_1 совпадает с найденной численно.

Существует интересный частный случай, когда выполняется условие $\Delta = (\varepsilon_{11}^{-s} + \varepsilon_{00})/2 - \varepsilon_{01}$, и одного импульса достаточно для инвертирования спиновой конфигурации, так как $\omega_1 = \omega_2$.

Если параметр $\left(\frac{\max(|\lambda_1|, |\lambda_2|)}{\Delta} \right)^2$ много меньше единицы, то и заселенности вспомогательных состояний $|5\rangle - |8\rangle$ также являются незначительными по сравнению с заселенностями состояний $|1\rangle$, $|2\rangle$ и $|13\rangle$, см. рис. 4.4. Это хорошо известная в квантовой оптике процедура адиабатического исключения, когда состояния $|5\rangle - |8\rangle$ заселяются виртуально, и реализуется эффективная трехуровневая схема. В этом случае можно говорить о коррелированном (одновременном) возбуждении двух электронов из логического подпространства в гибридизированное состояние $|13\rangle$. Мы отождествляем этот процесс с контролируемым включением обменного взаимодействия между двумя электронами.

Выражение для оператора эволюции получается из разложения в ряд по малому параметру

$\left(\frac{\max(|\lambda_1|, |\lambda_2|)}{\Delta}\right)^2 \ll 1$ решения (4.9) - (4.12). Адиабатическая динамика оказывается значительно

медленнее, чем резонансная ($\Delta = 0$), поскольку теперь эффективная частота Раби

$\Omega_{eff} = \frac{|\lambda_1|^2}{\Delta} \ll |\lambda_1|$ (скорость данного процесса) пропорциональна данному параметру.

Стробоскопическая эволюция $|\Psi(T_k)\rangle = \exp(-i\varepsilon_{00}T_k)U_k|\Psi(0)\rangle$ вектора состояния, где

$|\Psi(0)\rangle = (\alpha, \beta)^T$ и $T_k = \frac{\pi k \Delta}{|\lambda_1|^2 + 2|\lambda_2|^2}$, приводящая к локализации в системы в логическом

пространстве, описывается матрицей

$$U_k = \exp(-i\psi_k) \begin{pmatrix} \cos(\psi_k) & \exp(i\pi/2)\sin(\psi_k) \\ -\exp(-i\pi/2)\sin(\psi_k) & \cos(\psi_k) \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

где $\psi_k = \Omega_{eff}T_k$, а длительность импульса задается условием $c_{13}(T_k) = 0$. Видно, что уравнение

(4.15) определяет поворот вектора состояния на угол ψ_k . С помощью данной операции можно

получить максимально запутанное состояние двухспиновой системы [5].

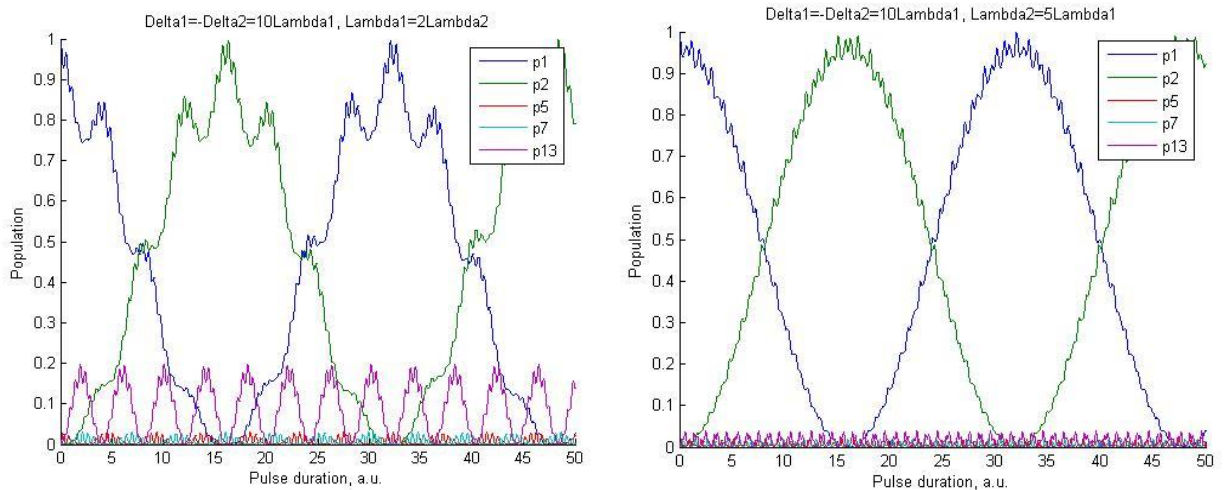


Рис. 4.4. Графики зависимостей населенностей от длительности лазерного импульса (в единицах $\lambda_1 t$) для двухфотонного резонанса при $\lambda_1/\Delta = 0.1$ (слева - $\lambda_1 = 2\lambda_2$, справа - $\lambda_1 = 5\lambda_2$).

Рассмотрим теперь ситуацию, когда $\Delta_1 \neq \Delta_2$ и один из переходов (или оба) выведены из резонанса с лазерным полем. Полагая $\Delta_1 = 0, |\Delta_2| \gg |\lambda_2|$, адиабатически исключаем синглетное состояние из уравнения (4.7),

$$\dot{\tilde{c}}_{13} = 0, \quad \tilde{c}_{13} = \frac{\lambda_2^*}{\Delta_2} (\tilde{c}_5 + \tilde{c}_6 + \tilde{c}_7 + \tilde{c}_8) \quad (4.15)$$

и подставляем уравнение (4.15) в (4.7), в результате чего получаем следующее решение:

$$c_{1,2} = \pm \frac{\alpha - \beta}{2} \cos(\sqrt{2}|\lambda_1|t) + \frac{\alpha + \beta}{2} \exp\left(-i \frac{2|\lambda_2|^2 t}{\Delta_2}\right) \left(\cos(\tilde{\Omega}_2 t) + i \frac{2|\lambda_2|^2}{\Delta_2 \tilde{\Omega}_2} \sin(\tilde{\Omega}_2 t) \right), \quad (4.16)$$

$$c_5 = c_6 = -\frac{i}{\sqrt{2}} \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \sin(\sqrt{2}|\lambda_1|t) + \frac{\alpha + \beta}{2} \frac{\sqrt{2}\lambda_1^*}{\tilde{\Omega}_2} \exp\left(-i \frac{2|\lambda_2|^2 t}{\Delta_2}\right) \sin(\tilde{\Omega}_2 t) \right), \quad (4.17)$$

$$c_7 = c_8 = -\frac{i}{\sqrt{2}} \left(-\frac{\alpha - \beta}{2} \sin(\sqrt{2}|\lambda_1|t) + \frac{\alpha + \beta}{2} \frac{\sqrt{2}\lambda_1^*}{\tilde{\Omega}_2} \exp\left(-i \frac{2|\lambda_2|^2 t}{\Delta_2}\right) \sin(\tilde{\Omega}_2 t) \right), \quad (4.18)$$

где $\tilde{\Omega}_2 = \sqrt{\frac{4|\lambda_2|^4}{\Delta_2^2} + 2|\lambda_1|^2}$. Как и для случаев, рассмотренных выше, здесь также существует соотношение для матричных элементов, следующее из условия $c_{n \neq 1,2}(T_k) = 0$ полной локализации системы в логическом подпространстве:

$$\frac{|\lambda_2|}{|\lambda_1|} = \frac{|\Delta_2|}{\sqrt{2}|\lambda_2|} \sqrt{\frac{m^2}{n^2} - 1}, \quad (4.19)$$

где m и n – целые числа. Пример такой эволюции приведен на рис. 4.5.

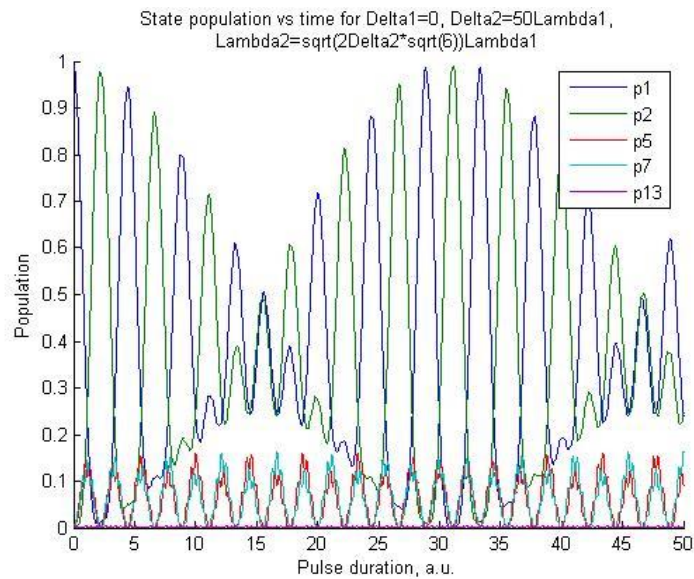


Рис. 4.5. Графики зависимостей населенностей от длительности лазерного импульса (в единицах $\lambda_1 t$) для двухфотонного резонанса при $\Delta_1 = 0$, $\lambda_1/\Delta_2 = 0.02$.

Если данное условие выполнено, то матрица эволюции основных состояний при $T_k = \frac{\pi}{|\lambda_1|\sqrt{2}} k$

дается выражением

$$U_k = \exp(i\pi k) \exp(-i\psi_k) \begin{pmatrix} \cos(\psi_k) & \exp(-i\pi/2) \sin(\psi_k) \\ -\exp(i\pi/2) \sin(\psi_k) & \cos(\psi_k) \end{pmatrix}, \quad (4.20)$$

где $\psi_k = \Omega_{eff} T_k = \pi \sqrt{m^2 - n^2} / 2$, $\Omega_{eff} = \frac{|\lambda_2|^2}{|\Delta_2|} \ll |\lambda_1|$, если $m-k$ четное, и

$\tilde{U}_k = \exp(i\pi) \sigma_x U_k = \exp(i\pi) U_k \sigma_x$, если $m-k$ - нечетное.

Случаи $\Delta_2 = 0, |\Delta_1| \gg |\lambda_1|$ и $|\Delta_1|, |\Delta_2| \gg |\lambda_1|, |\lambda_2|$ обеспечивают полную локализацию вектора системы в пространстве основных состояний в любой момент времени без каких-либо ограничений на матричные элементы. Однако в первом случае нетривиальная эволюция наблюдается только в четвертом порядке по параметру $|\lambda_1|/|\Delta_1|$, а эффективная частота Раби во втором случае оказывается порядка $\Omega_{eff} \sim |\lambda_1|^2 |\lambda_2|^2 / \Delta_1^2 |\Delta_2|$, что делает вращение слишком медленным по сравнению с временем потери спиновой когерентности. Мы не будем рассматривать эти случаи в деталях.

Существует альтернативный способ вращения двухэлектронного вектора состояния. Как мы уже упоминали, состояния $|3\rangle$ и $|4\rangle$ с двойным заселением можно использовать для генерации эффективного обменного взаимодействия электронов в состояниях $|1\rangle$ или $|2\rangle$ и манипуляций со спиновой запутанностью в данной структуре. Это наглядно иллюстрирует схема переходов (рис. 4.6) между состояниями $|1\rangle$ - $|8\rangle$, а состояния $|13\rangle$ - $|16\rangle$ с двухэлектронным возбуждением не используются. Частоты импульсов теперь равны $\omega_1 = \varepsilon_{01}^- - \varepsilon_{00} + \Delta_1$ и $\omega_2 = \varepsilon_{01}^- - \tilde{\varepsilon}_{00} - \Delta_2$, а амплитуды вероятностей находятся из системы уравнений

$$\begin{aligned}
i\dot{\tilde{c}}_1 &= \lambda_1 (\tilde{c}_5 + \tilde{c}_6), \\
i\dot{\tilde{c}}_2 &= \lambda_1 (\tilde{c}_7 + \tilde{c}_8), \\
i\dot{\tilde{c}}_3 &= -(\Delta_1 + \Delta_2) \tilde{c}_3 + \lambda_2^* (\tilde{c}_5 + \tilde{c}_8), \\
i\dot{\tilde{c}}_4 &= -(\Delta_1 + \Delta_2) \tilde{c}_4 + \lambda_2^* (\tilde{c}_6 + \tilde{c}_7) \\
i\dot{\tilde{c}}_k &= -\Delta_1 \tilde{c}_k + \lambda_1^* (\delta_{k5} \tilde{c}_1 + \delta_{k6} \tilde{c}_1 + \delta_{k7} \tilde{c}_2 + \delta_{k8} \tilde{c}_2) + \tilde{\lambda}_2 (\delta_{k5} \tilde{c}_3 + \delta_{k8} \tilde{c}_3 + \delta_{k6} \tilde{c}_4 + \delta_{k7} \tilde{c}_4), \quad k = 5-8
\end{aligned} \quad (4.21)$$

где $\tilde{\lambda}_2 = \frac{1}{2} \exp(i\varphi_2) \langle 5|V_2|3 \rangle$ и $\langle 5|V_2|3 \rangle = \langle 8|V_2|3 \rangle = \langle 6|V_2|4 \rangle = \langle 7|V_2|4 \rangle$.

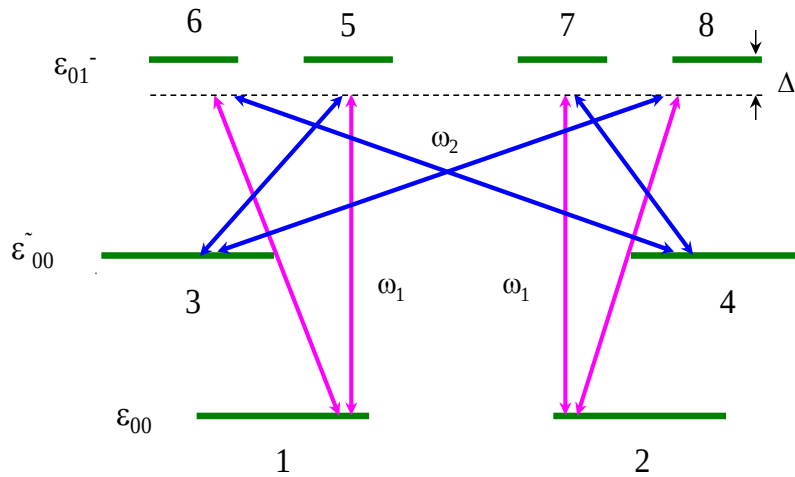


Рис. 4.6. Схема переходов в двухэлектронной симметричной структуре между логическими состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ и вспомогательными состояниями $|3\rangle$ - $|8\rangle$ при наложении двух лазерных импульсов с частотами ω_1 и ω_2 (двухфотонный резонанс).

Уравнения (4.21) эквивалентны уравнениям (4.7), если положить $\tilde{c}_3 = \tilde{c}_4 = \tilde{c}_{13} / \sqrt{2}$, $\tilde{\lambda}_2 = \lambda_2 \sqrt{2}$. Эта замена, разрешенная в случае $c_3(0) = 0, c_4(0) = 0, c_{13}(0) = 0$, обеспечивает формальную аналогию между первой и второй схемами. Таким образом, можно получить решение (4.21) из выражений (4.9) - (4.20). Отметим, что, помимо ограничений на параметры задачи, накладываемых требованием локализации вектора состояния в логическом подпространстве ДКТ, матричные элементы и отстройки должны удовлетворять условиям резонансного приближения, сделанного в уравнениях (4.7) и (4.21). Если мы рассматриваем переходы, включающие состояния $|5\rangle$ - $|8\rangle$ или состояния $|9\rangle$ - $|12\rangle$, то необходимо выполнение неравенства $|\Delta_1|, |\Delta_2| \ll |\lambda_1|, |\lambda_2| \ll \varepsilon_{01}^+ - \varepsilon_{01}^-$. Для нерезонансной схемы должно удовлетворяться неравенство $|\Delta| \ll \varepsilon_{01}^+ - \varepsilon_{01}^-$. Используя оценку $|\lambda_{1,2}| \sim 10^{-5}$ эВ для матричных элементов взаимодействия электрона и лазера и полагая $\tilde{t} \sim 10^{-3}$ эВ и $\tilde{t} \approx \varepsilon_{01}^+ - \varepsilon_{01}^-$ для матричного элемента туннелирования, возможно удовлетворить всем указанным условиям, как

для резонансной, так и для нерезонансной схемы. В резонансном случае такой выбор параметров дает оценку $\tau \sim 1/\min(|\lambda_1|, |\lambda_2|)$ для времени выполнения квантовой операции порядка нескольких десятков пикосекунд.

4.3. Квантовые операции и запутывание с участием спиновых и орбитальных состояний двухэлектронной ДКТ

Рассмотрим возможность использования спинов электронов в ДКТ в роли оптически управляемых кубитов. Выберем в качестве логических состояний спиновые конфигурации $|1\rangle = |1_\uparrow, 1_\downarrow, 0, 0\rangle$ и $|2\rangle = |1_\downarrow, 1_\uparrow, 0, 0\rangle$. При этом ДКТ функционирует как отдельный кубит. Какие операции можно выполнить на таком кубите путем лазерного воздействия (без магнитных и электростатических полей)? Как видно из уравнений (4.14) и (4.20), возможно вращение вектора состояния вдоль меридиана $\varphi = \pi/2$ на полярный угол ψ_k . Состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ принадлежат одной и той же зарядовой конфигурации. Это значит, что для выполнения фазового сдвига σ_z необходимо разработать механизм их различения с использованием только принципа Паули. Поскольку спиновые и зарядовые степени свободы разделены, то лазерный импульс не может изменить спиновое состояние ДКТ. Таким образом, чтобы выполнить произвольное спиновое вращение путем прямого воздействия только на зарядовую часть вектора состояния, требуются дополнительные средства контроля. Например, можно дополнить нашу схему дополнительным импульсом с круговой поляризацией, который может генерировать экситон в одной из КТ в зависимости от спинового состояния данной КТ.

Последовательное применение транспозиции σ_x основных состояний ДКТ открывает путь для оптического транспорта квантового состояния в цепочке одноэлектронных КТ. Кроме того, появляется возможность выбора новых базисных векторов, принадлежащих так называемому пространству, свободному от потери когерентности (decoherence free subspace, DFS). Запутывая определенным образом исходные векторы, можно значительно уменьшить паразитное влияние окружения за счет симметричных свойств DFS-состояний. Как было показано в работе [216] для четырехспиновой DFS-кодировки, как σ_x , так и σ_z -вращения выполняются за счет комбинации двухспиновых инвертирований.

Рассмотрим подробнее вопросы, связанные с оптической генерацией запутанности в двухэлектронной ДКТ. Высказано множество предложений, как это сделать в КТ-системах с использованием статических магнитных и электрических полей [217 – 225]. Было показано, что применение статических [222 – 225] или переменных [217 – 221] электрических полей,

удовлетворяющих определенным требованиям, обеспечивает локализацию электронов в запутанном состоянии. Нами разработан альтернативный метод запутывания состояний двух электронов. Если вернуться к начальной кодировке (один спин – один кубит, $|1\rangle$ и $|2\rangle$ – двухкубитные состояния), предложенной в работе Лосса и ДиВинченцо, то максимально запутанное состояние Белла $(|1\rangle + i|2\rangle)/\sqrt{2}$ двух спинов получается следующим образом. Выбираем параметры одиночного лазерного импульса согласно условиям $|\lambda_2| = \sqrt{3/2}|\lambda_1|$ и $\Delta = (\varepsilon_{11}^{-s} + \varepsilon_{00})/2 - \varepsilon_{01}^-$. Эволюция системы, описываемая уравнением (4.14), переводит начальное состояние $|1\rangle$ в состояние Белла (с точностью до фазового множителя) за время $\tau_{Bell} = \pi|\Delta||\lambda_2|^2/4|\lambda_1|^2$. Кроме спиновой запутанности, можно создавать и пространственно-запутанные конфигурации электронов [41, 45]. Этого можно добиться, стартуя из суперпозиции $(|1\rangle + |2\rangle)/\sqrt{2}$ или одного из состояний с двойным заселением. Запутанные состояния вида $(|2,0,0,0\rangle \pm |0,2,0,0\rangle)/\sqrt{2}$ или $(|0,0,2,0\rangle \pm |0,0,0,2\rangle)/\sqrt{2}$ получаются с помощью одной из рассмотренных нами схем. Если мы хотим получить состояние $(|0,0,2,0\rangle + |0,0,0,2\rangle)/\sqrt{2}$, подобное тому, что рассматривали авторы работы [221], то нужно заменить состояние $|13\rangle$ на $|16\rangle$ в схеме (4.9) – (4.12) и выбрать туннельный режим, для которого выполняется условие $\tilde{t} \ll \tilde{v}$. Тогда состояние $|16\rangle$ оказывается равновзвешенной суперпозицией возбужденных состояний с двойным заселением. С другой стороны, запутывание состояний $|3\rangle$ и $|4\rangle$ реализуется в схеме (4.21) без какой-либо модификации. Для разделения процессов спинового и зарядового запутывания следует полностью локализовать вектор состояния в подпространстве векторов $|1\rangle$ и $|2\rangle$ (или $|3\rangle$ и $|4\rangle$) по завершении действия лазерного импульса. Это достигается путем выбора длительности импульса в схемах (4.9) – (4.12) или через адиабатическое исключение ненужного подпространства в схемах (4.16) – (4.18).

Сформулируем главные отличия нашего подхода от других методик. Во-первых, мы используем двухуровневые КТ вместо одноуровневых КТ, рассмотренных в работах [217 – 225]. Это позволяет надежно локализовать электроны в основных состояниях КТ, изолированных друг от друга, без задействования каких-либо дополнительных ресурсов. Во-вторых, мы применяем импульсы, интенсивность которых существенно ниже, чем у полей, входящих в схемы, описанные в упомянутых работах. Благодаря этому можно уменьшить вероятность паразитных переходов. Резонансный характер взаимодействия ДКТ и поля также способствует изоляции ее заселенности от окружения (например, электронного континуума). И

наконец, предлагаемый нами подход дает возможность генерировать как спиновую, так и пространственную запутанность.

4.4. Выводы к Главе 4

В Главе 4 нами было теоретически изучено влияние резонансного электромагнитного импульса на когерентную динамику двух электронов в системе двух туннельно-связанных квантовых точек. Продемонстрирована возможность селективного переноса электрона между этими квантовыми точками. Найдено выражение для вероятности переноса как функции параметров квантовых точек и электромагнитного импульса. Показано, что эта вероятность может быть близка к единице. Для двухэлектронной структуры приведены зависимости амплитуд вероятности от длительности импульса, предложена схема генерации запутанного состояния электронных спинов. Полученные результаты могут быть использованы при разработке нанoeлектронных устройств нового типа, предназначенных для операций с квантовыми битами.

ГЛАВА 5. КВАНТОВАЯ СЕТЬ НА ОСНОВЕ ОДНОЭЛЕКТРОННОЙ ЦЕПОЧКИ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК

5.1. Резонансный перенос электрона в одномерных многоямных структурах

5.1.1. Принцип организации межкубитных связей путем электронного транспорта

Осуществление контролируемого взаимодействия между различными (удаленными) частями квантового регистра остается одной из серьезных проблем на пути реализации полномасштабных квантовых вычислений. Возможное решение данной проблемы состоит в кодировании квантовой информации посредством спиновых и зарядовых состояний электронов, которые затем могут быть транспортированы от одного кубита к другому через вспомогательную структуру. В теоретических схемах обработки квантовой информации с помощью твердотельных наноструктур рассматриваются такие системы, состоящие из упорядоченных массивов специфических квантовых узлов (квантовые точки [226], квантовые ямы [227], квантовые нити [228], донорные атомы [10]) и использующие электростатический контроль туннелирования для когерентного транспорта электрона вдоль структуры. Протоколы переноса электрона, изучаемые в большинстве этих работ, используют методику стимулированного адиабатического прохождения, заимствованную из квантовой оптики. Как было показано, данные схемы являются многообещающими благодаря их устойчивости к нежелательным переходам из транспортного состояния. Время переноса электрона зависит от расстояния между узлом-отправителем и узлом-получателем, а также от конфигурации последовательности управляющих электрических импульсов. В работе [228] авторы сообщают о возможности полного электронного переноса между двумя квазидвумерными квантовыми точками, соединенными квантовой проволокой длиной 600 нм. Вычисленное время переноса порядка 50 пс достаточно мало, что позволяет осуществить когерентный контроль над делокализованным электронным состоянием. Однако, поскольку схемы, использующие электростатические импульсы, весьма чувствительны к отклонениям параметров импульсов от заданных, требования к дизайну управляющих полей остаются довольно жесткими. Это делает реализацию подобных схем достаточно сложной экспериментальной задачей. Другая стратегия контроля за динамикой электрона базируется на быстрой и сильной электромагнитной модуляции потенциального рельефа структуры [229, 230]. Она использует тот факт, что скорость туннелирования между соседними узлами может эффективно контролироваться внешними (сильными) полями. В то же самое время, сильные электромагнитные воздействия на вспомогательную структуру могут вызвать неконтролируемые возмущения состояний кубитов, что приведет к потере когерентности состояния регистра.

Мы рассматриваем альтернативный механизм одноэлектронного переноса между крайними КЯ вспомогательной структуры. Пробный электрон, изначально занимавший основное состояние одной КЯ, приводится во взаимодействие с близлежащим кубитом, и его состояние оказывается запутанным с состоянием кубита. Затем электрон переводится в другую КЯ, расположенную рядом с другим кубитом, перенося таким образом информацию о состоянии первого кубита и организуя не прямое взаимодействие между кубитами. В отличие от традиционных способов, использующих коррелированные переключения затворов для перемещения электронного заряда, мы используем оптическую Λ -схему переноса на основе резонансных переходов, предложенную ранее для осуществления однокубитных операций на зарядовом кубите [15], [22 – 25], [51], [231 – 238]. В этом случае требуется, по крайней мере, два лазерных резонансных импульса, а полный перенос электрона происходит за время порядка 10-100 пс при использовании полей гораздо меньшей интенсивности, чем в способах, описанных выше. Ниже мы укажем, как следует выбирать параметры импульса и структуры, чтобы оптимизировать процесс селективного электронного переноса между локализованными состояниями наноструктуры. Мы анализируем зависимости вероятности переноса от амплитуды и частоты импульса, а также от числа ям в структуре. Хотя наши результаты получены для эффективной одномерной структуры, предложенный алгоритм оптимизации переноса может использоваться для анализа реальных твердотельных структур.

5.1.2. Выбор параметров изолированных ям

Опишем модель наноструктуры, используемую в дальнейшем. Наноструктура состоит из N КЯ, расположенных в ряд и разделенных потенциальными барьерами. Две крайние КЯ с индексами $i=1$ и $i=N$ существенно глубже, чем внутренние КЯ. Энергетический спектр электрона в такой структуре представлен двумя основными уровнями, локализованными в соответствующих крайних КЯ, и N возбужденными уровнями, лежащими вблизи края барьера. Последние образуются вследствие гибридизации состояний изолированных КЯ за счет туннелирования. Предполагается, что локализованные состояния изолированы друг от друга, и туннелирование между ними пренебрежимо мало. Если электрон занимает одно из этих состояний, он может оставаться в нем неограниченно долго. Возбужденные состояния структуры приближенно представляются линейными комбинациями состояний изолированных КЯ [226]. При условии, что наноструктура является симметричной, волновые функции возбужденных состояний будут четными или нечетными относительно ее центра. Степень гибридизации зависит от высоты и ширины потенциальных барьеров, разделяющих ямы, а также от разности энергий соседних ям.

В качестве первого шага выберем параметры индивидуальных КЯ. Здесь следует принять во внимание несколько обстоятельств. Во-первых, основные состояния крайних КЯ должны быть хорошо локализованы, в то время как их возбужденные состояния должны лежать вблизи края барьера для более эффективной гибридизации с такими же состояниями соседних КЯ. Во-вторых, матричные элементы оптического дипольного перехода (ОДП) между локализованными и возбужденными состояниями крайних КЯ должны быть достаточно велики, чтобы обеспечить высокую скорость возбуждения пробного электрона. Известно, что величина $|d_{0,k}| = |\langle 0 | ex | k \rangle|$ (e – заряд электрона, x – координата) матричного элемента ОДП между основным $|0\rangle$ и некоторым возбужденным $|k\rangle$ состояниями изолированной КЯ быстро уменьшается с ростом k . Например, для прямоугольной ямы с бесконечно высокими стенками имеем $|d_{0,k}| \sim (k+1)/[k^2(k+2)^2]$, где k – нечетное число (вследствие правил отбора). Это значит, что крайние КЯ должны изготавливаться как глубокие узкие ямы, содержащих лишь два электронных состояния с $k=0$ и $k=1$. Далее, поскольку туннельное взаимодействие между крайними КЯ опосредовано набором внутренних КЯ, идентичных друг другу, то для увеличения дистанции транспортировки следует использовать широкие ямы и увеличить их число N . С другой стороны, желательно, чтобы каждая внутренняя КЯ содержала только один уровень. Следовательно, чтобы удовлетворить обоим требованиям, внутренние КЯ должны быть мелкими и широкими.

Вместо обычно используемых в процессе моделирования наноструктур прямоугольных ям мы рассмотрим менее изученный потенциал вида [239]

$$U(x) = U_0 \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{a} \right)^{2p} \right], \quad (5.1)$$

где U_0 – глубина потенциальной ямы, a_0 – ее радиус, x_0 – координата центра потенциала, а параметр p определяет гладкость функции (5.1). Такая форма потенциальной энергии является хорошим приближением для электростатически формируемых КЯ в двух- и трехмерном случаях [239]. Широкий класс потенциалов могут быть получены из уравнения (5.1); например, прямоугольный потенциал получается, если положить $p \gg 1$. Заметим, что экспоненциальная зависимость от координаты обеспечивает требуемую гладкость функции (5.1), что очень важно для численного решения уравнения движения электрона в таком потенциале.

Одномерное уравнение Шредингера, описывающее стационарный спектр электрона, имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x) + U(x) \Psi(x) = E \Psi(x) \quad (5.2)$$

и решается численно при помощи конечно-разностной схемы второго порядка [240]. Данная процедура эквивалентна решению системы однородных алгебраических уравнений, представленной пятидиагональной матрицей. Точность метода весьма высока, что делает применение схем более высоких порядков излишним. Результаты расчетов приводятся в эффективных атомных единицах: $1Ry^* = \frac{m^*}{m_e \epsilon^2} Ry$ для энергии и $1a_B^* = \frac{m_e \epsilon}{m^*} a_B$ для длины, где Ry – энергия Ридберга, a_B – радиус Бора, m_e – масса свободного электрона, m^* – эффективная масса электрона, и ϵ – диэлектрическая постоянная (для арсенида галлия $GaAs$ $Ry^* = 0.006$ эВ и $a_B^* = 10$ нм).

Ниже мы демонстрируем решение уравнения (5.2) для одиночной КЯ с потенциалом (5.1), где радиус потенциала и параметр гладкости фиксированы, а глубина ямы варьируется. Используется вычислительный интервал длиной $L = 10$ с числом точек разбиения $N_L = 10000$ (на границах интервала волновая функция полагается равной нулю). Мы выбрали следующие параметры для КЯ: $a_0 = 0.4$ для крайних КЯ и $a_0 = 1$ для внутренних КЯ, и $p = 5$, $x_0 = 0$ для обоих типов ям.

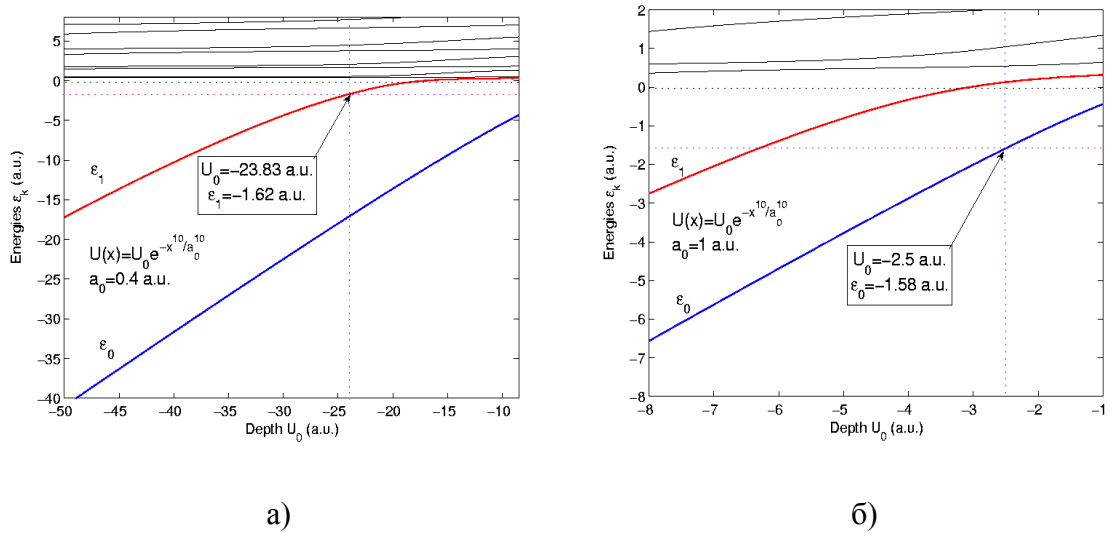


Рис. 5.1. Зависимости собственных одноэлектронных энергий ϵ_k низлежащих состояний одиночной КЯ от глубины U_0 для а) крайних КЯ и б) внутренних КЯ.

Зависимости нижней части энергетического спектра для крайних и внутренних КЯ от U_0 представлены на рис. 5.1 (а) и 5.1(б), соответственно. Мы приводим данные для значений U_0 , при которых не более чем два состояния с энергиями $\epsilon_0 < 0$ и $\epsilon_1 < 0$ (далее – связанные

состояния) лежат ниже барьера. Другие состояния, чьи энергии ε_k положительны (далее – несвязанные состояния), принадлежат спектру широкой прямоугольной КЯ с бесконечно высокими стенками и длиной L , модифицированной присутствием узкой КЯ (5.1) в центре. Когда величина $|U_0|$ уменьшается, связанные состояния смещаются к краю барьера, и начинают взаимодействовать с несвязанными состояниями той же симметрии (наблюдаются «антипересечения» уровней). Наличие симметричного потенциала в центре вычислительного интервала приводит также к двукратному расщеплению несвязанных уровней. Мы наблюдаем явную дублетную структуру для состояний с положительными энергиями, которые трансформируются в состояния широкой ямы при дальнейшем уменьшении $|U_0|$ до нуля. Рисунки 5.2 (а) и 5.2 (б) иллюстрируют зависимости абсолютных величин $|d_{0,k}|$ матричных элементов ОДП от глубины ямы $|U_0|$. Величины матричных элементов даны в атомных единицах $|e|a_B^*$. Мы видим, что график $|d_{0,1}|$ для крайней КЯ, рис. 5.2 (а), имеет локальный максимум при $U_0 = -24$. В этой точке другие матричные элементы все еще малы, и возбуждения электрона из связанного состояния в состояния квазиконтинуума остаются незначительными. Следовательно, целесообразно выбрать $U_0 = -24$ для крайней КЯ. При уменьшении глубины ямы до нуля наблюдается резкий рост матричных элементов ОДП, стремящихся к значениям $d_{0,k}^{(L)}$ широкой прямоугольной ямы. Последние намного больше, чем матричные элементы ОДП между связанными состояниями глубокой КЯ; их величины соотносятся как соответствующие эффективные радиусы потенциалов, а именно, $|d_{0,k}^{(L)}|/|d_{0,k}| \sim L/a_0$, где $L/a_0 \gg 1$.

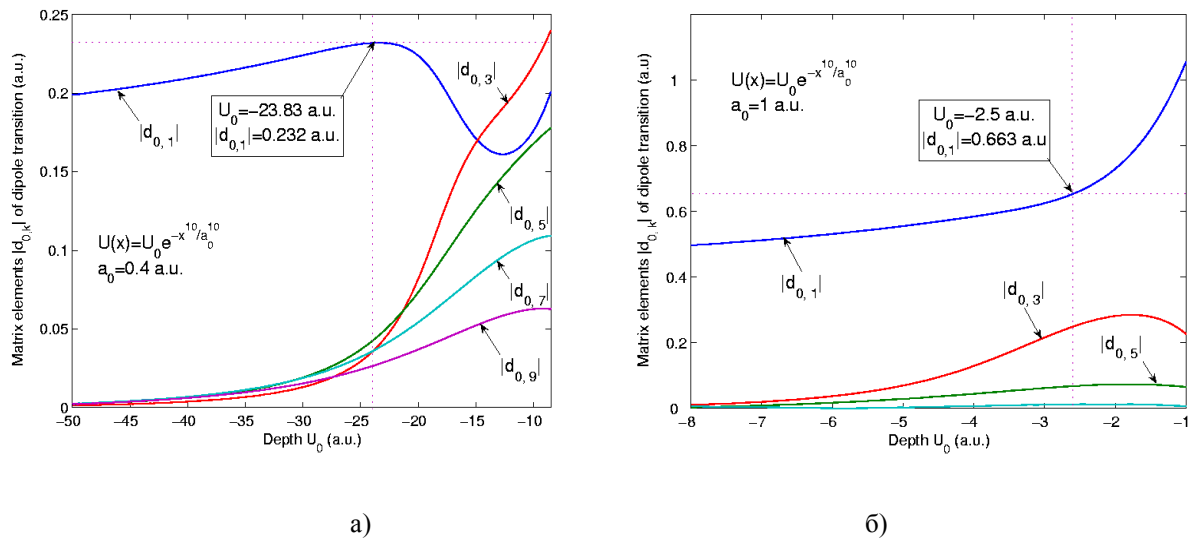


Рис. 5.2. Зависимости величин матричных элементов ОДП $|d_{0,k}|$ от глубины U_0 для а) крайних КЯ и б) внутренних КЯ.

Если КЯ достаточно глубока, то величина $d_{0,k}$ стремится к значению $|d_{0,1}^{(0)}| = 16el_0/9\pi^2$, $l_0 = 2a_0$ для КЯ с бесконечно высокими стенками. В отличие от крайних КЯ, все матричные элементы

ОДП внутренних КЯ следует выбирать как можно меньше для того, чтобы минимизировать нежелательные переходы электрона из связанных состояний в несвязанные. Как видно из рис. 5.2 (б), график для $d_{0,1}$ демонстрирует резкий рост при $U_0 > -2.5$, поэтому мы выбираем $-3 < U_0 < -2.5$ для внутренних КЯ, поскольку на данном интервале первое возбужденное состояние уже вышло из ямы, а величины $|d_{0,k}|$ все еще малы.

Выбор глубины крайней КЯ, рис. 5.1 (а), фиксирует энергии связанных состояний $\varepsilon_0 < 0$ и $\varepsilon_1 < 0$ данной КЯ. Затем по графику ε_0 для внутренней КЯ, рис. 5.1 (б), мы определяем величину U_0 , при которой энергия ε_0 внутренней КЯ приблизительно равна энергии ε_1 крайней КЯ. Результаты вычислений, представленные ниже, получены для следующего выбора параметров КЯ: $a_0 = 0.4$, $U_0 = -23.83$ для крайних КЯ и $a_0 = 1$, $U_0 = -2.5$ для внутренних КЯ. Из рисунков 5.1(а) и 5.1(б) следует, что энергия ε_0 внутренней КЯ и энергия ε_1 крайней КЯ слегка отличны друг от друга. Такой выбор сделан намеренно, поскольку в реальных наноструктурах подобрать параметры КЯ так, чтобы эти энергии были строго равны, чрезвычайно сложно.

5.1.3. Статические параметры многоямной наноструктуры

Пусть N квантовых ям, соединенных так, как описано выше, формируют одномерную линейную структуру. Энергетический спектр структуры зависит от параметров индивидуальных КЯ и барьеров, разделяющих ямы. Предположим для простоты, что все межъямные расстояния одинаковы и равны b . Тогда потенциальная энергия электрона в структуре дается выражением

$$U(x) = \sum_{i=1}^N U_0(i) \exp \left\{ - \left[\frac{x - (i-1/2 - N/2)b}{a_0(i)} \right]^{2p} \right\}, \quad (5.3)$$

где начало координат помещено в центр структуры. Найдем решение уравнения (5.1) с потенциалом (5.3) с выбранными выше параметрами для обоих типов ям и $p=5$ (в дальнейшем параметры крайних (внутренних) КЯ будут снабжаться индексом 0 (1): $U_0(i) = U_{0(1)}$, $a_0(i) = a_{0(1)}$, если $i = 1$, N ($i \neq 1, N$)).

Нас будут интересовать энергии не только связанных состояний, но и энергии состояний, лежащих выше барьера. Аккуратное вычисление энергий этих несвязанных состояний требует достаточно большой длины вычислительного интервала L и большого числа точек разбиения N_L . Поиск собственных энергий ведется в интервале $-|\varepsilon_0| \leq \varepsilon_k \leq |\varepsilon_0|$ для различного числа КЯ N в структуре ($N < 20$) для нескольких различных наборов L и N_L . Было

обнаружено, что набор $L = 500$ и $N_L = 40000$ позволяет удовлетворительно вычислять энергии одноэлектронных состояний, принадлежащих указанному интервалу.

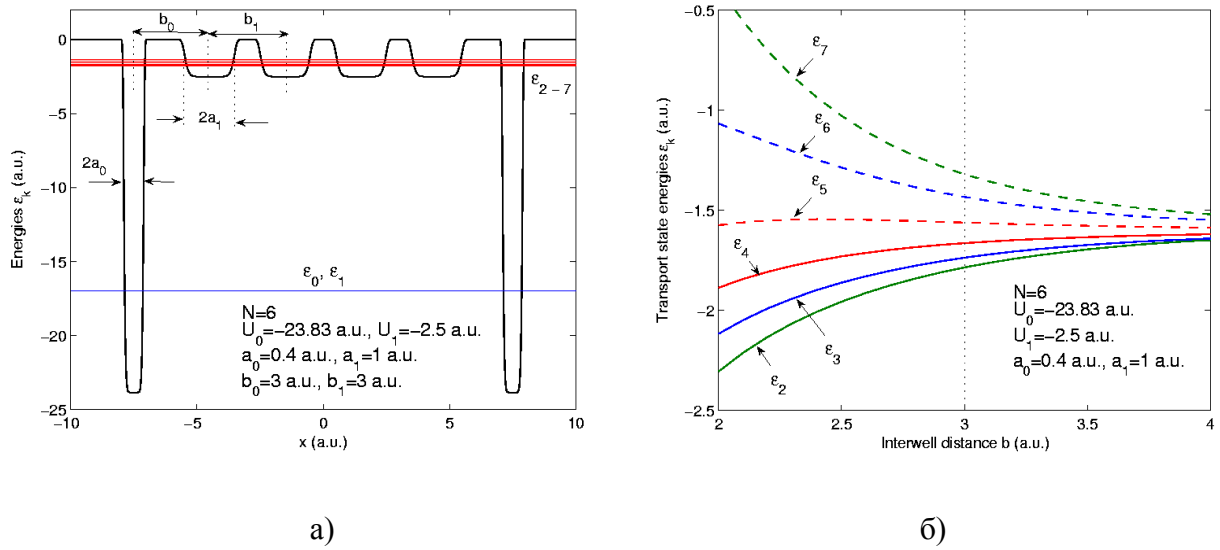


Рис. 5.3. Одномерная шестиямная наноструктура, помещенная в центральную часть большой КЯ. а) Потенциальный профиль $U(x)$ структуры в случае $b = 3$ и энергии основных (ϵ_0 и ϵ_1) и возбужденных ($\epsilon_2 - \epsilon_7$) состояний; б) Зависимости энергий $\epsilon_2 - \epsilon_7$ от межъямного расстояния.

В этом разделе мы в деталях рассмотрим наноструктуру, сформированную из шести КЯ (см. рис. 5.3 (а)). Зависимости энергий ϵ_k ($k = 2 - 7$) от межъямного расстояния b (фактически, от ширины барьера) представлены на рис. 5.3 (б). Как и ожидалось, ϵ_k зависят от b экспоненциально. Вместе с тем, графики отличаются от предсказаний модели сильной связи [226] и демонстрируют асимметричное распределение энергий относительно центра возбужденной подзоны. Это особенность реальной структуры, где энергия гибридного состояния есть функция близости уровня к краю барьера. Фактически, количественное соответствие между спектром нашей структуры и спектром, получаемым при помощи модели сильной связи [226] главным образом зависит от скорости туннелирования между соседними КЯ. Обычно считается, что чем глубже КЯ и шире барьер, тем более точное описание свойств наноструктуры может быть получено на основе модели сильной связи. Более того, небольшие отклонения энергий соседних ям до некоторой степени влияют на механизм гибридизации. Для больших b ($b > 4.5$) это приводит к диссоциации шестиуровневой подзоны на два вырожденных уровня с энергиями ϵ_2 и ϵ_3 , волновые функции которых представлены четной и нечетной суперпозициями возбужденных состояний крайних КЯ, и четырехуровневую подзону слабо гибридных уровней $\epsilon_{k \neq 2,3}$, принадлежащих центральной части структуры.

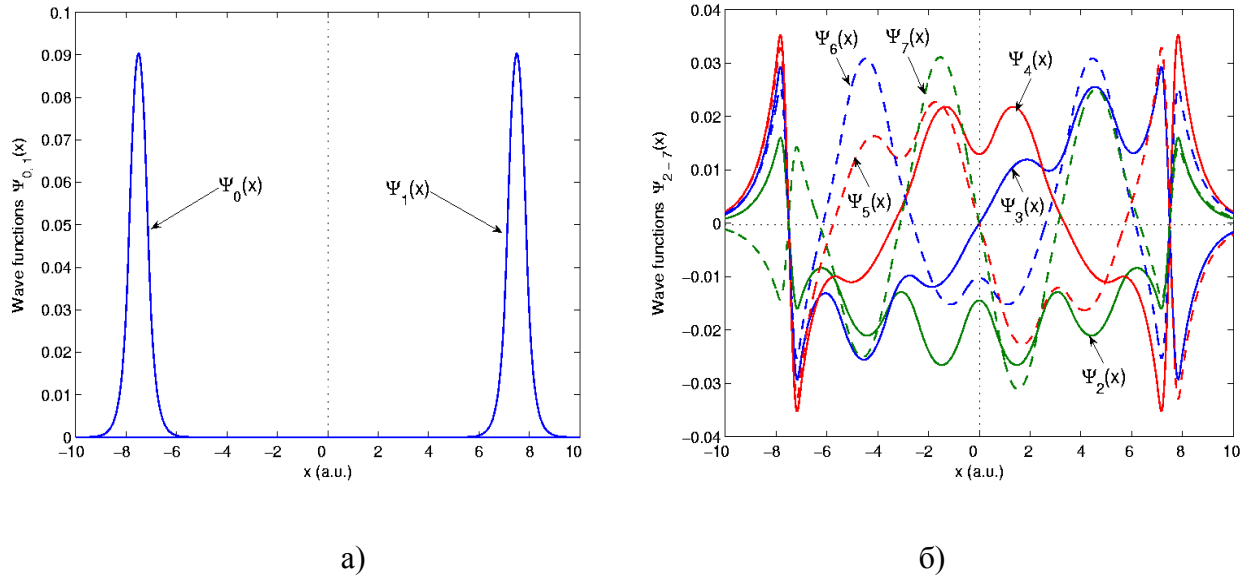


Рис. 5.4. Графики зависимостей волновых функций связанных состояний шестиямной структуры от координаты x для $b = 3$. а) Волновые функции основных состояний $\Psi_0(x)$ и $\Psi_1(x)$; б) Волновые функции возбужденных состояний $\Psi_2(x) - \Psi_7(x)$.

Как следует из наших вычислений, варьирование расстояния b_0 между центрами крайней КЯ и соседней внутренней КЯ при некотором фиксированном расстоянии b_1 между центрами соседних внутренних КЯ не приводит к значительным изменениям свойств возбужденных состояний. Волновые функции $\Psi_k(x)$, $k = 0 - 7$, приведены на рис. 5.4. Заметим, что волновые функции $\Psi_0(x)$ и $\Psi_1(x)$, формирующие подпространство основных состояний структуры, представлены орбиталями, локализованными в различных крайних КЯ. Такое представление эквивалентно симметризованному представлению через симметричную и антисимметричную комбинации этих орбиталей при условии, что соответствующие энергии практически вырождены.

Другие важные характеристики, матричные элементы ОДП, показаны на рис. 5.5. Вследствие инверсионной симметрии нашей структуры достаточно вычислить величины $d_{0,k}$, относящиеся к левой крайней КЯ, рассмотрев переходы между состоянием $|0\rangle$, локализованным в данной КЯ, и делокализованными состояниями $|k\rangle$, $k = 2 - 7$. Матричные элементы $d_{1,k}$ для правой крайней КЯ связаны с ними через соотношение $d_{1,k} = (-1)^k d_{0,k}$. Если b изменяется в узком интервале с центром в точке $b = 3$, величины матричных элементов $|d_{0,k}|$ для дублетных пар $\{|2\rangle, |7\rangle\}$, $\{|3\rangle, |6\rangle\}$ и $\{|4\rangle, |5\rangle\}$ остаются близкими к величинам, рассчитанным в модели сильной связи (горизонтальные точечные линии).

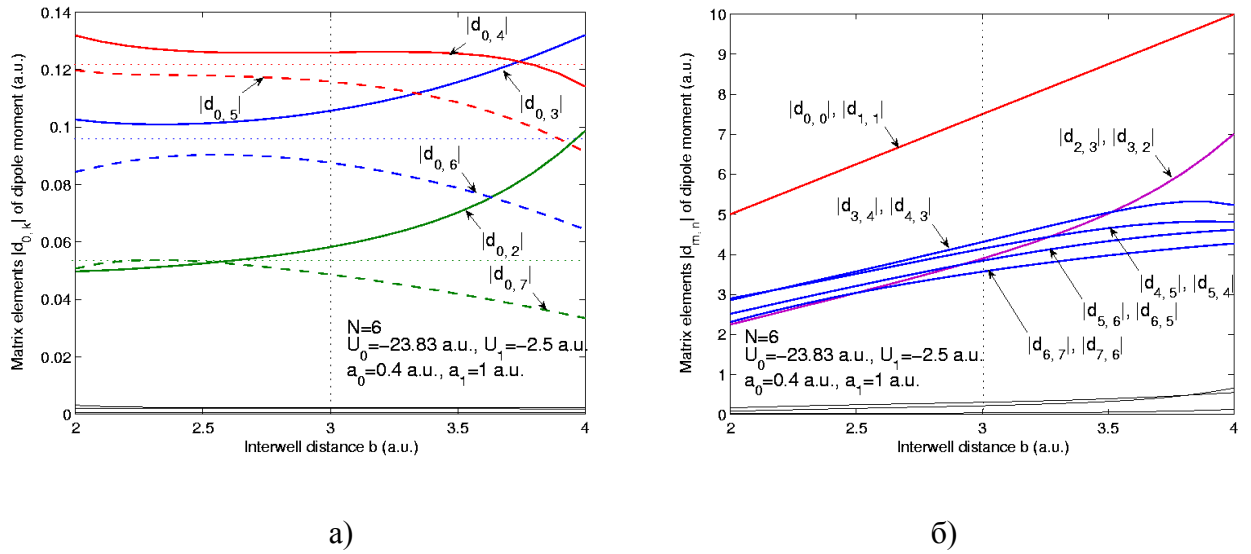


Рис. 5.5. Абсолютные величины матричных элементов ОДП для шестиямной структуры в зависимости от межъямного расстояния b . а) Матричные элементы $|d_{0,k}|$ для межподзонных переходов. Горизонтальные точечные линии соответствуют величинам, рассчитанным в модели сильной связи. б) Матричные элементы $|d_{m,n}|$ для внутривидовых переходов.

Как и в случае с энергиями, оба типа данных не совпадают. Можно объяснить это расхождение следующим образом. Волновые функции гибридизированных состояний в модели сильной связи конструируются из орбиталей изолированных КЯ, умножаемых на соответствующие весовые коэффициенты, которые зависят от номера состояния и номера КЯ. Следовательно, матричные элементы ОДП между основным состоянием $|0\rangle$ и гибридизированным состоянием $|k\rangle$ равен в данном приближении матричному элементу $d_{0,1}$ для изолированной КЯ, рис. 5.2(а), умноженному на весовой коэффициент состояния $|k\rangle$ в крайней КЯ ($i = 1, N$). Для двух состояний данного дублета эти коэффициенты одинаковы в одной крайней КЯ, и противоположны по знаку в другой КЯ. Значит, величины матричных элементов $|d_{0(1),k}|$ для состояний дублета равны друг другу и, кроме того, не зависят от b в модели сильной связи. Однако, как видно из рис. 5.4 (а), волновые функции состояний дублетов имеют близкие, но все же отличные друг от друга, амплитуды в крайних КЯ. В результате матричные элементы ОДП дублета различаются. Как следствие, волновые функции сильно гибридизированных орбиталей не могут хорошо описываться линейными комбинациями орбиталей изолированных КЯ.

Если КЯ находятся на значительном расстоянии друг от друга ($b > 4.5$), графики величин $|d_{0,2}|$ и $|d_{0,3}|$ асимптотически сходятся к некоторой общей величине, в то время как остальные стремятся к нулю. Подобное поведение матричных элементов указывает на коллапс туннелирования между крайними КЯ и внутренней частью структуры. Поскольку состояния $|2\rangle$ и $|3\rangle$ трансформируются с ростом b в четную и нечетную суперпозиции возбужденных

состояний изолированных крайних КЯ, линейная комбинация $(|d_{0,2}| + |d_{0,3}|)/\sqrt{2}$ стремится к величине $|d_{0,1}|$ изолированной ямы. Заметим, что все $|d_{0,k}|$ для переходов в несвязанные состояния ($k > 7$) очень малы по сравнению с матричными элементами, описывающими переходы между связанными состояниями (несколько этих матричных элементов показаны тонкими кривыми в нижней части рис. 5.5 (а)). Объяснение этого факта достаточно простое. В общем случае, одномерная волновая функция локализованного электрона может быть представлена в форме $\Psi_k(x) = \tilde{\Psi}_k(x)/\sqrt{l_k}$, где k – номер квантового состояния, l_k – характерный радиус электронного облака в данном состоянии, и $\tilde{\Psi}_k(x)$ – безразмерная функция с амплитудой порядка единицы. Матричные элементы ОДП между состояниями $|0\rangle$ и $|k\rangle$ в этом случае удовлетворяют выражению $d_{0,k} = C_{0,k} e l_0^2 / \sqrt{l_0 l_k}$, где $|C_{0,k}| < 1$. Подставляя $l_0 = l_k = a_0$, мы видим, что матричный элемент между связанными состояниями $|0\rangle$ и $|k\rangle$ имеет порядок ea_0 . Если же взять $l_0 = a_0$ и $l_k = L$, то получаем такую оценку для матричных элементов ОДП между связанным состоянием $|0\rangle$ и одним из состояний квазиконтинуума $|k\rangle$: $|d_{0,k}| \sim ea_0 \sqrt{a_0/L} \ll ea_0$. Обе оценки согласуются с данными численных расчетов, представленными на рис. 5.5 (а).

Рассмотрим другой тип матричных элементов, отвечающих переходам между состояниями, которые принадлежат одной подзоне. На рис. 5.5 (б) мы приводим данные, иллюстрирующие зависимости таких величин от межъямного расстояния b для основной $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ и возбужденной $\{|2\rangle - |7\rangle\}$ подзон. В отличие от матричных элементов, описывающих межподзонные переходы, рис. 5.5 (а), которые плавно изменяются с ростом b , внутривидовые матричные элементы линейно зависят от b . Более того, их величины существенно больше, чем для межподзонных переходов. Еще одна особенность заключается в том, что матричные элементы между соседними уровнями доминируют над остальными элементами (последние показаны как тонкие кривые на рис. 5.5 (б)). Согласно модели сильной связи, все внутривидовые матричные элементы выражаются линейными комбинациями диагональных одноямных матричных элементов, которые описывают энергетические сдвиги уровней данной КЯ во внешнем электрическом поле. Их разность имеет простой физический смысл: это энергия, приобретаемая электроном при перемещении между центрами КЯ в электрическом поле единичной напряженности. Например, диагональный элемент для состояния $|0\rangle$ дается простым «классическим» выражением $d_{0,0} = b(N-1)/2$, которое в точности соответствует графику, полученному из полностью квантового описания нашей структуры (см. рис. 5.5 (б)). Мы видим, что с ростом b графики для возбужденной подзоны заметно отклоняются от

линейной зависимости. Например, матричный элемент $|d_{2,3}|$ вначале отделяется от остальных, а затем при $b > 4.5$ стремится к величине $|d_{0,0}|$. Как и выше, такое поведение есть следствие реорганизации спектра из-за туннельного коллапса. Таким образом, внутривозонные матричные элементы не только описывают эффекты, связанные с «классическим» перемещением заряда вдоль структуры, но и отражают специфику распределения электронной плотности в квантовых состояниях структуры.

Собственные энергии ε_m и матричные элементы $d_{m,n}$ ОДП, вычисленные в данном разделе, будут использованы ниже для решения динамической проблемы.

5.1.4. Одноэлектронная динамика в многоямной структуре

Во введении мы упомянули, что существует несколько способов перемещения электрона из одной КЯ в другую. Цель данного раздела – изучить некоторые новые аспекты резонансных оптических возбуждений в эффективной Λ -схеме, реализованной в пространственно протяженной многоямной наноструктуре. В работе [22] трехуровневая симметричная схема использовалась для описания резонансной электронной динамики в двоямной структуре. Было показано, что прямоугольный лазерный импульс с амплитудой $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$ и длительностью T может осуществить полный обмен населенностями между двумя удаленными друг от друга основными состояниями $|0\rangle$ и $|1\rangle$ наноструктуры, если частота импульса настроена в резонанс с переходами $\{|0\rangle, |1\rangle\} \rightleftharpoons |r\rangle$, связывающими основные состояния и одно из возбужденных состояний $|r\rangle$ (транспортное состояние). Прочие возбужденные состояния не рассматриваются. Точность такого трехуровневого приближения весьма высока, если выполнены следующие условия. А) Частота перехода ω много больше, чем расстояние между возбужденными уровнями $|\Delta_{r,r\pm 1}| = |\varepsilon_r - \varepsilon_{r\pm 1}|$ и коэффициент взаимодействия $\lambda_{0,r} = E_0 d_{0,r} / 2$. Это позволяет использовать т. н. приближение «вращающейся волны» для нахождения аналитического решения. Б) Коэффициент взаимодействия $\lambda_{0,r}$ достаточно мал по сравнению с $|\Delta_{r,r\pm 1}|$. Это гарантирует избирательность (селективность) резонансного возбуждения, то есть только транспортное состояние $|r\rangle$ заселяется под действием импульса. В) КЯ достаточно близки друг к другу, чтобы можно было пренебречь диагональными матричными элементами. Это значит, что быстро осциллирующие энергетические сдвиги уровней не приводят к заметной модуляции резонансной частоты $\omega_{(1),r}$ и не нарушают условие резонанса. Поправки к трехуровневой схеме [22], учитывающие как нерезонансное возбуждение соседнего с транспортным уровня, так и отклонения первого порядка от приближения вращающейся волны, были вычислены выше.

Мы рассматриваем квантовомеханическую проблему взаимодействия полупроводниковой наноструктуры с электромагнитным полем, решая одноэлектронное нестационарное уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = H(t) |\Psi(t)\rangle \quad (5.4)$$

с гамильтонианом

$$H(t) = H_0 - eE_0 x \cos(\omega t), \quad (5.5)$$

где H_0 есть гамильтониан невозмущенной структуры с потенциалом (5.3). Вектор состояния системы может быть представлен в виде

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t) \exp(-i\varepsilon_n t / \hbar) |n\rangle, \quad (5.6)$$

где индекс n пробегает по всем низколежащим состояниям спектра структуры. Подставляя уравнения (5.5) и (5.6) в уравнение (5.4) и затем умножая уравнение (5.4) слева на $\langle m|$, $m = 0, 1, 2, \dots$, мы получаем систему дифференциальных уравнений для амплитуд вероятности $c_m(t)$. Удобно переписать данную систему в виде

$$i \frac{\partial c_m}{\partial t} = 2 \sum_n c_n \lambda_{m,n} \cos(\omega t) \exp(-i\omega_{m,n} t), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.7)$$

где $\omega_{m,n} = \Delta_{m,n} / \hbar = (\varepsilon_n - \varepsilon_m) / \hbar$ - частота перехода между состояниями $|m\rangle$ и $|n\rangle$, $\lambda_{m,n} = \varepsilon_{field} d_{m,n} / 2$ - соответствующий коэффициент взаимодействия, $\varepsilon_{field} = e a_B^* E_0 / Ry^*$ - энергия поля, а t - время в единицах $\hbar / Ry^*$ (для GaAs 1 ед. = 0.11 пс).

Для определенности предположим, что в начальный момент времени электрон был локализован в основном состоянии $|0\rangle$ крайней левой точки структуры, следовательно, начальные условия для уравнения (5.7) имеют вид $c_m(0) = \delta_{m,0}$. Поскольку наше внимание концентрируется на возможности полного переноса населенности из одного основного состояния в другое, то мы ограничимся изучением вероятности $p_1(t) = |c_1(t)|^2$ найти электрон в состоянии $|1\rangle$ по окончании действия импульса. Численное решение уравнения (7) было получено с помощью солвера ode 113 Matlab. Во всех случаях мы полагали частоту ω строго равной одной из резонансных частот $\omega_{0(1),r}$ наноструктуры ($r = 2 - 7$ для шестиямной структуры). Типичные графики вероятностей $p_0(T)$ и $p_1(T)$ найти электрон в соответствующих

состояниях, а также суммарная вероятность $p_{tr}(T) = \sum_{k \neq 0,1} |c_k(T)|^2$ возбуждения электрона, представлены на рис. 5.6 для $r = 5$, $N = 6$.

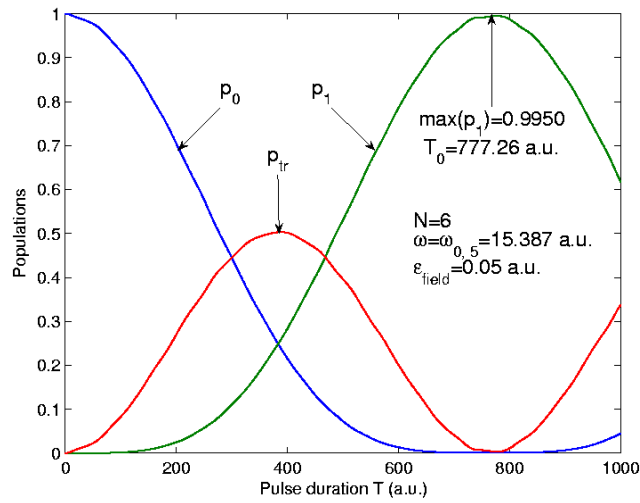


Рис. 5.6. Вероятности обнаружить электрон в основных и возбужденных состояниях структуры. Параметры структуры и импульса и соответствующая величина максимальной вероятности переноса также приведены.

Число состояний, задействованных в моделировании, варьировалось от 30 до 40. Помимо связанных состояний, рис. 5.3 (а), были учтены также две группы состояний квазиконтинуума. Первая группа содержит состояния с энергиями $0 < \epsilon_k < |\epsilon_0|$, лежащих вблизи края барьера. Ожидается, что они могут оказывать некоторое влияние на резонансную трехуровневую динамику за счет нерезонансных переходов. Вторая группа включает в себя состояния, лежащие в узком энергетическом интервале вблизи $\epsilon_r + \omega$. Поскольку эти состояния близки к двухфотонному резонансу с управляющим импульсом, они также могут принять участие в эволюции, несмотря на малые величины матричных элементов ОДП. Однако, как можно видеть из рис. 5.6, резонансная динамика электрона в многоямной структуре – это существенно трехуровневая динамика, очень хорошо описываемая формулами [22]

$$p_0(T) = \cos^4(\Omega_R T), \quad p_1(T) = \sin^4(\Omega_R T), \quad p_r(T) = \frac{1}{2} \sin^2(2\Omega_R T), \quad (5.8)$$

где $\Omega_R = |\lambda_{0,r}|/\sqrt{2}$ – частота Раби. Это значит, что только три состояния, $|0\rangle$, $|1\rangle$ и $|r\rangle$, играют определяющую роль в динамике электрона, а присутствие других состояний проявляется в слабой модуляции трехуровневых зависимостей. Таким образом, время переноса с хорошей точностью определяется из условия $\Omega_R T = \pi/2 + \pi n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) как минимальное время $T_0 = \pi/2\Omega_R$, за которое достигается максимальная заселенность состояния $|1\rangle$.

Важный вопрос: какое из возбужденных состояний следует выбирать в качестве транспортного состояния $|r\rangle$, чтобы оптимизировать вероятность переноса и уменьшить время переноса? Согласно требованиям к селективности и высокой скорости переноса, величины $|d_{0,r}|$ и $|\Delta_{r,r+1}|$ должны быть как можно больше. Как следует из результатов, полученных выше, состояния из центра возбужденной подзоны (для шестиямной структуры это состояния $|4\rangle$ и $|5\rangle$) в наибольшей степени удовлетворяют данному критерию. Мы выполнили вычисления максимальной вероятности переноса $\max(p_1)$ и время переноса для различных частот $\omega = \omega_{0,k}$ и ε_{field} . Результаты подтверждают наши предположения, демонстрируя, что $T_{0,k=4} < T_{0,k=5} < T_{0,k=3} < T_{0,k=6}$ на всем интервале изменения ε_{field} . Времена $T_{0,k=2}$ и $T_{0,k=7}$, отвечающие транспорту электрона через крайние уровни подзоны, значительно длинней, чем остальные. Отсюда заключаем, что состояние, наиболее близкое к центру подзоны является лучшим кандидатом на роль транспортного состояния. Если число КЯ N – четное, то это может быть одно из состояний $\{|N/2+1\rangle, |N/2+2\rangle\}$ центрального дублета, а если N – нечетное, то это неспаренное состояние $|1+(N+1)/2\rangle$.

Графики максимальных величин p_1 , представленные на рис. 5.7, демонстрируют квазипериодическое поведение вероятности переноса от энергии поля для состояний $|4\rangle$ и $|5\rangle$ центрального дублета шестиямной структуры.

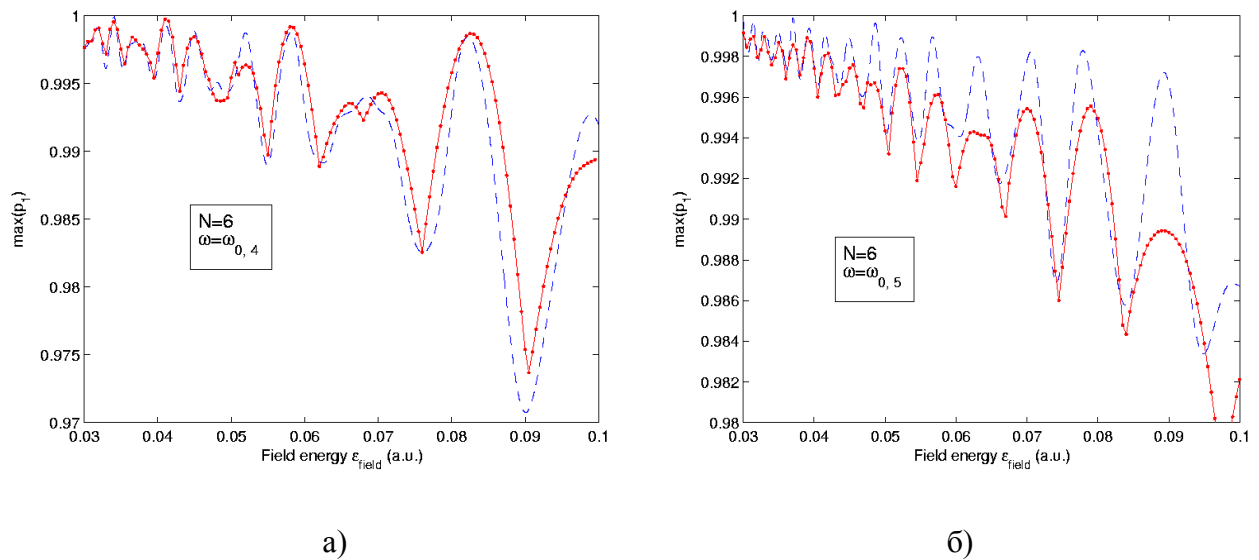


Рис. 5.7. Максимальная вероятность переноса $\max(p_1)$ электрона в шестиямной структуре как функция энергии поля ε_{field} для двух вариантов выбора транспортных состояний а) $r = 4$ и б) $r = 5$. Численные результаты представлены сплошными кривыми, а приближение (5.10) – пунктирными.

Мы видим, что состояние $|4\rangle$ показывает лучшие транспортные характеристики, чем состояние $|5\rangle$. Максимальная вероятность переноса $\max(p_1)$ для $\omega = \omega_{0,4}$, достигаемая при довольно больших энергиях $\varepsilon_{\text{field}} = 0.083$, делает возможным высокоскоростной перенос электрона (примерно за 45 пс для GaAs). Времена переноса T_0 представлены на рис. 5.8 для обоих частот. Следует отметить, что простое выражение для T_0 , полученное из трехуровневого приближения (пунктир) удовлетворительно аппроксимирует численные зависимости.

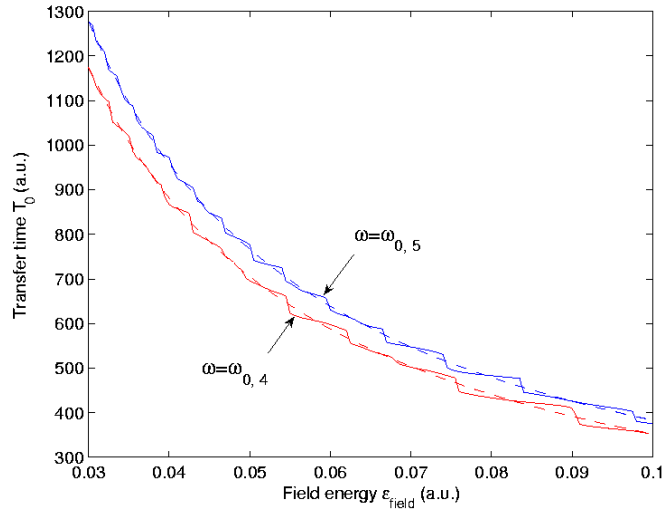


Рис. 5.8. Время переноса T_0 между основными состояниями шестиямной структуры.

Для того чтобы объяснить зависимости $\max(p_1)$ от энергии поля, мы сделаем естественное предположение, что осцилляции графиков вызваны присутствием других возбужденных состояний, близких к транспортному. Выше мы вычислили поправки к идеальной трехуровневой схеме, учтя нерезонансное возбуждение соседнего состояния $|k\rangle$. Найденная поправка приводит к следующей (четырёхуровневой) формуле для вероятности переноса:

$$p_1(T_0) \approx 1 - f_k, \quad (5.9)$$

$$f_k = \left(2\lambda_{0,k}/\Delta_{k,r}\right)^2 \sin^2\left(\pi\Delta_{k,r}/2\sqrt{2}\lambda_{0,k}\right).$$

Форма уравнений (5.7) подразумевает, что нерезонансные возбуждения различных делокализованных состояний наноструктуры $|k\rangle$, $k \neq r$, происходят независимо друг от друга в первом порядке по малым параметрам $\lambda_{0,k}/\Delta_{k,r}$, и прямое обобщение уравнения (5.9) для многоямной структуры имеет вид

$$\max(p_1) = p_1(T_0) \approx 1 - \sum_{k \neq r} f_k. \quad (5.10)$$

Зависимости, иллюстрирующие формулу (5.10), показаны на рис. 5.7 пунктирными линиями. Мы видим, что для $\omega = \omega_{0,4}$ формула (5.10) находится в хорошем соответствии с численными данными, а для $\omega = \omega_{0,5}$ она дает слегка завышенные значения. В чем причина такого расхождения? По нашему мнению, главная ошибка возникает из-за неучета в формуле (5.10) интерференционных слагаемых, описывающих корреляции между возбужденными состояниями. Несмотря на их малость по сравнению с некоррелированными возбуждениями, они могут вызывать некоторое уменьшение вероятности переноса. Кроме того, при выводе уравнений (5.9) и (5.10), мы пренебрегли внутривоззональными переходами. Соответствующие им слагаемые осциллируют на частотах порядка ω относительно резонансных слагаемых, и обычно опускаются. Однако, поскольку коэффициенты взаимодействия $\lambda_{m,n}$ для этих переходов растут линейно с длиной наноструктуры, то их влияние на динамику электрона может стать заметным в протяженных структурах при приближении $\lambda_{m,n}$ к ω .

Мы полагаем, что разница во влиянии одного возбужденного состояния на другое объясняется разностью матричных элементов ОДП, связывающих данные состояния с основными состояниями. Например, величина $|d_{0,4}|$ несколько больше величины $|d_{0,5}|$; в результате заселенность состояния $|5\rangle$ подвержено более заметной модуляции вследствие присутствия состояния $|4\rangle$, тогда как влияние состояния $|5\rangle$ на заселенность состояния $|4\rangle$ менее заметно. Это значит, что состояние $|4\rangle$ обладает лучшими транспортными свойствами, чем состояние $|5\rangle$, и именно его следует выбирать в качестве транспортного состояния в шестизонной структуре. Природу осцилляций T_0 можно объяснить аналогично. Отметим, что аналитическое выражение (5.10) дает весьма аккуратные значения позиций пиков функции $\max(p_1)$ в обоих случаях. Таким образом, эта достаточно простая формула может быть использована на начальных этапах анализа электронной динамики в наноструктурах для выбора оптимальной энергии (фактически, амплитуды) лазерного поля. Кроме того, данная формула позволяет нам изучить зависимость $\max(p_1)$ от расщепления энергий возбужденных состояний $\Delta_{k,r}$, которое, в свою очередь, зависит от межъямного расстояния b и числа КЯ в структуре N . Важной особенностью функции $\max(p_1)$, которая показана на рис. 5.9, является ее периодическая структура, когда области низкой вероятности чередуются с областями высокой вероятности.

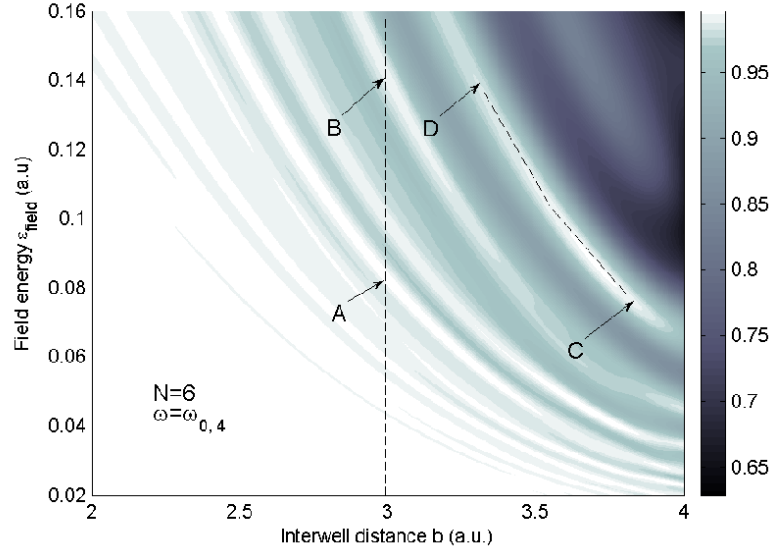


Рис. 5.9. Вероятность переноса $\max(p_1)$ (уравнение (5.10)), как функция межъямного состояния и энергии поля. Пунктирные линии отмечают наборы параметров, для которых проведено численное моделирование.

Численные результаты, полученные выше для $b = 3$, соответствуют значениям на рис. 5.9 вдоль вертикальной пунктирной линии. Мы нашли, что величина $\max(p_1) = 0.999$ при $\varepsilon_{\text{field}} = 0.083$ (точка А) является, по-видимому, оптимальной, поскольку ближайшие максимумы этой функции имеют меньшие величины. Формула (5.10) предсказывает, что с увеличением $\varepsilon_{\text{field}}$ до 0.14 наша функция снова начинает возрастать. В точке В ($b = 3$, $\varepsilon_{\text{field}} = 0.14$) аналитическая величина $\max(p_1) = 0.991$ хорошо согласуется с величиной $\max(p_1) = 0.988$, найденной численно. Отметим, что, несмотря на значительное уменьшение вероятности переноса по сравнению с точкой А, время переноса $T_0 = 250$ для $\varepsilon_{\text{field}} = 0.14$ почти в два раза меньше времени переноса $T_0 = 420$ для $\varepsilon_{\text{field}} = 0.083$. Мы также выполнили численные расчеты $\max(p_1)$ для параметров поля и структуры, лежащими на ломаной пунктирной линии (рис. 5.9) между точками С и D в области высокой вероятности переноса. Численные результаты близки к аналитическим, и $\max(p_1)$ монотонно возрастает с 0.94 до 0.98 при перемещении от точки С к точке D, а время переноса уменьшается с 419 до 252. Уходя дальше за точку D, мы попадаем в область, где данная полоса максимумов пересекает вертикальную линию $b = 3$ при $\varepsilon_{\text{field}} = 0.2$ (не показано). Для $\varepsilon_{\text{field}} = 0.2$ имеем $\max(p_1) = 0.986$, что меньше величины $\max(p_1)$ в точке В, однако время переноса $T_0 = 175$ оказывается очень коротким. Следовательно, если мы заинтересованы в быстром переносе электрона с не слишком высокой вероятностью, то рекомендуется выбирать энергию поля $\varepsilon_{\text{field}} = 0.2$ вместо $\varepsilon_{\text{field}} = 0.083$. При больших величинах параметров $\varepsilon_{\text{field}}$ и b , вероятность успешного переноса электрона значительно уменьшается

(темная область в правом верхнем углу на рис. 5.9). Данный результат согласуется с выводами, сделанными ранее, и объясняется в рамках теории эффекта туннельного коллапса.

Завершающий этап нашего исследования посвящен изучению электронной динамики в зависимости от числа КЯ в наноструктуре, которое варьировалось от $N=5$ до $N=20$ при $b=3$. Если число ям невелико ($5 < N < 12$), графики величины $\max(p_1)$ от энергии поля $\varepsilon_{\text{field}}$ схожи с представленными на рис. 5.7 и демонстрируют квазирегулярные осцилляции с плавно увеличивающейся с ростом N амплитудой. Когда $N > 17$, графики $\max(p_1)$ имеют пилообразную форму с резкими спадами и пиками. Как и выше, мы используем уравнение (5.10) для аппроксимации численных данных. Мы обнаруживаем, что аналитическое приближение (5.10) значительно отклоняется от численного решения при $N=20$, однако соответствие между координатами локальных максимумов функции $\max(p_1)$ обоих типов данных остается чрезвычайно высоким. Кроме того, оказывается, что времена переноса T_0 достаточно близки друг к другу для различных N . На рис. 5.10 представлены зависимости T_0 от $\varepsilon_{\text{field}}$ для $N=15, 16, 17, 18$. Максимумы, лежащие в интервале $0.99 < \max(p_1) < 0.999$, отмечены не закрашенными (закрашенными) квадратами для нечетных (четных) N . Легко видеть, что каждая группа максимумов, принадлежащих графикам для различных N , отвечает узкому интервалу значений T_0 .

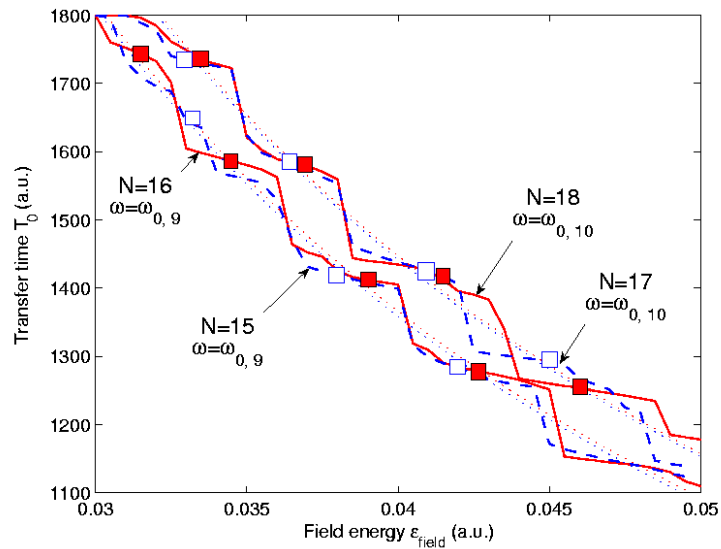


Рис. 5.10. График зависимостей времен T_0 переноса электрона от энергии поля $\varepsilon_{\text{field}}$ для чисел $N=15, 17$ (пунктир) и $N=16, 18$ (сплошная линия) КЯ в наноструктуре. Тонкие пунктирные линии отвечают аналитическому приближению $T_0 = \pi/|\lambda_{0,r}|\sqrt{2}$.

Данное наблюдение позволяет нам сделать важный вывод, что время переноса электрона в многоямной структуре не определяется длиной структуры (числом КЯ), как можно было ожидать, а является сложной функцией, зависящей от параметров структуры и внешнего поля. Отметим, для максимумов, лежащих в центрах пологих участков кривых на рис. 5.10, трехуровневое выражение для времени переноса T_0 дает очень хорошее приближение к численным результатам.

5.1.5. Оптимизация процесса переноса в несимметричной структуре

Мы видели, что для резонансной симметричной схемы в трехуровневом приближении вероятность переноса равна единице. Для того, чтобы учесть протяженность и асимметрию в системе, мы вводим два дополнительных параметра, a_0 и γ . Первый параметр есть эффективная длина структуры (расстояние между крайними КТ), а второй параметр связан с относительной разностью коэффициентов взаимодействия λ для двух делокализованных транспортных уровней в четырехуровневой схеме, $\gamma = |\Delta\lambda|/\lambda$. На рис. 5.11 (а) показаны зависимости максимальной вероятности переноса для нескольких значений амплитуды внешнего резонансного поля ε_{field} (в атомных единицах) от протяженности a_0 для случая $\gamma = 0$ (возбужденные уровни эквивалентны). Видно, что с увеличением a_0 и ε_{field} транспортные характеристики системы ухудшаются. Далее, приведем результаты расчетов для случая асимметричной системы при $a_0 = 0$, рис. 5.11 (б). Как и следовало ожидать, при подавлении переходов с участием одного из возбужденных уровней, то есть при стремлении γ к единице, вероятность переноса быстро стремится к единице для всех трех значений амплитуды управляющего поля.

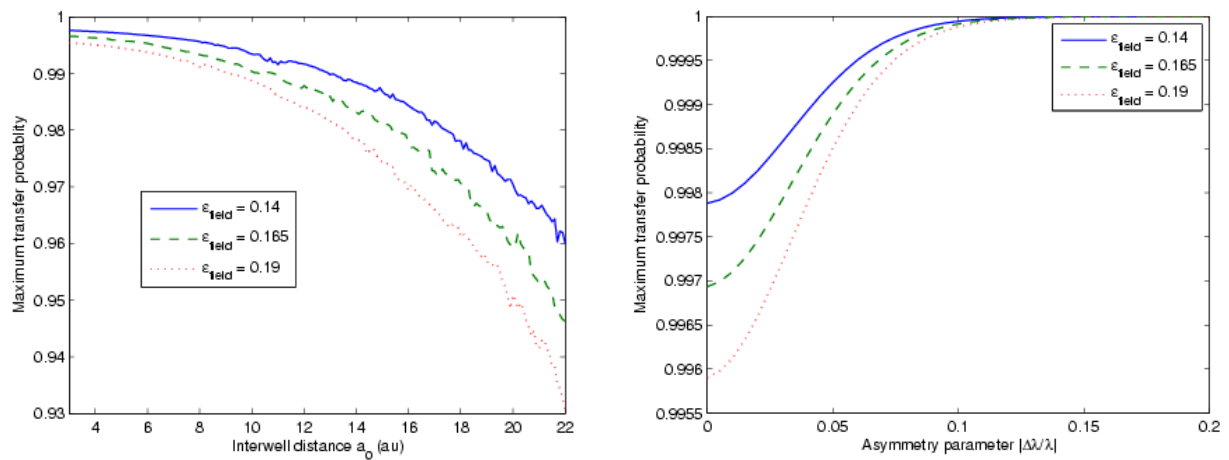


Рис. 5.11. Графики зависимости максимальной вероятности переноса от параметров протяженности (а) и от асимметрии (б) структуры.

Как оптимизировать перенос электрона для произвольных структурных параметров? Можно предположить, что отклонения (асимметрия и протяженность) в реальной четырехуровневой схеме допускают коррекцию вероятности переноса при определенных параметрах внешнего поля (амплитуды и отстройки частоты от резонанса). Данное предположение подтверждается численными расчетами (рис. 5.12).

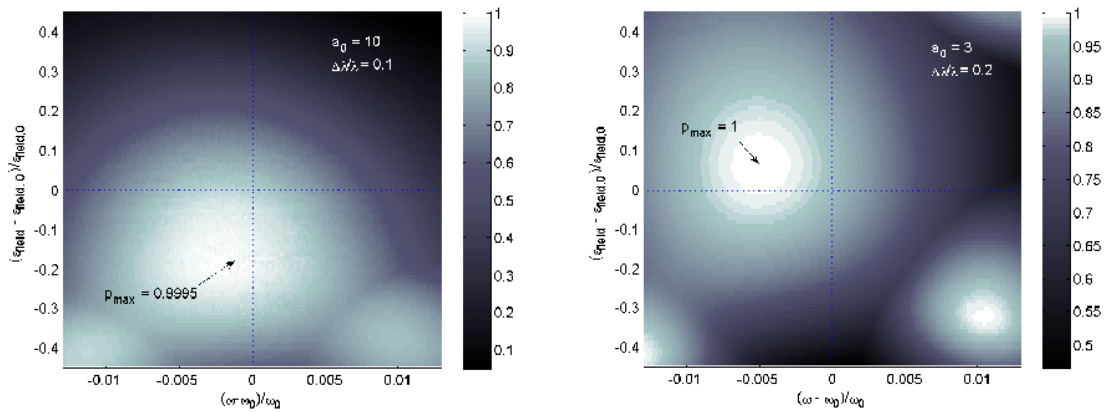


Рис. 5.12. Максимальная вероятность переноса как функция относительных амплитуды и отстройки для протяженной структуры с незначительной асимметрией (а) и для локальной структуры с большой асимметрией (б).

Как можно видеть, для произвольного выбора параметров структуры существуют области значений параметров поля, для которых вероятность переноса близка к единице.

5.2. Операция CPHASE на двух удаленных зарядовых кубитах

5.2.1. Принцип реализации условных перемещений электрона в ВС

Впервые идея использовать электрон, локализованный в одиночной квантовой точке (ОКТ), для обработки и хранения квантовой информации, была предложена в работе [28]. Альтернативные подходы к реализации зарядового кубита, базирующиеся на двойной квантовой точке (ДКТ), были рассмотрены в работах [17], [18], [22], [29], [30]. Существенно, что как для ОКТ-кубитов, так и для ДКТ-кубитов логические 0 и 1 кодируются при помощи одноэлектронных состояний, соответствующих разным распределениям заряда в КТ. В случае двух кубитов данный выбор логических состояний позволяет использовать разность энергий межкубитных взаимодействий (отличных друг от друга для четырех базисных состояний) для выполнения условных квантовых операций. Например, электростатическое взаимодействие двух соседних кубитов обеспечивает разные частоты переходов между двухкубитными базисными состояниями. Это позволяет реализовать требуемую двухкубитную операцию через избирательное возбуждение соответствующего перехода, как описано в работах [28 – 30].

Другой способ осуществить условную двухкубитную эволюцию основан на зависимости скорости туннелирования электрона между потенциальными минимумами ДКТ, представляющей контролируемый кубит, от состояния контролирующего кубита [17], [18]. В этом случае роли кубитов определяются их взаимной ориентацией и являются фиксированными.

Обычно принципы использования электростатических эффектов для управления состояниями кубитов иллюстрируются на примере простых двухкубитных систем. Однако возникает вопрос: как выполнять условные квантовые операции, если число кубитов M в регистре достаточно велико? В общем случае, энергии взаимодействующих кубитов расщепляются в подзону из 2^M уровней, достаточно близких друг к другу. Можно ожидать, что разрешение между уровнями в такой подзоне будет быстро убывать с ростом числа кубитов, затрудняя возбуждение требуемых переходов в оптических схемах контроля [28 – 30]. В то же самое время неясно, как располагать кубиты в регистре, чтобы распространить принцип условной динамики, базирующийся на специфической геометрии двухкубитного регистра [17], [18], на произвольное число кубитов.

В данном разделе мы опишем стратегию, позволяющую преодолеть вышеупомянутые трудности путем введения вспомогательной структуры (ВС), которая содержит один (пробный) электрон. Квантовый регистр формируется на основе массива кубитов (представленных одноэлектронными ОКТ), расположенных далеко друг от друга. Мы будем предполагать, что расстояние между соседними кубитами достаточно велико, чтобы можно было пренебречь разностью энергий взаимодействия для всех возможных зарядовых конфигураций. Для получения требуемой условности, в схеме используется взаимодействие кубитов с ВС, играющей роль вспомогательной системы, которая опосредует контакт между кубитами. Это взаимодействие поддерживает контролируемое извне запутывание между ВС и кубитами, которое затем полностью распределяется между кубитами. Чтобы реализовать данную процедуру, ВС конструируется таким образом, что эволюция пробного электрона в структуре оказывается зависящей от состояния кубитов. Как будет показано ниже, двухкубитная нетривиальная операция CPHASE может быть в принципе реализована путем манипуляций только с пробным электроном. Следовательно, в отличие от моделей, упомянутых выше, мы будем использовать непрямой механизм взаимодействия между кубитами. С одной стороны, такой подход к организации квантовых вычислений сохраняет общие преимущества семейства зарядовых кубитов, такие, как высокая скорость квантовых операций, возможность проводить индивидуальные измерения кубитов, и, разумеется, совместимость с уже существующими полупроводниковыми микро- и нанотехнологиями. С другой стороны, он оказывается

свободным от недостатков, присущих схемам с прямым взаимодействием, например, от проблемы паразитных взаимодействий (“cross-talk problem”). Двухкубитная эволюция полностью контролируется экспериментатором и не требует дополнительных процедур (иногда весьма сложных), чтобы скомпенсировать влияние других кубитов регистра, не участвующих в операции. Кроме того, взаимодействие между двумя (или более) кубитами осуществляется согласно единому протоколу и не зависит от числа кубитов в регистре.

5.2.2. Линейная вспомогательная структура и зарядовый ОКТ-кубит

Вначале мы рассмотрим систему, состоящую из одного зарядового кубита и ВС, сформированной на основе линейной цепочки двумерных КТ A_k ($k = 1 - N$) и содержащей один пробный электрон (рис. 5.13). Кубит представлен квадратной ОКТ; ее возбужденные двукратно вырожденные состояния $|p_x\rangle$ и $|p_y\rangle$ с энергиями $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon$ используются в качестве логических состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Произвольная однокубитная операция может быть выполнена при помощи резонансных оптических переходов, связывающих логические состояния кубитов и основное состояние $|g\rangle$ ОКТ с энергией ε_g , которое играет роль промежуточного состояния. Параметры изолированной ВС выбираются так, чтобы глубокие крайние КТ A_1 и A_N содержали хорошо локализованные основные состояния $|L\rangle$ и $|R\rangle$, чьи энергии ε_L и ε_R отличаются друг от друга на величину $\Delta\varepsilon = \varepsilon_R - \varepsilon_L$. Кроме того, возбужденные состояния изолированных КТ, взаимодействуя друг с другом вследствие туннелирования электрона, расщепляются в подзону гибридизированных состояний $|k\rangle$ с энергиями ε_k ($k = 1 - N$).

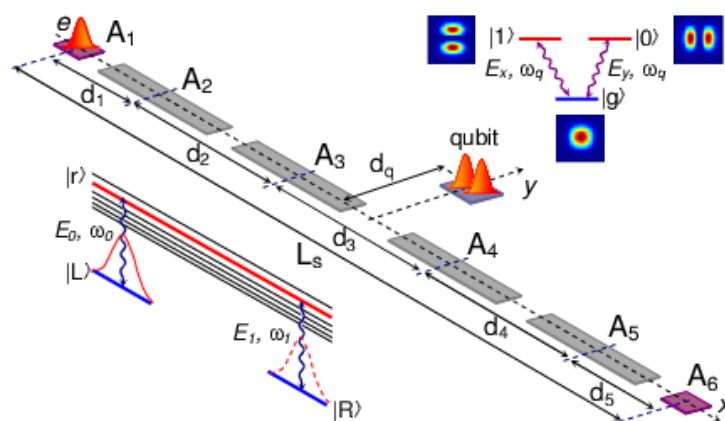


Рис. 5.13. Система, состоящая из ОКТ-кубита и вспомогательной структуры с числом КТ $N = 6$. Кубит находится в состоянии $|1\rangle$ ($|p_x\rangle$ - состояние ОКТ), а структура содержит пробный электрон в состоянии $|L\rangle$ КТ A_1 . Принцип управления кубитом при помощи оптических переходов, а также перенос пробного электрона вдоль наноструктуры иллюстрируются на вставках.

Степень гибридизации регулируется путем подбора толщины барьера и/или близости уровней КТ к краю барьера. Выбор параметров КТ подчиняется нескольким общим правилам. Во-первых, желательно, чтобы структура имела большую протяженность, а значит, и характерные размеры КТ вдоль оси структуры x должны быть велики. Во-вторых, глубины КТ выбираются так, чтобы возбужденные состояния КТ имели примерно одинаковые энергии для формирования высокогибридизированных состояний $|k\rangle$, делокализованных вдоль ВС. В-третьих, энергетические барьеры, разделяющие КТ, должны быть достаточно прозрачными, чтобы обеспечить высокую скорость туннелирования возбужденного электрона между соседними КТ.

Нас будет интересовать возможность переноса пробного электрона (ППЭ) между локализованными состояниями $|L\rangle$ и $|R\rangle$ структуры. Подобный процесс может быть реализован путем возбуждения перехода, связывающего локализованные состояния с некоторым делокализованным возбужденным состоянием $|r\rangle$ ВС (транспортное состояние), и описывается трехуровневой Λ -схемой, эквивалентной тем, что были рассмотрены ранее для оптически управляемых наносистем на основе КТ [22], [24], [231]. Для осуществления резонансного ППЭ между состояниями $|L\rangle$ и $|R\rangle$ наноструктура подвергается воздействию двух лазерных импульсов прямоугольной формы, $\mathbf{E}_0 \cos(\omega_0 t)$ и $\mathbf{E}_1 \cos(\omega_1 t)$. Частоты импульсов ω_0 и ω_1 соответствуют резонансным частотам переходов $\omega_{L,r} = (\varepsilon_r - \varepsilon_L)/\hbar$ и $\omega_{R,r} = (\varepsilon_r - \varepsilon_R)/\hbar$ (для конкретности, $\omega_0 = \omega_{L,r}$ и $\omega_1 = \omega_{R,r}$). Далее, амплитуды импульсов $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{E}_1$ должны выбираться так, чтобы абсолютные величины коэффициентов взаимодействия $\lambda_{L,r} = \mathbf{E}_0 \mathbf{d}_{L,r} / 2\hbar$ и $\lambda_{R,r} = \mathbf{E}_1 \mathbf{d}_{R,r} / 2\hbar$, где $\mathbf{d}_{L,r} = \langle L | -e\mathbf{r} | r \rangle$ и $\mathbf{d}_{R,r} = \langle R | -e\mathbf{r} | r \rangle$ есть соответствующие матричные элементы оператора дипольного момента, были равны друг другу, то есть $|\lambda_{L,r}| = |\lambda_{R,r}| = \lambda$. Как было показано в Главе 3, данное условие обеспечивает возможность полного переноса электрона между состояниями $|L\rangle$ и $|R\rangle$. Существенно также, чтобы только состояние $|r\rangle$ заселялось в процессе переноса. Это значит, что разности энергии ε_r транспортного состояния и энергий $\varepsilon_{r\pm 1}$ ближайших возбужденных состояний $|r\pm 1\rangle$ должны быть велики по сравнению с коэффициентом взаимодействия λ : $|\varepsilon_r - \varepsilon_{r\pm 1}| \gg \hbar\lambda$. Наконец, мы предполагаем, что $|\Delta\varepsilon| \gg \hbar\lambda$, и каждый импульс индуцирует только свой переход.

Если все вышеперечисленные условия соблюдены, то только три состояния, а именно $|L\rangle$, $|R\rangle$ и $|r\rangle$, являются оптически активными, а эффективный трехуровневый гамильтониан,

описывающий резонансный перенос в приближении вращающейся волны ($\lambda \ll \omega_0, \omega_1$), имеет вид:

$$H_{RWA} = \hbar \lambda_{L,r} |L\rangle\langle r| + \hbar \lambda_{R,r} |R\rangle\langle r| + h.c. \quad (5.11)$$

Во вращающейся системе отсчета, когерентная эволюция вектора состояния системы $|\Psi\rangle = a_L |L\rangle + a_R |R\rangle + a_r |r\rangle$ задается нестационарным уравнением Шредингера $i\hbar \partial |\Psi\rangle / \partial t = H_{RWA} |\Psi\rangle$. Для начального условия $|\Psi(0)\rangle = |L\rangle$, решение данного уравнения описывает трехуровневые осцилляции Раби:

$$a_L = \cos^2(\Omega_R t), \quad a_R = -\sin^2(\Omega_R t), \quad a_r = -\frac{i}{\sqrt{2}} \sin(2\Omega_R t), \quad (5.12)$$

где $\Omega_R = \lambda / \sqrt{2}$ - частота Раби, а коэффициенты взаимодействия в уравнении (3.1) предполагаются действительными. Таким образом, полный ППЭ из основного состояния $|L\rangle$ крайней левой КТ A_1 в основное состояние $|R\rangle$ крайней правой КТ A_N имеет место для длительностей импульсов $T_n = (\pi/2 + \pi n) / \Omega_R$, где $n = 0, 1, 2, \dots$. Ниже мы будем понимать под временем переноса наименьшую из этих величин, то есть $T_0 = \pi / 2\Omega_R$.

Как влияет состояние кубита на динамику пробного электрона? Очевидно, что логические состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ кубита будут возмущать потенциал ВС по-разному, и, следовательно, частоты резонансных переходов в структуре будут зависеть от состояния кубита $|q\rangle$ ($q = 0, 1$): $\omega_{L,r} \equiv \omega_{L,r}(q)$, $\omega_{R,r} \equiv \omega_{R,r}(q)$. Значит, наш кубит может рассматриваться в качестве контролирующего кубита, который влияет на динамику эффективного контролируемого кубита, представленного состояниями $|L\rangle$ и $|R\rangle$ ВС. Именно, если положить $\omega_0 = \omega_{L,r}(1)$, $\omega_1 = \omega_{R,r}(1)$ и потребовать, чтобы выполнялись условия $|\omega_{L,r}(1) - \omega_{L,r}(0)| \gg \lambda$, $|\omega_{R,r}(1) - \omega_{R,r}(0)| \gg \lambda$, то ППЭ $|L\rangle \rightarrow |R\rangle$ будет иметь место, только если кубит находится в состоянии $|1\rangle$. Мы предполагаем также, что частоты импульсов существенно отличаются от частоты ОКТ кубита $\omega_q = (\varepsilon_q - \varepsilon_g) / \hbar$, чтобы избежать паразитных переходов: $|\omega_{0(1)} - \omega_q| \gg |\mathbf{E}_{0(1)} \mathbf{d}_{q,g} / 2\hbar|$ ($\mathbf{d}_{q,g}$ есть матричный элемент для перехода $|g\rangle \leftrightarrow |q\rangle$). Во вращающейся системе отсчета, ППЭ-преобразование состояния системы «кубит+ВС» можно записать следующим образом: $(c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle) |L\rangle \rightarrow c_0 |0\rangle |L\rangle - c_1 |1\rangle |R\rangle$, то есть кубит запутывается с ВС. Оператор условного ППЭ имеет вид $\tilde{U}_1 = |0\rangle\langle 0| \otimes I - |1\rangle\langle 1| \otimes X$, где тождественный

оператор $I = |L\rangle\langle L| + |R\rangle\langle R|$ и инверсия $X = |L\rangle\langle R| + |R\rangle\langle L|$ действуют на вектор состояния пробного электрона в ВС, растянутого базисными векторами $|L\rangle$ и $|R\rangle$. Существенно, что запутывание достигается только за счет манипуляций с пробным электроном. В частности, этот факт может использоваться для осуществления проективного неразрушающего измерения состояния кубита путем детектирования пробного электрона в одной из крайних точек структуры.

Преобразование, переводящее вектор состояния из вращающейся системы отсчета в лабораторную систему отсчета, может быть записано в виде $U_{rot \rightarrow lab} = \exp(-i\varepsilon T_0 / \hbar) I \otimes [\exp(-i\varepsilon_L T_0 / \hbar) |L\rangle\langle L| + \exp(-i\varepsilon_R T_0 / \hbar) |R\rangle\langle R|]$, где единичный оператор $I = |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|$ действует в подпространстве состояний кубита, ε есть сумма энергии ε_q кубита и энергии взаимодействия электрона кубита и пробного электрона. Данный оператор снабжает каждую компоненту двухэлектронного состояния соответствующим экспоненциальным фазовым множителем. Здесь мы предполагаем, что зарядовые конфигурации в состояниях $|0\rangle|L\rangle, |0\rangle|R\rangle, |1\rangle|L\rangle, |1\rangle|R\rangle$ характеризуются одинаковыми энергиями взаимодействия. Оператор переноса в лабораторной системе имеет вид $U_1 = U_{rot \rightarrow lab} \tilde{U}_1$. После повторного действия импульса пробный электрон возвращается назад в состояние $|L\rangle$ КТ A_1 . Однако, результирующий вектор состояния в лабораторной системе будет отличаться от начального не только общим фазовым множителем, но и дополнительным фазовым множителем $\exp(-i\Delta\varepsilon T_0 / \hbar)$, приобретаемым компонентой двухэлектронного состояния, которая отвечает состоянию кубита $|1\rangle$: $(U_1)^2 (c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle) |L\rangle \rightarrow e^{-i2(\varepsilon + \varepsilon_L)T_0 / \hbar} [c_0 |0\rangle + e^{-i\Delta\varepsilon T_0 / \hbar} c_1 |1\rangle] |L\rangle$. Данный множитель возникает из-за различия параметров крайних КТ, выражаемого величиной $\Delta\varepsilon$.

Чтобы учесть электростатическое взаимодействие между кубитом и пробным электроном, мы используем метод, схожий с тем, что применялся в работе [18]. Собственные состояния нашей двухэлектронной системы ищутся в виде $|q\rangle|m_q\rangle$, где состояния кубита $|q\rangle$ ($q = 0, 1$) удовлетворяют уравнению $H_q |q\rangle = \varepsilon_q |q\rangle$, а состояния ВС $|m_q\rangle$ ($m = L, R, 1, 2, \dots$) суть решения уравнения $H_{str,q} |m_q\rangle = \varepsilon_{m,q} |m_q\rangle$. В координатном представлении гамильтониан кубита задается формулой $H_q = -\Delta_q + U_q(\mathbf{r})$, а гамильтониан ВС имеет вид $H_{str,q} = -\Delta_{str} + \sum_{k=1}^N U_k(\mathbf{r}) + 2 \int |\Psi_q(\mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}' / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, где $\Psi_q(\mathbf{r})$ одна из двух базисных волновых

функций кубита. При записи данных выражений мы воспользовались системой эффективных атомных единиц: 1 ат. ед. = $Ry^* = m^* Ry / m_e \varepsilon_{diel}^2$ для энергии, 1 ат. ед. = $a_B^* = m_e \varepsilon_{diel} a_B / m^*$ для длины и 1 ат. ед. = $\hbar / Ry^*$ для времени, где Ry - энергия Ридберга, a_B - радиус Бора, m_e - масса свободного электрона, m^* - эффективная масса электрона и ε_{diel} - диэлектрическая постоянная. Для арсенида галлия GaAs $m^* = 0.067 m_e$, $\varepsilon_{diel} = 11.2$ и, следовательно, $Ry^* = 0.006$ эВ и $a_B^* = 10$ нм. Последнее слагаемое в $H_{str,q}$ описывает эффективный потенциал, создаваемый электроном кубита в добавление к потенциалу ВС, представленному вторым слагаемым. Ключевое предположение, сделанное здесь, состоит в том, что мы пренебрегаем самосогласованными эффектами между электронами кубита и ВС, и состояния кубита предполагаются не зависящими от положения пробного электрона в структуре. При этом гибридизированные состояния ВС зависят от состояния зарядового кубита. Такая неэквивалентность обуславливается различными характеристическими энергиями кубита и ВС. В случае кубита эта энергия есть энергия размерного квантования ОКТ, приблизительно равная глубине потенциальной ямы, и намного большая, чем энергия электростатического взаимодействия двух электронов. Для гибридизированных состояний ВС эта энергия порядка матричного элемента туннелирования, чья величина сопоставима с энергией взаимодействия. Следовательно, взаимодействие кубита и ВС приводит лишь к заметным изменениям в структуре и энергиях возбужденных состояний ВС.

Мы моделируем потенциалы КТ при помощи экспоненциально-степенных функций [239]:

$$U_m(\mathbf{r}) = U_{0,m} \exp \left\{ - \left[(x - x_m) / a_m \right]^{2p} - \left[(y - y_m) / b_m \right]^{2p} \right\}, \quad (5.13)$$

где $U_{0,m}$ - глубина потенциала КТ, $a_m(b_m)$ - характерный радиус электрона, локализованного в КТ, вдоль оси $x(y)$, а параметр p определяет гладкость стенок потенциала. Начало координат помещено в центр ВС. Индексы КТ равны $m = q$ для кубита и $m = k$ для КТ A_k ($k = 1 - N$). Мы задаем также координаты центров КТ: $x_q = 0$, $y_q = d_q$ для кубита и $x_k = -L_s/2 + \sum_{j=1}^{k-1} d_j$, $y_k = 0$ для КТ A_k . Здесь d_j - расстояние между центрами КТ A_j и A_{j+1} , а $L_s = \sum_{j=1}^{N-1} d_j$ - длина вспомогательной структуры (см. рис 5.13). Используются следующие значения структурных параметров: $N = 6$ для числа КТ в ВС, $d_1 = d_5 = 2.85$, $d_2 = d_4 = 5$ для расстояний между соседними КТ, $a_q = b_q = 0.6$, $a_1 = b_1 = 0.6$, $a_6 = b_6 = 0.5$, $a_{2-5} = 1.75$, $b_{2-5} = 0.4$ для размеров КТ, $U_{0,q} = -40$, $U_{0,1} = -16$, $U_{0,6} = -22.3$, $U_{0,2-5} = -5.7$ для глубин КТ, и $p = 5$. Данный набор параметров обеспечивает высокие транспортные характеристики ВС, а также разные частоты кубита и ВС. Для кубита

мы получаем $\varepsilon_q = -16.681$, $\varepsilon_g = -30.184$, $\omega_q = 13.503$, и $|d_{q,g}| = 0.26$. В то же самое время мы варьируем параметры d_3 и d_q , чтобы получить приемлемое разрешение резонансных частот структуры, отвечающих разным логическим состояниями кубита. Отметим, что энергия размерного квантования электрона вдоль оси z , которая перпендикулярна плоскости, где формируются КТ, предполагается достаточно большой. Таким образом, одноэлектронная динамика имеет место исключительно в плоскости x - y .

Для вычисления собственных энергий $\varepsilon_{m,q}$ и собственных векторов $|m_q\rangle$ гамильтониана $H_{str,q}$ применяется стандартная конечно-разностная схема второго порядка [240], заданная на прямоугольной x - y - области с размерами 30×10 и содержащая 900×100 узлов. Расчеты показали, что энергии локализованных состояний ВС даются формулой $\varepsilon_{L(R),q} \approx \varepsilon_{L(R)} + 4/L_s$ вне зависимости от того, в каком состоянии находится кубит (в соответствии с предположением, сделанным выше). В дальнейшем мы будем опускать индекс q в обозначениях векторов $|L_q\rangle, |R_q\rangle$, если последние входят в уравнения вместе с вектором состояния кубита, то есть $|q\rangle |L(R)_q\rangle \equiv |q\rangle |L(R)\rangle$. Низколежащие гибридизированные состояния $|1_q\rangle - |6_q\rangle$ представлены линейными комбинациями основных состояний внутренних КТ ВС $A_2 - A_5$ с небольшой примесью состояний $|p_x\rangle$ крайних КТ A_1 и A_6 . Состояния $|7_q\rangle$ и $|8_q\rangle$ суть состояния $|p_y\rangle$, локализованные в КТ A_1 и A_6 . Последние три состояния $|9_q\rangle, |10_q\rangle$ и $|11_q\rangle$, чьи энергии лежат ниже края барьера, содержат $|p_x\rangle$ - состояния всех КТ структуры. Мы обнаружили, что только два из них, а именно, состояния $|9_q\rangle$ и $|11_q\rangle$, удовлетворяют критериям транспортного состояния и демонстрируют высокую чувствительность к состоянию кубита. Этому способствует тот факт, что данные состояния имеют большую амплитуду в центре ВС в непосредственной близости к КТ кубита. Следовательно, имеется возможность оптимизации разрешения состояний $|r_1\rangle$ и $|r_0\rangle$ ($r = 9, 11$). На рис. 5.14 показаны зависимости разностей $\Delta_9 = \omega_{L,9}(1) - \omega_{L,9}(0)$ и $\Delta_{11} = \omega_{L,11}(1) - \omega_{L,11}(0)$ от геометрических параметров d_q и d_3 (подобные зависимости изучались также для правого плеча трехуровневой схемы). Результаты расчетов предсказывают рост чувствительности для $r = 9$ при уменьшении толщины центрального барьера ВС, однако ее зависимость от близости кубита к ВС гораздо менее тривиальна. Как можно видеть, величина Δ_9 достигает оптимальной величины с ростом d_q , а затем плавно падает до нуля.

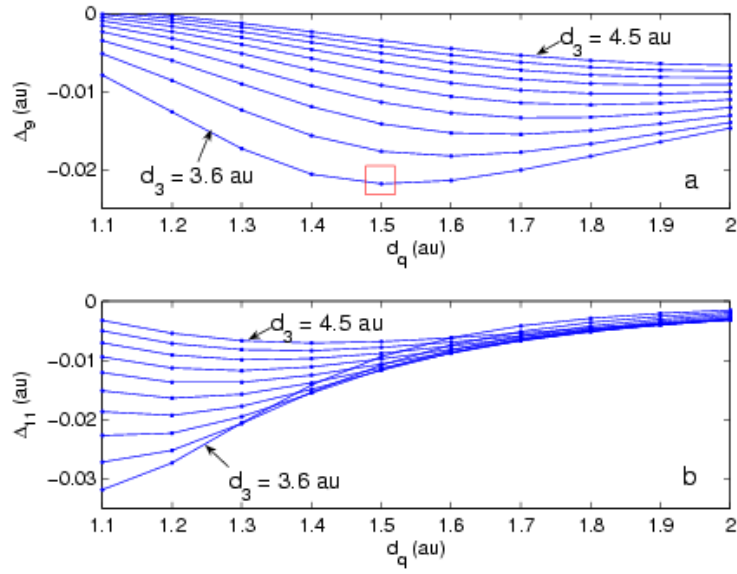


Рис.5.14. Разности $\Delta_r = \omega_{L,r}(1) - \omega_{L,r}(0)$ между частотами переходов ВС, зависящими от состояния кубита для а) $r = 9$ и б) $r = 11$ как функции расстояний d_q и d_3 , которые варьируются с шагом 0.1. Оптимальная точка, для которой проводилось численное моделирование динамики, отмечена красным квадратом.

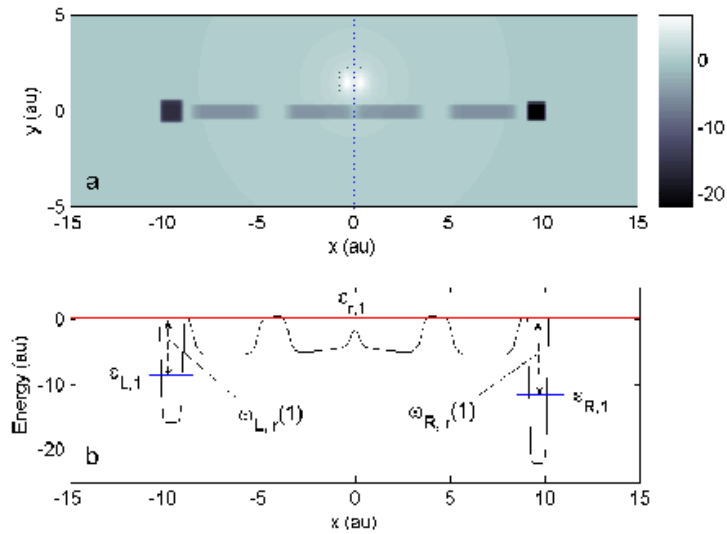


Рис. 5.15. а) Эффективный потенциал, который пробный электрон «видит», если кубит находится в состоянии 1 ($|p_x\rangle$ -орбиталь ОКТ кубита). б) Профиль потенциала вдоль оси структуры x и трехуровневая схема ППЭ между локализованными состояниями $|L_1\rangle$ и $|R_1\rangle$ с участием транспортного состояния $|r_1\rangle$ ($r = 9$), лежащего чуть ниже края барьера.

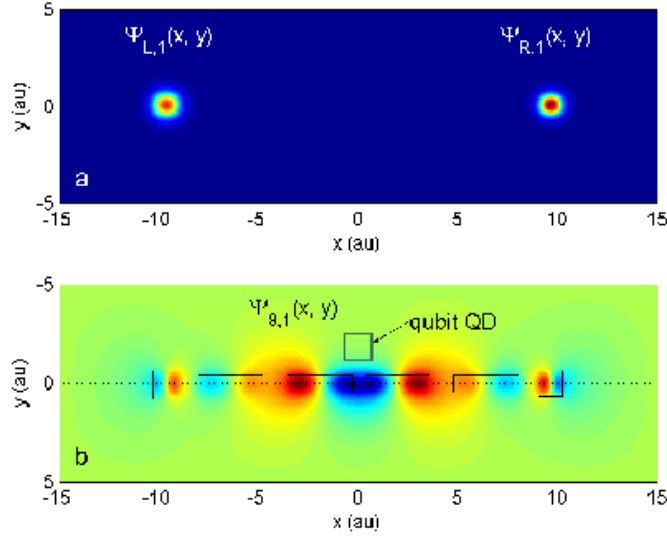


Рис. 5.16. Волновые функции (в произвольных единицах) для а) локализованных состояний $|L_1\rangle$ и $|R_1\rangle$, а также б) транспортного состояния $|r_1\rangle$.

Заметим, что x – компонента дипольного матричного элемента для перехода $|L(R)_1\rangle \leftrightarrow |9_1\rangle$ существенно больше, чем для перехода $|L(R)_1\rangle \leftrightarrow |11_1\rangle$. Это обстоятельство предполагает, что именно состояние $|9_{11}\rangle$ должно быть выбрано в качестве транспортного. Оставшиеся параметры фиксируются следующим образом: $d_q = 1.5$, $d_3 = 3.6$. В этом случае $\varepsilon_{L,0} = \varepsilon_{L,1} = -8.543$, $\varepsilon_{R,0} = \varepsilon_{R,1} = -11.78$, $\Delta\varepsilon = -3.237$ и $\Delta_9 = -0.021$. Эффективный потенциал ВС, а также трехуровневая схема оптического возбуждения пробного электрона показаны на рис. 5.15 (а) и рис. 5.15 (б), соответственно. Волновые функции локализованных и транспортного состояний структуры даны на рис. 5.16.

Численное моделирование ППЭ проводилось для приведенного выше набора параметров при варьировании амплитуды поля E_0 (в эффективных атомных единицах – энергии поля ε_{field}). Количество состояний структуры, задействованных в моделировании, равнялось 20. Частоты импульсов были равны резонансным частотам, $\omega_0 = 8.664$ и $\omega_1 = 11.901$, поляризация импульсов взята вдоль оси ВС, а амплитуды импульсов удовлетворяют соотношению $|E_0/E_1| = |d_{R,9x}/d_{L,9x}|$. Здесь x -компоненты дипольных матричных элементов равны $d_{L,9x} = 0.061$ и $d_{R,9x} = 0.062$. Максимальная вероятность $p_{R,1} = \max(|a_{R,1}(t)|^2)$ обнаружить пробный электрон в состоянии $|R_1\rangle$ представлена на рис. 5.17 (а), а соответствующее время (длительность импульса) $t \equiv T_0$ ассоциируется, таким образом, со временем ППЭ. Кроме того, вероятность $p_{L,0} = |a_{L,0}(T_0)|^2$ того, что пробный электрон остается локализованным в состоянии $|L_0\rangle$, также изображена.

Осциллирующий характер этой зависимости указывает на паразитную эволюцию, связанную с нерезонансным возбуждением состояния $|9_0\rangle$, как было показано в Главе 3. Ошибка, вызванная данным процессом, может быть приближенно воспроизведена формулой $(2\lambda/|\Delta_9|)^2 \sin^2(|\Delta_9|/\lambda)$. Отметим, что и график $p_{R,1}$ также слегка отклоняется от единицы. Это также может быть объяснено нежелательным возбуждением ближайшего состояния $|10_1\rangle$. Однако, поскольку $|\Delta_9| \ll \varepsilon_{10,1} - \varepsilon_{9,1}$ ($= 0.139$), данный эффект гораздо менее заметен. Помимо амплитудной ошибки, присутствие других гибридизированных состояний индуцирует и ошибку фазовую, как показано на рис. 5.17 (б).

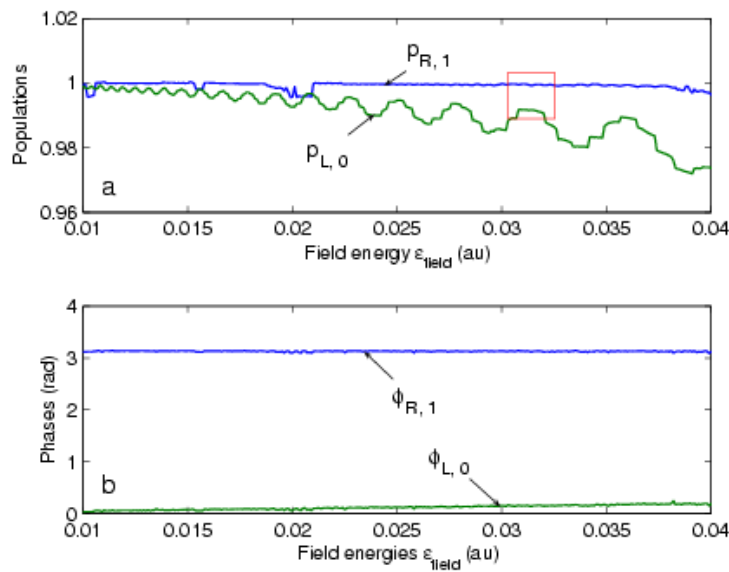


Рис. 5.17. а) Заселенности состояний ВС $|R_1\rangle$ и $|L_0\rangle$ как функции энергии поля. Интервал, на котором оба графика достигают своих оптимальных значений одновременно, заключен в красный квадрат. б) Фазы данных состояний.

Напомним, что в идеальном случае должно быть $p_{R,1}=1$, $p_{L,0}=1$, $\phi_{L,0}=\arg(a_{L,0})=0$ и $\phi_{R,1}=\arg(a_{R,1})=\pi$. Самый прямой способ подавить ошибки обоих типов (при фиксированных параметрах ВС) подразумевает использование импульсов умеренной интенсивности. С другой стороны, необходимо помнить, что время ППЭ возрастает с уменьшением амплитуды импульсов, но при этом оно должно быть много меньше, чем время потери когерентности (для КТ на основе GaAs это время порядка 1 нс). Из графика мы видим, что амплитудная ошибка может быть минимизирована для некоторых величин $\varepsilon_{\text{field}}$, тогда как фазовая ошибка монотонно растет с увеличением энергии поля. Результирующий вектор состояния, который учитывает нежелательные (малые) фазы $\gamma_0=\phi_{L,0}$ и $\gamma_1=\pi-\phi_{R,1}$, накапливаемые в ходе ППЭ, имеет вид $|\Psi\rangle=c_0 \exp(-i\gamma_0)|0\rangle|L\rangle-c_1 \exp(-i\gamma_1)|1\rangle|R\rangle$. Эти фазы могут быть скомпенсированы путем

однокубитного вращения $U_{corr} = \text{diag}\{\exp(i\gamma_0), \exp(i\gamma_1)\}$, реализуемого, например, как два последовательных фазовых сдвига. График зависимости времени ППЭ от ε_{field} представлен на рис. 5.18.

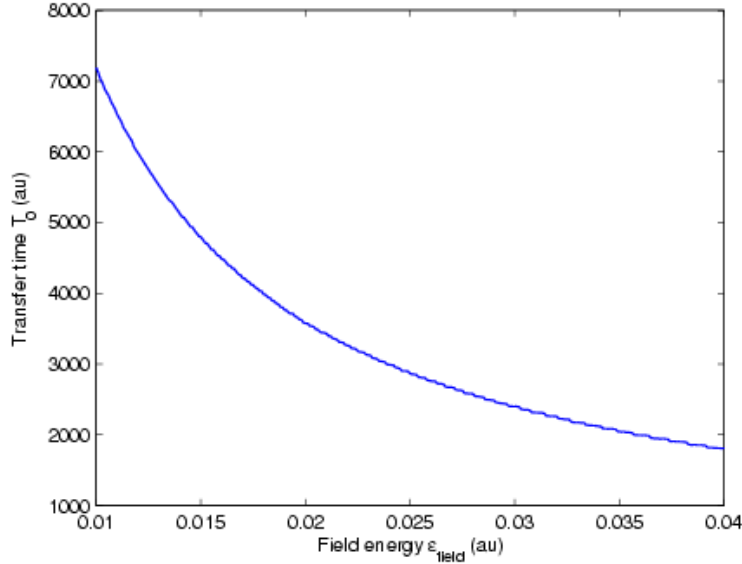


Рис. 5.18. Время ППЭ T_0 как функция энергии поля ε_{field} . Численные данные практически неотличимы от аналитических результатов для трехуровневого приближения.

Как следует из наших результатов, выбор величины энергии поля в интервале $0.031 < \varepsilon_{field} < 0.032$ обеспечивает аккуратный условный ППЭ, для которого $p_{R,1} > 0.999$, $p_{L,0} \approx 0.992$, $\arg(a_{R,1}) \approx 3.14$ и $\arg(a_{L,0}) \approx 0.15$. В этом случае, $\lambda = \varepsilon_{field} d_{L,9x}/2 \approx 0.001$. Соответствующее время ППЭ лежит в интервале от $T_0 = 2310$ до $T_0 = 2260$; для GaAs 1 ат.ед. = 0.11 пс и $T_0 \approx 240$ пс.

5.2.3. Транспозиционная реализация вентиля CPHASE на удаленных кубитах

Ниже мы рассмотрим схему, использующую ППЭ для управления условной фазовой эволюцией двух кубитов. Рисунок 5.19 иллюстрирует принцип организации непрямого взаимодействия кубитов 1 и 2 путем транспозиции пробного электрона во вспомогательной структуре. Будем предполагать, что расстояние L_0 между центрами кубитов достаточно большое, и кубиты взаимодействуют друг с другом как точечные заряды без учета распределения электронной плотности в ОКТ. В этом случае диполь-дипольным взаимодействием можно пренебречь (предполагается, что $a_q^2/L_0^3 \ll L_0^{-1}$).

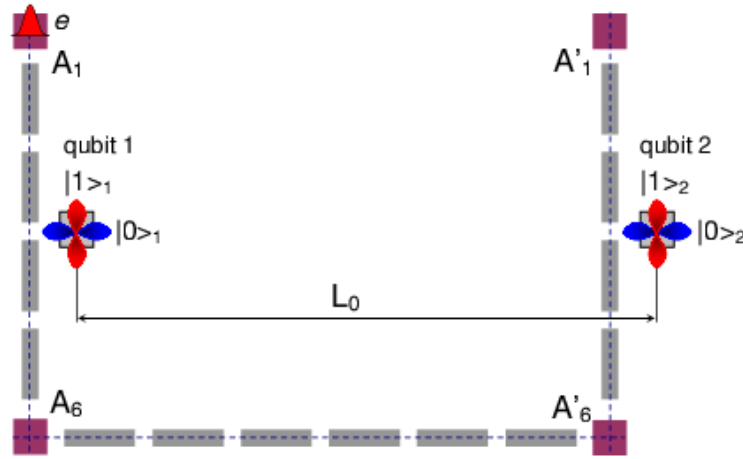


Рис. 5.19. Двухкубитный регистр и вспомогательная структура. В начале алгоритма пробный электрон локализован в состоянии $|L\rangle$ КТ A_1 . Лазерные импульсы индуцируют ППЭ между локализованными состояниями КТ A_1 , A_N , A'_N и A'_1 (здесь $N = 6$), запутывая ВС и кубиты (см. текст). В конце алгоритма двухкубитные базисные состояния приобретают дополнительные фазы, зависящие от параметров структуры и импульса, а пробный электрон возвращается в состояние $|L\rangle$.

ВС состоит из трех цепочек КТ. Две вертикальные цепочки, соединяющие КТ A_1 с КТ A_N и КТ A'_1 с КТ A'_N идентичны той, что была рассмотрена нами выше, и расположены вблизи кубитов 1 и 2 соответственно. Горизонтальная цепочка, соединяющая КТ A_N с КТ A'_N , находится достаточно далеко от кубитов, и разностью энергий взаимодействия пробного электрона с электронами кубитов для различных базисных состояний можно пренебречь. Следовательно, ППЭ вдоль горизонтальной части ВС не будет зависеть от состояния кубитов. Угловые КТ A_N и A'_N являются общими для трех квазиодномерных частей данной ВС. Именно, состояния $|p_x\rangle$ ($|p_y\rangle$) этих КТ входят в гибридизированные транспортные состояния, расположенные вдоль вертикальных (горизонтальной) частей ВС. Поляризация управляющих импульсов, взятая вдоль горизонтальной или вертикальных цепочек КТ, задает требуемое направление ППЭ из состояния $|R\rangle$ ($|R'\rangle$) в состояние $|R'\rangle$ ($|R\rangle$) или в состояние $|L\rangle$ ($|L'\rangle$), соответственно.

Рассмотрим последовательность условных ППЭ между состояниями $|L\rangle$, $|R\rangle$, $|R'\rangle$ и $|L'\rangle$, локализованными в четырех глубоких КТ ВС A_1 , A_N , A'_N и A'_1 , для контроля фаз четырех двухкубитных базисных состояний $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ и $|11\rangle$. Предположим для определенности, что кубит 1 является контролирующим, а кубит 2 – контролируемым. Удобно использовать следующее обозначение для векторов базисных состояний: $|n\rangle = |q_1, q_2\rangle = |q_1\rangle|q_2\rangle$, где $n = 2^0 q_1 + 2^1 q_2$ и $q_{1,2} = \{0, 1\}$. В этом случае $|0\rangle = |0,0\rangle$, $|1\rangle = |1,0\rangle$, $|2\rangle = |0,1\rangle$ и $|3\rangle = |1,1\rangle$. ППЭ может быть формально описан во вращающейся системе отсчета при помощи операторов

$$\begin{aligned}
\tilde{U}_{1 \leftrightarrow N} &= -|L\rangle\langle R| - |R\rangle\langle L| + |L'\rangle\langle L'| + |R'\rangle\langle R'|, \\
\tilde{U}_{N \leftrightarrow N'} &= |L\rangle\langle L| - |R\rangle\langle R'| - |R'\rangle\langle R| + |L'\rangle\langle L'|, \\
\tilde{U}_{1' \leftrightarrow N'} &= |L\rangle\langle L| + |R\rangle\langle R| - |R'\rangle\langle L'| + |L'\rangle\langle R'|,
\end{aligned} \tag{5.14}$$

которые действуют на вектор состояния ВС, растянутый векторами $|L\rangle$, $|R\rangle$, $|R'\rangle$ и $|L'\rangle$. Вид этих операторов определен в соответствии с решениями (5.12) для трехуровневой системы при $t = T_0$.

Далее мы учитываем влияние состояний кубитов на ППЭ, вводя операторы условного ППЭ:

$$\begin{aligned}
\tilde{U}_1 &= (|0\rangle\langle 0| + |2\rangle\langle 2|) \otimes I + (|1\rangle\langle 1| + |3\rangle\langle 3|) \otimes \tilde{U}_{1 \leftrightarrow N}, \\
\tilde{U}_2 &= I \otimes \tilde{U}_{N \leftrightarrow N'}, \\
\tilde{U}_3 &= (|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|) \otimes I + (|2\rangle\langle 2| + |3\rangle\langle 3|) \otimes \tilde{U}_{1' \leftrightarrow N'}.
\end{aligned} \tag{5.15}$$

Операторы $\tilde{U}_1$ и $\tilde{U}_3$ описывают ППЭ вдоль вертикальных цепочек КТ ВС $A_1 - A_N$ и $A'_1 - A'_N$, соответственно, при условии, что ближайший кубит находится в состоянии «единица» (если кубит загружен в состояние «ноль», то пробный электрон остается в начальном состоянии). Оператор $\tilde{U}_2$ описывает ППЭ вдоль горизонтальной цепочки КТ ВС вне зависимости от состояния кубитов. I – тождественный оператор. В матричном представлении эти операторы даются комбинациями тензорных произведений матриц 4×4 для двухкубитной системы и для ВС. Для простоты мы рассматриваем ниже идеальную «трехуровневую» эволюцию (процедура фазовой коррекции может быть легко включена в алгоритм).

В лабораторной системе операторы ППЭ записываются как $U_k = U_{rot \rightarrow lab, k} \tilde{U}_k$, где

$$U_{rot \rightarrow lab, k} = \exp(-i\varepsilon T_{0,k}) I \otimes \sum_{j=L, R, R', L'} \exp(-i\varepsilon_j T_{0,k}) |j\rangle\langle j| \tag{5.16}$$

есть преобразование из вращающейся системы отсчета в лабораторную. Энергия ε включает в себя энергии изолированных кубитов и энергию взаимодействия трех электронов. В нашей модели $\varepsilon = 2\varepsilon_q + 2/L_0 + 2(r_1 + r_2)/r_1 r_2$, $r_1 = \sqrt{(L_s/2)^2 + d_q^2}$, $r_2 = \sqrt{(L_s/2)^2 + L_0^2}$, и мы предполагаем, что энергии взаимодействия одинаковы для всех зарядовых конфигураций с локализованным пробным электроном, поскольку $d_q \ll L_0$. Кроме того, мы пренебрегаем запутыванием кубитов посредством диполь-дипольных эффектов (см. выше). Времена ППЭ вычисляются как $T_{0,1} = T_{0,3} = \pi/\lambda_1 \sqrt{2}$ и $T_{0,2} = \pi/\lambda_2 \sqrt{2}$, где коэффициенты взаимодействия λ_1 и λ_2 берутся для вертикальных и горизонтальной цепочек, соответственно. Число КТ в горизонтальной цепочке

определяется (при фиксированных размерах КТ) расстоянием L_0 между кубитами. Как было показано в предыдущем разделе, ППЭ может быть успешно реализован для различных вариантов выбора параметров структуры и поля. Для изображенной на рис. 5.19 ВС количество КТ в ее горизонтальной части равно 8, а время ППЭ варьируется в интервале 500 – 1000.

Рассмотрим оператор $U_{CPHASE} = U_1 U_2 U_3 U_{free} U_3 U_2 U_1$, действующий на состояние системы «кубит1+кубит2+ВС» (U_{free} - оператор свободной эволюции, т.е. тождественный оператор во вращающейся системе). Данный оператор переводит начальное состояние $|\Psi_i\rangle = \sum_{n=0}^3 c_n |n\rangle |L\rangle$ системы в конечное состояние

$$|\Psi_f\rangle = U_{CPHASE} |\Psi_i\rangle = \exp[-i(\varepsilon + \varepsilon_L)T_f] \sum_{n=0}^3 c_n \exp(-i\varphi_n) |n\rangle |L\rangle, \quad (5.17)$$

где $T_f = 4T_{0,1} + 2T_{0,2} + T_{free}$ - время эволюции, а φ_n ($n = 0 - 3$) - дополнительные фазы, приобретаемые базисными состояниями двух кубитов после возвращения пробного электрона в свое начальное состояние $|L\rangle$. Данные фазы накапливаются в ходе условных ППЭ между локализованными состояниями ВС и пропорциональны разности энергий $\Delta\varepsilon$. Нетрудно проверить, что $\varphi_0 = \varphi_2 = 0$, $\varphi_1 = \Delta\varepsilon(3T_{0,1} + 2T_{0,2} + T_{free})$ и $\varphi_3 = 2\Delta\varepsilon(T_{0,1} + T_{0,2})$. Таким образом, чтобы выполнить, например, условную операцию CZ на данной паре зарядовых кубитов, нужно выбрать параметры структуры и импульса так, чтобы $\varphi_1 = 2\pi m_1$ и $\varphi_3 = \pi(2m_2 - 1)$, где m_1 и m_2 - целые числа. Вообще говоря, только параметры $T_{0,2}$ и T_{free} , допускают варьирование в достаточно широком диапазоне, в то время как параметры $\Delta\varepsilon$ и $T_{0,1}$ являются фиксированными. Следовательно, решая систему уравнений для φ_1 и φ_2 относительно $T_{0,2}$ и T_{free} , можно найти эти величины, характеризующие конкретную фазовую эволюцию.

Прямое обобщение описанного алгоритма на многокубитный регистр предполагает трансляцию структуры, показанной на рис. 5.19, вправо и влево. Единственная модификация будет связана с транспортом пробного электрона вдоль горизонтального участка ВС, тогда как механизм ППЭ вдоль вертикальных цепочек остается неизменным и независимым от числа кубитов в регистре. Особенности горизонтального ППЭ определяются зависимостью числа возбужденных состояний, делокализованных вдоль горизонтальной цепочки ВС, от числа КТ, формирующих данную цепочку. При этом, поскольку матричный элемент туннелирования не меняется, ширина возбужденной подзоны не зависит от длины цепочки. Это означает, что плотность состояний в подзоне увеличивается с ростом числа КТ (и длины структуры). Следовательно, величина $|\Delta_{r,r\pm 1}| = |\varepsilon_r - \varepsilon_{r\pm 1}|$, характеризующая возможность избирательного

возбуждения транспортного состояния $|r\rangle$, будет при этом уменьшаться. Таким образом, чтобы обеспечить требуемую селективность, выражаемую неравенством $|\Delta_{r,r\pm 1}| \gg \hbar\lambda$, следует уменьшать и амплитуду лазерных импульсов. Но, вместе с тем, время ППЭ $T_{0,2}$ будет расти обратно пропорционально амплитуде, приводя к существенному замедлению алгоритма выполнения условных фазовых операций на удаленных кубитах. Для решения данной проблемы мы предлагаем заменить однократный медленный ППЭ последовательностью элементарных ППЭ между соседними угловыми КТ. В этом случае полное время операции $T_f = 4T_{0,1} + 2|i_c - i_t|T_{0,2} + T_{free}$ будет линейной функцией расстояния $|i_c - i_t|$ между кубитами, где i_c и i_t – позиции контролирующего и контролируемого кубитов в квантовом регистре. Подобное разбиение может быть достигнуто выделением данного участка горизонтальной цепочки ВС между КТ $A_{N,i}$ и $A'_{N,i}$ ($i_{c(t)} \leq i < i_{t(c)}$ если $i_c <(>) i_t$) из всей цепочки $A_{N,1} - A'_{N,M}$ (M – число кубитов) посредством повышения электрического потенциала на затворах ближайших КТ, которые принадлежат соседним участкам цепочки.

Итак, мы предложили алгоритм реализации операции CPHASE на двух зарядовых кубитах. В отличие от схем, использующих прямое межкубитное взаимодействие, здесь механизм влияния кубитов друг на друга опосредован вспомогательной системой – полупроводниковой наноструктурой, содержащей пробный электрон. Эволюция пробного электрона включает шесть оптических переносов между локализованными состояниями структуры и приводит к накоплению специфических фазовых множителей для каждого из четырех базисных состояний двух кубитов. Таким образом, в нашей схеме операции непосредственно с кубитами заменяются управлением состоянием вспомогательной структуры. Данная особенность позволяет распространить предлагаемую стратегию контроля состояний зарядовых кубитов на полномасштабный квантовый регистр. Дальнейшая ее оптимизация может состоять в поиске таких управляющих режимов и геометрии структуры, которые позволили бы увеличить как скорость, так и надежность выполнения нетривиальных двух- и многокубитных квантовых операций.

5.3. Селективный перенос электрона между квантовыми точками в кольцевой структуре под действием резонансного импульса

5.3.1. Постановка задачи

Отличительной чертой многих низкоразмерных объектов является определяющее влияние квантовых эффектов, в том числе интерференционных, на их характеристики. Один из ярких примеров – когерентная эволюция одноэлектронных состояний двух туннельно-связанных КТ

под действием резонансного лазерного импульса. Как было показано выше, можно так подобрать параметры импульса (частоту, длительность, интенсивность), чтобы электрон, находившийся изначально в основном состоянии одной КТ (локализованный в этой КТ), перешел в возбужденное (делокализованное, то есть общее для обеих КТ) состояние, а затем – в основное состояние другой КТ и остался там после прекращения действия импульса. Таким образом, возбужденный уровень выполняет функцию «транспортного уровня». Вообще, в линейной цепочке КТ весьма затруднительно осуществить *селективный* (адресный) перенос электрона между двумя *произвольными* КТ. Это связано с особенностями возбужденных состояний электрона в одномерной системе со свободными граничными условиями, а именно – с тем, что амплитуда вероятности обнаружить электрон в той или иной КТ сильно зависит от положения КТ в цепочке.

В данном разделе будет показано, что селективного переноса электрона между любыми двумя КТ при воздействии на систему резонансного импульса можно добиться, расположив КТ в форме кольца и приложив локальные электростатические потенциалы на те две КТ, между которыми требуется осуществить перенос электрона. Получено аналитическое выражение для вероятности переноса, которое учитывает возможное различие параметров КТ и /или потенциалов на них, а также влияние отстройки лазерного импульса от резонанса.

5.3.2. Моделирование спектральных свойств кольцевой структуры на основе КТ

Рассмотрим систему, состоящую из N одинаковых КТ, образующих замкнутое кольцо, см. рис. 5.20. Мы предполагаем наличие в каждой КТ по крайней мере двух размерно-квантованных уровней. Один из этих уровней, имеющий энергию ε_1 , соответствует основному состоянию $|1\rangle_n$ электрона, локализованному в данной КТ ($n = 1; \dots; N$ – номер КТ). Если величина ε_1 близка к минимуму потенциальной энергии электрона в области КТ, а высота и ширина потенциального барьера, разделяющего КТ, достаточно велики, то из-за сильной локализации волновых функций $\langle \mathbf{r} | 1 \rangle_n$ в пределах соответствующих КТ волновые функции основных состояний соседних КТ практически не перекрываются, и поэтому нижний уровень энергии всей системы как целого можно в хорошем приближении считать N -кратно вырожденным по положению электрона в системе. Мы полагаем, что возбужденные уровни $|2\rangle_n$ с энергией ε_2 (не обязательно вторые по счету) в каждой КТ лежат вблизи края потенциального барьера, и поэтому волновые функции $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$ соседних КТ перекрываются достаточно сильно, так что вследствие туннельного взаимодействия между КТ этот уровень расщепляется в подзону из N уровней, каждый из которых является делокализованным по всей системе КТ. Так как в дальнейшем будет использовано резонансное (по внешнему переменному

полю) приближение, то мы пренебрегаем возможным наличием в КТ других размерно-квантованных уровней, энергии которых существенно отличаются от ε_1 и ε_2 , "пропуская" эти уровни при нумерации и оставляя только те, которые находятся в резонансе или близко к нему.

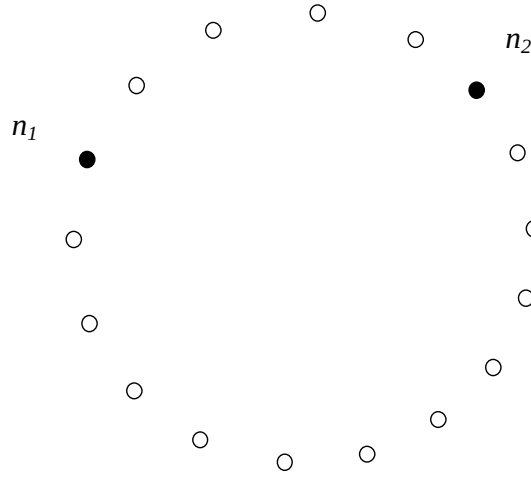


Рис. 5.20. Схематическое изображение квазиодномерной системы квантовых точек, образующих замкнутое кольцо. На две квантовые точки с номерами n_1 и n_2 , между которыми осуществляется селективный перенос электрона, подается одинаковый электростатический потенциал.

Гамильтониан электрона, добавленного в зону проводимости (сверх заполненной валентной зоны) в такую систему КТ, имеет вид

$$\hat{H}_0 = \varepsilon_1 \sum_{n=1}^N \hat{a}_{1,n}^+ \hat{a}_{1,n} + \varepsilon_2 \sum_{n=1}^N \hat{a}_{2,n}^+ \hat{a}_{2,n} - V \sum_{n=1}^N (\hat{a}_{2,n+1}^+ \hat{a}_{2,n} + h.c.), \quad (5.18)$$

где $\hat{a}_{1,n}^+$ ($\hat{a}_{1,n}$) и $\hat{a}_{2,n}^+$ ($\hat{a}_{2,n}$) – операторы рождения (уничтожения) электрона в основном и возбужденном состоянии КТ с номером n , соответственно; V – матричный элемент туннелирования электрона между возбужденными уровнями соседних КТ (его величина может быть вычислена в каждом конкретном случае). Заметим, что $\hat{a}_{2,N+1} = \hat{a}_{2,1}$ в силу того, что КТ образуют замкнутое кольцо, то есть, иными словами, граничные условия являются периодическими, а не свободными, как в случае одномерной цепочки КТ. В гамильтониане (5.18) мы не указываем явно спиновый индекс, поскольку задача является одноэлектронной.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ электрон локализован в состоянии $|1\rangle_{n_1}$, являющемся основным для КТ с номером n_1 . Из-за слабого перекрытия волновых функций основных состояний соседних КТ время жизни электрона в состоянии $|1\rangle_{n_1}$ в отсутствие внешнего воздействия очень велико (экспоненциально по высоте и ширине барьера между КТ).

Будем считать, что это время много больше всех других характерных времен задачи, то есть практически бесконечно. Мы хотим осуществить селективный перенос электрона в состояние $|1\rangle_{n_2}$, являющееся основным для КТ с номером n_2 , то есть изменить область локализации электрона в системе КТ.

Приложим к каждой из двух выделенных нами КТ одинаковые локальные электростатические потенциалы, в результате чего изменятся энергии основных и возбужденных состояний электрона в этих КТ ($\varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_1 + \tilde{U}$, $\varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_2 + U$) и гамильтониан примет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \tilde{U}(\hat{a}_{1,n_1}^+ \hat{a}_{1,n_1} + \hat{a}_{1,n_2}^+ \hat{a}_{1,n_2}) + U(\hat{a}_{2,n_1}^+ \hat{a}_{2,n_1} + \hat{a}_{2,n_2}^+ \hat{a}_{2,n_2}), \quad (5.19)$$

где мы для простоты пренебрегаем изменением матричных элементов V туннелирования электрона из КТ с номерами n_1 и n_2 в соседние с ними КТ. Это оправдано, если локальные потенциалы малы, то есть $|U| \ll V$. В дальнейшем будем для определенности считать $\tilde{U} < 0$ и $U < 0$ (в общем случае $\tilde{U} \neq U$, хотя порядок этих величин одинаков). Переходя для диагонализации этого гамильтониана к операторам $\hat{a}_k^+ = \sum_{n=1}^N C_{k,n} \hat{a}_{2,n}^+$ ($k = 1; \dots; N$), получим

$$\hat{H} = \varepsilon_1 \sum_{n=1}^N \hat{a}_{1,n}^+ \hat{a}_{1,n} + \tilde{U}(\hat{a}_{1,n_1}^+ \hat{a}_{1,n_1} + \hat{a}_{1,n_2}^+ \hat{a}_{1,n_2}) + \sum_{k=1}^N E_k \hat{a}_k^+ \hat{a}_k, \quad (5.20)$$

где энергии E_k возбужденных делокализованных уровней и коэффициенты $C_{k,n}$ определяются системой уравнений

$$E_k C_{k,n} = \varepsilon_1 C_{k,n} - V(C_{k,n-1} + C_{k,n+1}) + U C_{k,n} (\delta_{nn_1} + \delta_{nn_2}), \quad k = 1; \dots; N, \quad (5.21)$$

причем $C_{k,N+1} = C_{k,1}$. Коэффициенты $C_{k,n}$ представляют собой амплитуды вероятности обнаружить электрон, занимающий k -й стационарный делокализованный уровень, в возбужденном состоянии $|2\rangle_n$, центрированном в КТ с номером n . Они удовлетворяют условию

нормировки $\sum_{n=1}^N |C_{k,n}|^2 = 1$ при любом $k = 1; \dots; N$.

Разлагая $C_{k,n}$ в ряд Фурье, $C_{k,n} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N C_{k,m} \exp\left(i \frac{2\pi mn}{N}\right)$, получим из (5.21) следующие

соотношения между C_{k,n_1} и C_{k,n_2} :

$$C_{k,n_1} = A_k C_{k,n_1} + B_k C_{k,n_2}, \quad C_{k,n_2} = B_k^* C_{k,n_1} + A_k C_{k,n_2}, \quad (5.22)$$

где

$$A_k = -\frac{U}{N} \sum_{m=1}^N \frac{1}{E_k - \varepsilon_2 + 2V \cos\left(\frac{2\pi m}{N}\right)}, \quad B_k = -\frac{U}{N} \sum_{m=1}^N \frac{\exp\left(\frac{i2\pi(n_1 - n_2)m}{N}\right)}{E_k - \varepsilon_2 + 2V \cos\left(\frac{2\pi m}{N}\right)}. \quad (5.23)$$

Из (5.22) и (5.23) следует, что $|C_{k,n_1}| = |C_{k,n_2}|$ для *любого* уровня k из подзоны возбужденных делокализованных состояний. Это соотношение между C_{k,n_1} и C_{k,n_2} важно для дальнейшего рассмотрения. Заметим, что поскольку коэффициенты C_{k,n_1} и C_{k,n_2} можно выбрать действительными, то $C_{k,n_1} = \pm C_{k,n_2}$.

Пододействуем теперь на систему КТ переменным электрическим полем с напряженностью $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t)$, где частота ω близка к разности между энергией E_{tr} одного из уровней $|tr\rangle$ подзоны возбужденных состояний (который мы будем далее называть *транспортным уровнем*) и энергиями $\varepsilon_1 + \tilde{U}$ основных состояний электрона в КТ с номерами n_1 и n_2 (здесь и далее постоянная Планка $\hbar = 1$). В резонансном приближении гамильтониан имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{H}(t) &= \sum_{n=1}^N \left(\varepsilon_1 + \tilde{U}(\delta_{nn_1} + \delta_{nn_2}) \right) \hat{a}_{1,n}^+ \hat{a}_{1,n} + E_{tr} \hat{a}_{tr}^+ \hat{a}_{tr} - (e/m^*c) \mathbf{A}(t) \sum_{n=1}^N \left(\mathbf{p}_n \hat{a}_{tr}^+ \hat{a}_{1,n} + h.c. \right) = \\ &= \sum_{n=1}^N \left(\varepsilon_1 + \tilde{U}(\delta_{nn_1} + \delta_{nn_2}) \right) \hat{a}_{1,n}^+ \hat{a}_{1,n} + E_{tr} \hat{a}_{tr}^+ \hat{a}_{tr} - \left\{ \frac{1}{2} \exp(-i\Omega t) \sum_{n=1}^N \lambda_n \hat{a}_{tr}^+ \hat{a}_{1,n} + h.c. \right\}, \end{aligned} \quad (5.24)$$

где $\mathbf{p}_n = \langle tr | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n$ – матричные элементы оператора импульса; $\mathbf{A}(t)$ – вектор-потенциал (мы используем лоренцевскую калибровку с нулевым скалярным потенциалом и пренебрегаем слагаемым, квадратичным по вектор-потенциалу), m^* – эффективная масса электрона. В (5.24) мы ввели обозначение $\lambda_n = -(ie/m^*\omega) \mathbf{E}_0 \mathbf{p}_n$, используя известную связь между вектор-потенциалом и напряженностью электрического поля с частотой ω и амплитудой $\mathbf{E}_0$.

Укажем соотношение между величинами λ_n и коэффициентами $C_{tr,n}$ в разложении делокализованного транспортного состояния $|tr\rangle = \sum_{n=1}^N C_{tr,n} |2\rangle_n$ по состояниям $|2\rangle_n$. Из определений λ_n и $\mathbf{p}_n$ имеем

$$\lambda_n = -(ie / m^* \omega) \mathbf{E}_0 \sum_{n'}^N C_{tr,n'}^* \langle 2 | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n. \quad (5.25)$$

В силу того, что волновые функции $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$ возбужденных состояний КТ центрированы в окрестности соответствующих КТ, а волновые функции $\langle \mathbf{r} | 1 \rangle_n$ основных состояний сильно локализованы в КТ, можно считать ${}_{n'} \langle 2 | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n = {}_n \langle 2 | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n \delta_{nn'}$, поэтому из (5.25) получим $\lambda_n = \lambda C_{tr,n}$, где $\lambda = -(ie / m^* \Omega) \mathbf{E}_0 \mathbf{p}$ и $\mathbf{p} = {}_n \langle 2 | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n$.

Следует отметить, что $\mathbf{p} \neq 0$ (то есть $\lambda \neq 0$) лишь при определенном соотношении между симметриями волновых функций $\langle \mathbf{r} | 1 \rangle_n$ и $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$. Например, $\mathbf{p} = 0$, если обе эти функции имеют s-симметрию, тогда как $\mathbf{p} \neq 0$, если одна из них имеет s-симметрию, а другая – p-симметрию. Кроме того, для того чтобы величина λ не зависела от n (это нужно для выполнения условия $|\lambda_{n_1}| = |\lambda_{n_2}|$, которое вытекает из полученного выше равенства $|C_{tr,n_1}| = |C_{tr,n_2}|$ и, как мы впоследствии покажем, требуется для увеличения вероятности селективного переноса электрона между КТ), необходимо, чтобы вектор $\mathbf{p}$ (а не только его модуль) не зависел от n . Так будет, если, например, функции $\langle \mathbf{r} | 1 \rangle_n$ имеют s-симметрию, а функции $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$ – p-симметрию, где ось z направлена перпендикулярно плоскости, в которой находится кольцо из КТ, см. Рис. 1 (естественно, что при такой симметрии функций $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$ для выполнения условия $\lambda \neq 0$ необходимо, чтобы вектор $\mathbf{E}_0$ имел ненулевую компоненту вдоль оси z).

В резонансном приближении эволюция вектора состояния электрона

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=1}^N B_n(t) \exp \left[-i \left(\varepsilon_1 + \tilde{U}(\delta_{nn_1} + \delta_{nn_2}) \right) t \right] |1\rangle_n + B_{tr}(t) \exp(-iE_{tr}t) |tr\rangle \quad (5.26)$$

во времени описывается нестационарным уравнением Шредингера

$$i \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}(t) |\Psi(t)\rangle \quad (5.27)$$

с гамильтонианом (5.24). Согласно сказанному выше, начальные условия имеют вид $B_n(0) = \delta_{nn_1}$, $B_{tr}(0) = 0$. Наша задача заключается в том, чтобы вычислить $B_n(t)$, $B_{tr}(t)$ как

функции t и тем самым найти $|\Psi(t)\rangle$. При этом величины $p_n(t) = |B_n(t)|^2$ представляют собой вероятности обнаружить электрон в основном состоянии КТ с номером n в момент времени t .

В качестве транспортного уровня $|tr\rangle$ мы выбираем нижний уровень подзоны возбужденных состояний. Такой выбор обусловлен следующими соображениями. Во-первых, поскольку энергии ε_2 возбужденных состояний КТ близки к краю потенциального барьера, то часть верхних уровней подзоны может принадлежать непрерывному спектру, тогда как энергия нижнего уровня подзоны становится меньше ε_2 , то есть соответствующая волновая функция остается локализованной в системе КТ (хотя и делокализованной между разными КТ – в отличие от волновых функций основных состояний КТ). Во-вторых, нижний уровень подзоны при $U = 0$ невырожден для любых N и остается таковым при $U \neq 0$, тогда как возбужденные уровни подзоны при $U = 0$ разбиваются на пары вырожденных уровней (исключение составляет верхний уровень, но лишь для четных N). При $U \neq 0$ вырождение снимается, см. рис. 5.21, но расстояние между уровнями в образовавшихся дублетах мало, поэтому выбор любого, кроме нижнего, уровня в качестве транспортного затрудняет настройку лазерного импульса в резонанс с этим уровнем.

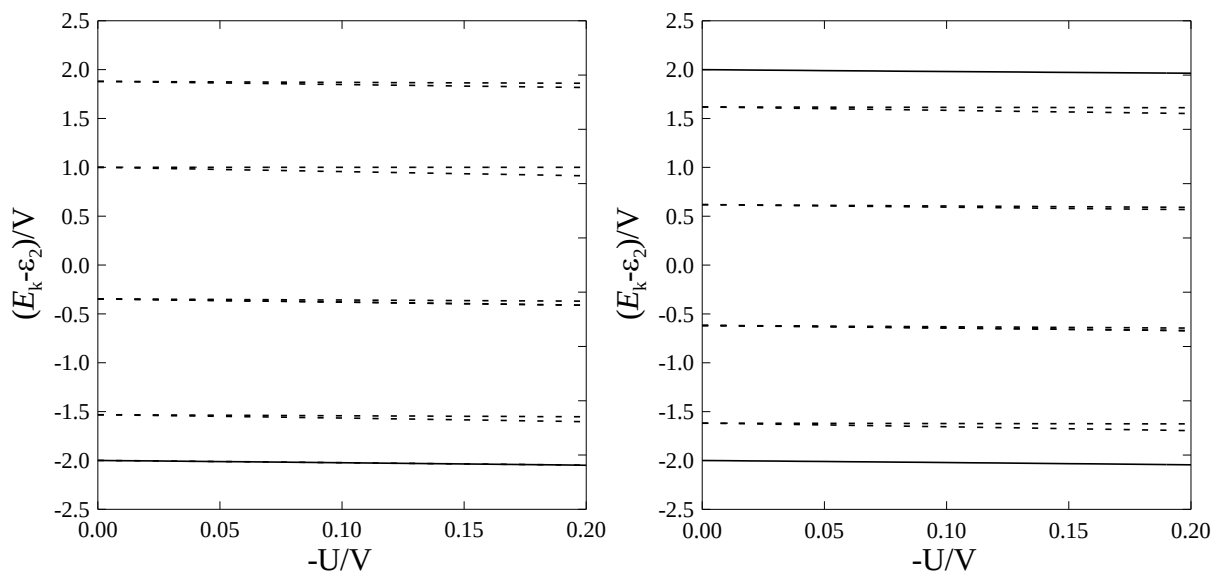


Рис. 5.21. Типичные зависимости энергий E_k уровней подзоны делокализованных состояний в системе из N квантовых точек от добавки U к энергиям ε_2 возбужденных уровней двух квантовых точек с номерами n_1 и n_2 . Все энергии даны в единицах матричного элемента V туннелирования электрона между возбужденными уровнями двух соседних квантовых точек. а) $N = 9$, $n_1 = 1$, $n_2 = 4$; б) $N = 10$, $n_1 = 1$, $n_2 = 5$. Сплошные и пунктирные линии отвечают невырожденным и вырожденным при $U = 0$ состояниям, соответственно.

5.3.3. Квантовая динамика электрона в замкнутой цепочке (кольце) КТ

Определим резонансную частоту и отстройку от резонанса как $\omega_r = E_{tr} - (\varepsilon_1 + \tilde{U})$ и $\delta = \omega - \omega_r$ соответственно. Из (7), (9), (10) получим систему дифференциальных уравнений для определения коэффициентов $B_n(t)$ и $B_{tr}(t)$:

$$\begin{aligned}\dot{B}_n(t) &= i \frac{1}{2} \lambda_n^* B_{tr}(t) \exp \left[i \left(\delta - \tilde{U} (1 - \delta_{nn_1} - \delta_{nn_2}) \right) t \right], \quad n = 1; \dots; N, \\ \dot{B}_{tr}(t) &= i \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \lambda_n B_n(t) \exp \left[-i \left(\delta - \tilde{U} (1 - \delta_{nn_1} - \delta_{nn_2}) \right) t \right],\end{aligned}\quad (5.28)$$

где точки над $B_n(t)$ и $B_{tr}(t)$ означают частные производные по времени, и мы учли, что состояния $|1\rangle_n$ и $|tr\rangle$ являются собственными состояниями стационарного уравнения Шредингера с собственными значениями $\varepsilon_1 + \tilde{U}(\delta_{nn_1} + \delta_{nn_2})$ и E_{tr} , соответственно.

Так как сдвиг $\tilde{U}$ энергетических уровней КТ при наличии на них локальных потенциалов имеет конечную величину, а отстройка δ от резонанса мала (в идеальном случае $\delta = 0$), то можно считать $|\delta| \ll |\tilde{U}|$. Кроме того, мы будем полагать $|\delta| \ll |\lambda|$ и $|\lambda| \ll |\tilde{U}|$, так что $|\delta| \ll |\lambda| \ll |\tilde{U}|$. Тогда, как следует из (5.28), характерное время $\sim 1/|\lambda|$ изменения коэффициентов $B_{n_1}(t)$, $B_{n_2}(t)$ и $B_{tr}(t)$, много больше времени $\sim 1/|\tilde{U}|$ изменения коэффициентов $B_n(t)$ с $n \neq n_1, n_2$. При этом $|B_{n \neq n_1, n_2}| \sim (|\lambda|/|\tilde{U}|) |B_{n=n_1, n_2}| \ll |B_{n=n_1, n_2}|$. Поэтому в (5.28) при суммировании по n достаточно ограничиться слагаемыми с $n = n_1$ и $n = n_2$ (более строгое условие применимости этого приближения будет получено ниже):

$$\begin{cases} \dot{B}_{n_1}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}^*}{2} B_{tr}(t) \cdot \exp(i\delta t), \\ \dot{B}_{n_2}(t) = i \frac{\lambda_{n_2}^*}{2} B_{tr}(t) \cdot \exp(i\delta t), \\ \dot{B}_{tr}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}}{2} B_{n_1}(t) \cdot \exp(-i\delta t) + i \frac{\lambda_{n_2}}{2} B_{n_2}(t) \cdot \exp(-i\delta t), \end{cases} \quad (5.29)$$

$$\dot{B}_{n \neq n_1, n_2}(t) = i \frac{\lambda_n^*}{2} B_{tr}(t) \cdot \exp(i(\delta - \tilde{U})t) \quad . \quad (5.30)$$

Таким образом, задача о динамике $(N+1)$ -уровневой квантовой системы сводится к задаче о динамике трехуровневой системы, поскольку в резонансных (или близких к ним) условиях действующими оказываются лишь состояния $|1\rangle_{n_1}$, $|1\rangle_{n_2}$ и $|tr\rangle$. Приведенные в Главе 3 формулы для вероятностей $p_n(t)$ нахождения электрона на каждом из трех указанных уровней могут быть непосредственно использованы и для рассматриваемой здесь задачи. При этом оказывается, что при $\delta = 0$ вероятность переноса электрона между КТ

$$p_{n_2}(t) = \left(\frac{2|\lambda_{n_1}| \cdot |\lambda_{n_2}|}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2} \right)^2 \sin^4(\Omega_R t), \quad (5.31)$$

где $\Omega_R = \sqrt{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2} / 4$, то есть селективный перенос электрона между КТ имеет место за время $T = \pi / 2\Omega_R$, если $|\lambda_{n_1}| = |\lambda_{n_2}|$. Отличия δ от нуля и $|\lambda_{n_1}|$ от $|\lambda_{n_2}|$ приводят к уменьшению $p_{n_2}(t)$ на величину $\left[\left(|\lambda_{n_1}| - |\lambda_{n_2}| \right)^2 + (\pi^2 / 8) \delta^2 \right] / |\lambda_{n_1}|^2$.

В настоящей работе мы учитываем также возможность (обусловленного технологическими причинами) различия локальных потенциалов на двух выделенных КТ (или, что то же самое, - небольшого различия формы и размеров КТ, которое приводит к различию их энергетических уровней и волновых функций). Мы полагаем, что $U_{n_1} \neq U_{n_2}$ и $\tilde{U}_{n_1} \neq \tilde{U}_{n_2}$, вследствие чего уравнения (5.29) и (5.30) принимают вид:

$$\begin{cases} \dot{B}_{n_1}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}^*}{2} B_{tr}(t) \cdot \exp(i\delta t), \\ \dot{B}_{n_2}(t) = i \frac{\lambda_{n_2}^*}{2} B_{tr}(t) \cdot \exp(i(\delta - \Delta\varepsilon)t), \\ \dot{B}_{tr}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}}{2} B_{n_1}(t) \cdot \exp(-i\delta t) + i \frac{\lambda_{n_2}}{2} B_{n_2}(t) \cdot \exp(-i(\delta - \Delta\varepsilon)t), \end{cases} \quad (5.32)$$

$$\dot{B}_{n \neq n_1, n_2}(t) = i \frac{\lambda_n^*}{2} B_{tr}(t) \cdot \exp(i(\delta - \tilde{U}_{n_1})t), \quad (5.33)$$

где теперь $\omega_r = E_{tr} - (\varepsilon_1 + \tilde{U}_{n_1})$ и мы ввели обозначение $\Delta\varepsilon = \tilde{U}_{n_1} - \tilde{U}_{n_2}$ для разности энергий нижних уровней КТ с номерами n_1 и n_2 .

Переходя от $B_{n_1}(t)$, $B_{n_2}(t)$ и $B_{tr}(t)$ к величинам $\tilde{B}_{n_1}(t)$, $\tilde{B}_{n_2}(t)$ и $\tilde{B}_{tr}(t)$, определяемым посредством соотношений

$$\begin{cases} B_{n_1}(t) = \tilde{B}_{n_1}(t) \cdot \exp\left(i \frac{\Delta\varepsilon}{2} t\right), \\ B_{n_2}(t) = \tilde{B}_{n_2}(t) \cdot \exp\left(-i \frac{\Delta\varepsilon}{2} t\right), \\ B_{tr}(t) = \tilde{B}_{tr}(t) \cdot \exp\left(-i \left(\delta - \frac{\Delta\varepsilon}{2}\right) t\right), \end{cases} \quad (5.34)$$

получим из (5.32):

$$\begin{cases} \dot{\tilde{B}}_{n_1}(t) + i \frac{\Delta\varepsilon}{2} \tilde{B}_{n_1}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}^*}{2} \tilde{B}_{tr}(t), \\ \dot{\tilde{B}}_{n_2}(t) - i \frac{\Delta\varepsilon}{2} \tilde{B}_{n_2}(t) = i \frac{\lambda_{n_2}^*}{2} \tilde{B}_{tr}(t), \\ \dot{\tilde{B}}_{tr}(t) - i \left(\delta - \Delta\varepsilon/2\right) \tilde{B}_{tr}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}}{2} \tilde{B}_{n_1}(t) + i \frac{\lambda_{n_2}}{2} \tilde{B}_{n_2}(t). \end{cases} \quad (5.35)$$

Выражая $\tilde{B}_{n_1}(t)$ через $\tilde{B}_{n_2}(t)$, $\tilde{B}_{tr}(t)$ и $\dot{\tilde{B}}_{tr}(t)$, а $\tilde{B}_{tr}(t)$ – через $\tilde{B}_{n_2}(t)$ и $\dot{\tilde{B}}_{n_2}(t)$ из третьего и второго уравнения системы (5.35), соответственно, и подставляя получающиеся выражения в первое уравнение этой системы, получим уравнение для $\tilde{B}_{n_2}(t)$:

$$\begin{aligned} & \ddot{\tilde{B}}_{n_2}(t) - i \left(\delta - \Delta\varepsilon/2\right) \ddot{\tilde{B}}_{n_2}(t) + \left[\frac{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2}{4} + \left(\frac{\Delta\varepsilon}{2}\right)^2 \right] \dot{\tilde{B}}_{n_2}(t) - \\ & - \frac{\Delta\varepsilon}{2} \left[\frac{|\lambda_{n_1}|^2 - |\lambda_{n_2}|^2}{4} + \frac{(\delta - \Delta\varepsilon/2)\Delta\varepsilon}{2} \right] \tilde{B}_{n_2}(t) = 0. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Учитывая, что $B_{n_1}(0) = 1$, $B_{n_2}(0) = B_{tr}(0) = 0$, из (5.34) и (5.35) найдем начальные условия:

$$\tilde{B}_{n_2}(0) = \dot{\tilde{B}}_{n_2}(0) = 0, \quad \ddot{\tilde{B}}_{n_2}(0) = -\lambda_{n_1} \lambda_{n_2}^* / 4.$$

Уравнение (5.36) допускает точное решение. Оно, однако, очень громоздко, поскольку включает в себя корни алгебраического уравнения третьей степени. Поэтому мы приводим решение для наиболее интересного случая $|\delta|/|\lambda|$, $|\Delta\varepsilon|/|\lambda|$, $|\Delta\lambda|/|\lambda| \ll 1$ с точностью до квадратичных по этим малым параметрам слагаемых включительно (здесь $\Delta\lambda = |\lambda_{n_1}| - |\lambda_{n_2}|$):

$$B_{n_2}(t) = -\frac{\lambda_{n_1}\lambda_{n_2}^*}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2 + (\Delta\varepsilon)^2} \exp\left(-i\frac{\Delta\varepsilon|\lambda_{n_2}|^2}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2}t\right) \times \\ \times \left\{1 - \left[\cos(2\Omega_R t) - i\frac{\tilde{\delta}}{4\Omega_R}\sin(2\Omega_R t)\right] \exp\left(i\frac{\tilde{\delta}t}{2}\right)\right\}, \quad (5.37)$$

где $\tilde{\delta} = \delta - \frac{\Delta\varepsilon}{2} + \frac{3}{2}\Delta\varepsilon\frac{|\lambda_{n_2}|^2 - |\lambda_{n_1}|^2}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2}$, $\Omega_R = \frac{1}{4}\sqrt{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2 + \tilde{\delta}^2 + (\Delta\varepsilon)^2}$. Для вероятности перехода электрона между КТ получим:

$$p_{n_2}(t) = |B_{n_2}(t)|^2 = \left(\frac{2|\lambda_{n_1}||\lambda_{n_2}|}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2}\right)^2 \times \\ \times \left(\sin^4(\Omega_R t) + \sin^2\left(\frac{\tilde{\delta}t}{4}\right)\cos(2\Omega_R t) + \frac{\tilde{\delta}^2}{64\Omega_R^2}\sin^2(2\Omega_R t) - \frac{\tilde{\delta}}{8\Omega_R}\sin\left(\frac{\tilde{\delta}t}{2}\right)\sin(2\Omega_R t)\right). \quad (5.38)$$

При $\Delta\varepsilon = 0$ это выражение совпадает с полученным нами ранее в Главе 3 для наноструктуры из двух КТ. Его анализ показывает, что при $|\delta|/|\lambda|$, $|\Delta\varepsilon|/|\lambda|$, $|\Delta\lambda|/|\lambda| \ll 1$ максимальное значение

$$p_{n_2}^{\max} \approx 1 - \left[(\Delta\lambda)^2 + (\Delta\varepsilon)^2 + (\pi^2/8)(\delta - \Delta\varepsilon/2)^2\right]/|\lambda|^2 \quad (5.39)$$

достигается при $T = \pi/2\Omega_R$, как и в случае $\Delta\varepsilon = 0$.

Если в начальный момент времени амплитуды вероятности нахождения электрона в КТ с номерами n_1 и n_2 имеют произвольные значения $B_{n_1}(0) = \alpha$ и $B_{n_2}(0) = \beta$ (но такие, что $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, то есть $B_{n \neq n_1, n_2}(0) = B_{tr}(0) = 0$), то для "идеальной структуры" ($\Delta\varepsilon = \Delta\lambda = 0$) и при строгом резонансе ($\delta = 0$) получим $B_{n_1}(T) = -\beta$ и $B_{n_2}(T) = -\alpha$. Таким образом, если локализованные в разных КТ состояния электрона $|1\rangle_{n_1}$ и $|1\rangle_{n_2}$ рассматривать как булевы состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$, соответственно, так что их линейная комбинация представляет собой квантовый бит (кубит), то воздействие резонансного импульса длительностью T эквивалентно осуществлению унитарной квантовой операции NOT с одновременным изменением общей фазы кубита на π :

$$\hat{U}_{ideal}(T)|\Psi(0)\rangle = \hat{U}_{ideal}(T)\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = |\Psi(T)\rangle = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix} \exp(i\pi). \quad (5.40)$$

При ненулевых значениях параметров δ , $\Delta\varepsilon$, $\Delta\lambda$ точность выполнения (fidelity) этой операции $F = \left| \left\langle \hat{U}_{ideal}(T) \Psi(0) \left| \hat{U}(T) \Psi(0) \right. \right\rangle \right|^2 = \left| -\beta^* B_{n_1}(T) - \alpha^* B_{n_2}(T) \right|^2$ отличается от единицы в меру малости $|\delta|/|\lambda|$, $|\Delta\varepsilon|/|\lambda|$, $|\Delta\lambda|/|\lambda|$.

Обсудим теперь более детально условие применимости сделанного выше приближения, согласно которому в уравнении (5.28) для $B_{tr}(t)$ мы пренебрегли слагаемыми с $B_{n \neq n_1, n_2}(t)$. Подставляя выражение $B_{tr}(t) = i(\lambda_{n_1}/4\omega_R) \sin(2\omega_R t)$, получающееся из (5.35) при $\delta = \Delta\varepsilon = \Delta\lambda = 0$, в уравнение (5.33) и полагая $\tilde{U}_{n_1} = \tilde{U}_{n_2} = \tilde{U}$, найдем при $|\tilde{U}| \gg |\lambda|$ с учетом начальных условий $B_{n \neq n_1, n_2}(0) = 0$:

$$B_{n \neq n_1, n_2}(t) \approx -i \frac{\lambda_{n_1} \lambda_n^*}{8\Omega_R \tilde{U}} \sin(2\Omega_R t) \exp(-i\tilde{U}t). \quad (5.41)$$

Вспоминая, что $\lambda_n = \lambda C_{tr,n}$, где $C_{tr,n}$ – коэффициенты в разложении делокализованного транспортного состояния $|tr\rangle$ по возбужденным состояниям $|2\rangle_n$ электрона в разных КТ и учитывая, что $|C_{tr,n_1}| \approx |C_{tr,n_2}|$ при $U_{n_1} \approx U_{n_2}$, получим:

$$|C_{tr,n_1}| \left| \frac{\tilde{U}}{\lambda} \right| \gg \sum_{n \neq n_1, n_2}^N |C_{tr,n}|^2. \quad (5.42)$$

При достаточно большом числе $N \gg 1$ квантовых точек в структуре и $|\tilde{U}| \ll V$ имеем

$|C_{tr,n_1}| \approx N^{-1/2}$ и $\sum_{n \neq n_1, n_2}^N |C_{tr,n}|^2 \approx 1$, поэтому условие (5.42) принимает вид

$$|\tilde{U}|/|\lambda| \gg N^{1/2}, \quad (5.43)$$

что накладывает жесткое ограничение на различие $\tilde{U}_{n_1}$ и $\tilde{U}_{n_2}$, обусловленное возможным различием размеров квантовых точек и/или приложенных к ним потенциалов. Действительно, для того чтобы вероятность селективного переноса электрона была близка к единице, необходимо, чтобы $|\Delta\varepsilon| = |\tilde{U}_{n_1} - \tilde{U}_{n_2}| \ll |\lambda|$, см. (5.39). Но тогда из (5.43) следует, что даже при $N \sim 10$ величины $\tilde{U}_{n_1}$ и $\tilde{U}_{n_2}$ должны совпадать с точностью $\sim 1\%$. Это, а также необходимость

выполнения условия $|\Delta\lambda|/|\lambda| \ll 1$, см. (5.39), говорит о том, что КТ должны быть практически идентичны.

На современном технологическом уровне представляется весьма проблематичным изготовить структуру из большого количества почти одинаковых КТ, расположенных друг относительно друга регулярным образом. В этой связи стоит упомянуть другую физическую структуру, в которой возможна реализация изученного в настоящей работе эффекта, а именно – систему донорных атомов фосфора в кремнии [10], [243]. Методика контролируемой имплантации атомов фосфора в кремний позволяет изготовить достаточно сложные конфигурации, в которых доноры фосфора, аналогично КТ, играют роль центров локализации электрона. Все "естественные" атомы, в отличие от "искусственных" (КТ), одинаковы, а влияние различий, обусловленных искажением матрицы при имплантации можно свести к минимум путем, например, надлежащего отжига. Если в системе из N донорных атомов $N-1$ ионизированы, то состояние оставшегося электрона описывается в рамках одночастичной модели, рассмотренной в настоящей работе.

Так как изменение электронных состояний под воздействием внешнего импульса происходит не в пустом пространстве, а в твердом теле, то неизбежные взаимодействия электрона с его окружением могут приводить к нарушению унитарной эволюции этих состояний. В частности, существенную роль играют процессы релаксации и дефазировки, обусловленные взаимодействием электрона с акустическими фононами. Это накладывает существенные ограничения на параметры структуры и материалов, используемых для ее изготовления.

Нам представляется, что предложенная схема селективного переноса электрона с использованием делокализованного между КТ "транспортного" уровня имеет преимущества перед обсуждавшейся в литературе [244] схемой последовательного перемещения электрона между соседними КТ, поскольку позволяет выполнить операцию "за один шаг".

5.4. Выводы к Главе 5

В данной Главе рассмотрены одноэлектронные модели а) квазилинейной и б) кольцевой наноструктур на основе туннельно-связанных КТ и изучен эффект селективного резонансного переноса электрона между двумя выбранными КТ под действием лазерного импульса. Помимо широкого интереса к фундаментальному вопросу о возможности надежного контроля над динамикой носителей заряда в низкоразмерных системах, эта задача имеет и прямое практическое применение – организацию непрямого взаимодействия в упорядоченных

массивах квантовых битов. Найдены зависимости амплитуд вероятностей нахождения электрона в основных состояниях этих КТ от времени, а также параметров структуры и импульса. Показано, что вероятность обнаружить систему в основном состоянии заданной КТ может быть близка к единице. Обсуждаются факторы, влияющие на ее уменьшение в реальной системе. Все полученные результаты в равной мере могут быть использованы для описания поведения электронов в системе донорных атомов фосфора в кремнии, а также в других системах подобного рода, в которых имеется большое количество регулярным образом расположенных центров локализации электрона (например, атомов на поверхности).

Для вспомогательной наноструктуры, содержащей один электрон в квантованной части зоны проводимости, приведено полное квантоводинамическое решение уравнения Шредингера. Резонансный монохроматический лазерный импульс контролирует эволюцию электрона таким образом, что тот, первоначально локализованный в одной из крайних ям, переходит в другую крайнюю яму в конце импульса. Успешное завершение такого процесса зависит от многих факторов. Как мы показали, максимальная вероятность электрона есть сложная квазипериодическая функция напряженности поля, числа ям в структуре и межъямного расстояния. Выбор одного из центральных уровней структуры в качестве транспортного обусловлен тем обстоятельством, что данное состояние обладает наибольшим матричным элементом оптического дипольного перехода и достаточно удалено от соседних состояний. Это обеспечивает высокую скорость и селективность электронного переноса. Мы показываем, что полный перенос электрона между состояниями, локализованными в крайних КЯ, через одно из возбужденных делокализованных состояний, может иметь место для дискретного набора времен при условии, что частота внешнего поля равна одной из резонансных частот структуры. Время переноса варьируется от нескольких десятков до нескольких сотен пикосекунд и зависит от параметров структуры и поля. Результаты могут быть использованы при разработке устройств, обрабатывающих квантовую информацию. Мы ожидаем, что использование рамановских схем управления [234], [241], [242], а также техники оптимально контроля [238] может повысить эффективность процесса переноса электрона в наноструктурах.

Что же касается непосредственного применения данной системы для обработки квантовой информации, то нами была изучена возможность масштабирования квантового регистра на основе одиночных КТ путем обусловленных транспозиций пробного заряда во вспомогательной структуре. Предложен алгоритм реализации операции «controlled-phase» на двух зарядовых кубитах. В отличие от схем, использующих прямое межкубитное взаимодействие, здесь механизм влияния кубитов друг на друга опосредован вспомогательной

системой – полупроводниковой наноструктурой, содержащей пробный электрон. Эволюция пробного электрона включает шесть оптических переносов между локализованными состояниями структуры и приводит к накоплению специфических фазовых множителей для каждого из четырех базисных состояний двух кубитов. Таким образом, в нашей схеме операции непосредственно с кубитами заменяются управлением состоянием вспомогательной структуры. Данная особенность позволяет распространить предлагаемую стратегию контроля состояний зарядовых кубитов на полномасштабный квантовый регистр. Дальнейшая ее оптимизация может состоять в поиске таких управляющих режимов и геометрии структуры, которые позволили бы увеличить как скорость, так и надежность выполнения нетривиальных двух- и многокубитных квантовых операций.

ГЛАВА 6. ПРОТОТИПЫ КВАНТОВЫХ РЕГИСТРОВ НА КТ

6.1. Непрямое взаимодействие в кластере из трех зарядовых ОКТ-кубитов

6.2.6 Структура кластера и селективность переходов

Все теоретические работы, изучающие возможность реализации полномасштабных квантовых вычислений, рассматривают поиск надежного механизма, который обеспечивал бы внешний контроль над межкубитными взаимодействиями в квантовом регистре, как очень важную и сложную проблему. Основная трудность при ее решении состоит в организации селективного взаимодействия между произвольными двумя (или более) кубитами без существенного возмущения состояний других кубитов. Одно из возможных решений подразумевает применение к квантовому регистру последовательности внешних импульсов, осуществляющих обмен (SWAP) состояниями двух соседних кубитов, с целью транспортировки состояния одного кубита вдоль регистра непосредственно к другому кубиту. Данная стратегия требует большого числа одно- и двухкубитных операций. Например, для выполнения вентиля CNOT над первым и десятым кубитами регистра потребуется около 500 вспомогательных квантовых операций [245]. В общем случае, при реализации некоторой нетривиальной двухкубитной операции число вспомогательных операций растет линейно с расстоянием между данными кубитами (разностью их порядковых номеров).

Другой способ базируется на опосредовании взаимодействия между кубитами при помощи некоторого вспомогательного ресурса (quantum bus), который может быть приведен во взаимодействие только с теми кубитами, над которыми осуществляются манипуляции. Данная стратегия была описана для моделей квантового компьютера на ионах в ловушках [245], на помещенных в электродинамический резонатор квантовых точках [9], а также на сверхпроводящих квантовых интерференционных приборах [246].

В данной главе мы разработали алгоритм, позволяющий реализовать двух- и трехкубитные операции в кластере из трех кубитов, представленных одиночными одноэлектронными полупроводниковыми квантовыми точками (т.н. зарядовый кубит). Вспомогательный ресурс представлен квантовой структурой из четырех квантовых точек (КТ), содержащей один (пробный) электрон. Энергетический спектр электрона в данной структуре зависит от орбитальных состояний кубитов, расположенных вблизи структуры, вследствие электростатического взаимодействия между электронами кубитов и пробным электроном. Следовательно, резонансные частоты переходов в структуре зависят от состояний кубитов. Существенно, что данные частоты, отвечающие различным состояниям трехкубитного кластера (всего восемь возможных базисных состояний), должны также отличаться друг от друга. В этом

случае внешний управляющий импульс будет индуцировать переходы в структуре, если его частота равна частоте перехода для одной из восьми зарядовых конфигураций кластера. В частности, импульс может переводить пробный электрон из основного состояния в возбужденное и наоборот за определенные промежутки времени. Как будет показано, данный процесс приводит к фазовому сдвигу одного из восьми трехкубитных базисных состояний. Это, в свою очередь, дает возможность реализовать произвольную квантовую операцию в логическом подпространстве трех кубитов.

6.1.2. Однокубитные операции на одноэлектронной ОКТ

В отличие от обычного представления логических состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ зарядового кубита посредством низколежащих орбитальных состояний двойной КТ [17], [18], [29], [22] – [24], [231], [247], мы используем возбужденные орбитальные p_x и p_y состояния (далее - $|x\rangle$ и $|y\rangle$ состояния) одиночной двумерной КТ для кодировки квантовой информации, а ее основное состояние $|g\rangle$ будет играть роль вспомогательного состояния. Внешнее электромагнитное поле в виде двух резонансных лазерных импульсов, каждый из которых поляризован вдоль одной из осей x и y , $\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x \cos(\omega_x t) + E_y \mathbf{e}_y \cos(\omega_y t)$, вызывает электронные переходы между логическими и вспомогательным состояниями данной КТ (рис. 6.1).

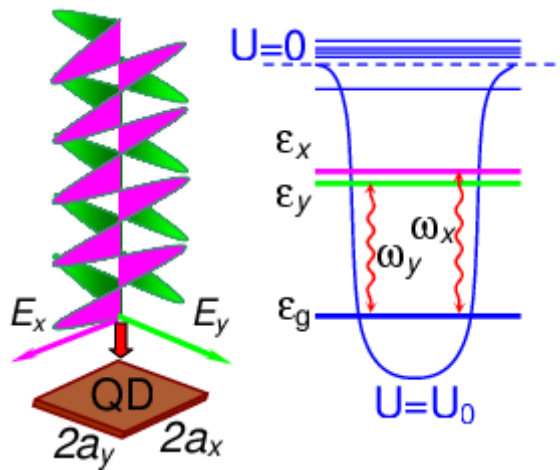


Рис. 6.1. Контроль состояния квантовой точки (зарядового кубита) при помощи двух резонансных лазерных импульсов (слева) и схема оптических переходов между логическими и вспомогательными состояниями точки (справа).

Мы предполагаем, что частоты импульсов ω_x и ω_y равны резонансным частотам переходов $|g\rangle \leftrightarrow |x\rangle$ и $|g\rangle \leftrightarrow |y\rangle$, то есть $\omega_x = (\varepsilon_x - \varepsilon_g)/\hbar$ и $\omega_y = (\varepsilon_y - \varepsilon_g)/\hbar$, где $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ и ε_g - энергии состояний КТ, а $\hbar$ - постоянная Планка.

Резонансная одноэлектронная динамика может быть аккуратно описана в рамках трехуровневого приближения и приближения вращающейся волны системой уравнений

$$i\partial_t \begin{pmatrix} c_g \\ c_x \\ c_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_x & \lambda_y \\ \lambda_x^* & 0 & 0 \\ \lambda_y^* & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_g \\ c_x \\ c_y \end{pmatrix}, \quad (6.1)$$

где c_x, c_y и c_g - амплитуды вероятности обнаружить электрон в соответствующем состоянии КТ, $\lambda_x = E_x d_x / 2\hbar$ и $\lambda_y = E_y d_y / 2\hbar$ - коэффициенты взаимодействия КТ и поля, а $d_x = \langle g | -ex | x \rangle$ и $d_y = \langle g | -ey | y \rangle$ - компоненты матричного элемента оператора дипольного момента вдоль осей x и y . Решение уравнения (6.1) с начальными условиями $c_g(0) = 0$, $c_x(0) = \alpha$ и $c_y(0) = \beta$ имеет вид

$$\begin{aligned} c_g(t) &= \frac{\alpha\lambda_x + \beta\lambda_y}{2i\Omega_R} \sin(\Omega_R t), \\ c_x(t) &= \frac{1}{\Omega_R^2} \left\{ \alpha \left[|\lambda_y|^2 + |\lambda_x|^2 \cos(\Omega_R t) \right] - 2\beta\lambda_x^* \lambda_y \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) \right\}, \\ c_y(t) &= \frac{1}{\Omega_R^2} \left\{ \beta \left[|\lambda_x|^2 + |\lambda_y|^2 \cos(\Omega_R t) \right] - 2\alpha\lambda_y^* \lambda_x \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (6.2)$$

где $\Omega_R = \sqrt{|\lambda_x|^2 + |\lambda_y|^2}$ - частота Раби.

В моменты времени $T_n = \pi n / \Omega_R$ (n – целое положительное число) имеем $c_g(T_n) = 0$, и электрон оказывается полностью локализованным в логическом подпространстве состояний КТ $\{|x\rangle, |y\rangle\} \equiv \{|0\rangle, |1\rangle\}$. Стробоскопическое поведение вектора состояния кубита $|\Psi(T_n)\rangle = U_n |\Psi(0)\rangle$ ($|\Psi(0)\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$) описывается матрицей эволюции U_n , которая для $n = 2m$ представляет собой единичную матрицу размером 2×2 , а для $n = 2m + 1$ дается выражением

$$U_{2m+1} = \frac{1}{1 + |\gamma|^2} \begin{pmatrix} |\gamma|^2 - 1 & -2\gamma \\ -2\gamma^* & 1 - |\gamma|^2 \end{pmatrix}, \quad (6.3)$$

где $\gamma = |\gamma| \exp(i\varphi) = \lambda_y / \lambda_x$. Используя параметризацию $\cos(\theta) = (|\gamma|^2 - 1) / (|\gamma|^2 + 1)$ и $\sin(\theta) = 2|\gamma| / (|\gamma|^2 + 1)$, можно представить уравнение (6.3) в виде

$$U_{2m+1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta)\exp(i\varphi) \\ -\sin(\theta)\exp(-i\varphi) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}, \quad (6.4)$$

или $U_{2m+1} = Z \cos(\theta) - X \exp(-iZ\varphi) \sin(\theta)$. Данная форма матрицы эволюции обеспечивает реализацию произвольного вращения вектора состояния кубита на сфере Блоха. В частности, операция инверсии X (NOT) достигается, если $\varphi = \pi, \theta = \pi/2, |\gamma| = 1$, фазовый сдвиг на угол π или операция Z подразумевает, что $\theta = 0, |\gamma|^{-1} = 0$, а для операции Адамара H требуется обеспечить выбор параметров $\varphi = \pi, \theta = \pi/4, |\gamma| = \sqrt{2} \pm 1$ (во всех случаях здесь $T_{2m+1} = (2m+1)\pi / |\lambda_x| \sqrt{1 + |\gamma|^2}$).

Координатная зависимость потенциальной энергии электрона в двумерной КТ хорошо аппроксимируется экспоненциально-степенной функцией вида $U(x, y) = U_0 \exp\left[-(x/a_x)^{2p} - (y/a_y)^{2p}\right]$. Здесь U_0 - глубина потенциальной ямы, $a_{x(y)}$ - характерная длина локализации электрона вдоль направления $x(y)$, а p - параметр, определяющий гладкость потенциала $U(x, y)$ [16]. На рис. 6.2 приведены контурные графики пространственного распределения электронной плотности в логических и вспомогательном состояниях.

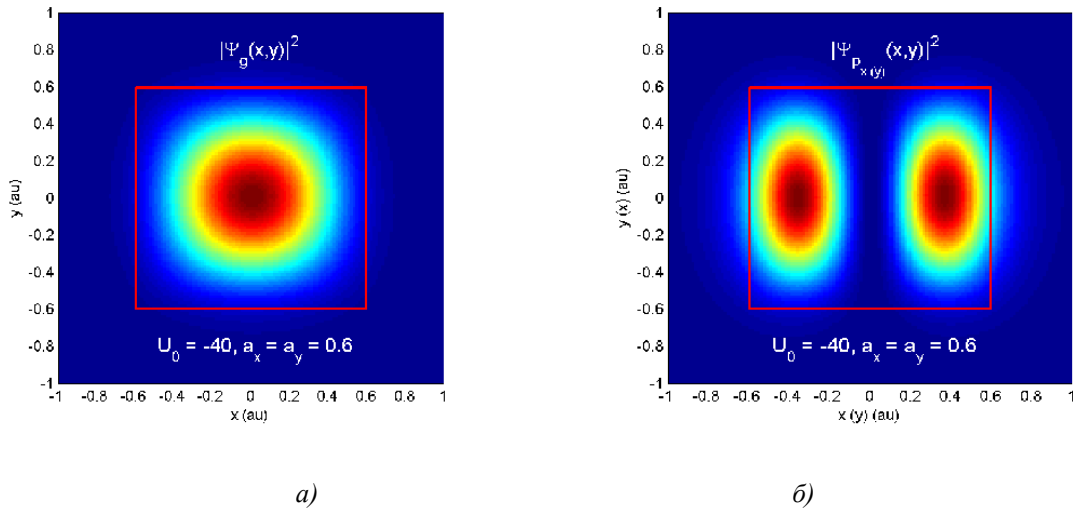


Рис. 6.2. Электронная плотность (в произвольных единицах) вспомогательного (а) и логических (б) состояний КТ. Красная линия обозначает эффективную границу потенциала, параметры которого указаны.

Мы будем работать в системе эффективных атомных единиц, полагая 1 ат.ед. = $Ry^* = m^* Ry / m_e \varepsilon^2$ для энергии, 1 ат.ед. = $a_B^* = a_B m_e \varepsilon / m^*$ для длины, и 1 ат.ед. = $\hbar / Ry^*$, где Ry - энергия Ридберга, a_B - радиус Бора, m_e - масса свободного электрона, m^* - эффективная масса

электрона, ε - диэлектрическая проницаемость полупроводника. (Для арсенида галлия GaAs имеем $Ry^* = 6$ мэВ и $a_B^* = 10$ нм.) Энергии ε_n низколежащих одноэлектронных уровней, а также абсолютные величины матричных элементов оператора дипольного момента $d_{x0,n} = \langle 0 | -x | n \rangle$ и $d_{y0,n} = \langle 0 | -y | n \rangle$, приведены на рисунках 6.3(а) и 6.3(б), соответственно, как функции глубины потенциала U_0 квантовой точки с параметрами $a_x = a_y = 0.6$ и $p = 5$.

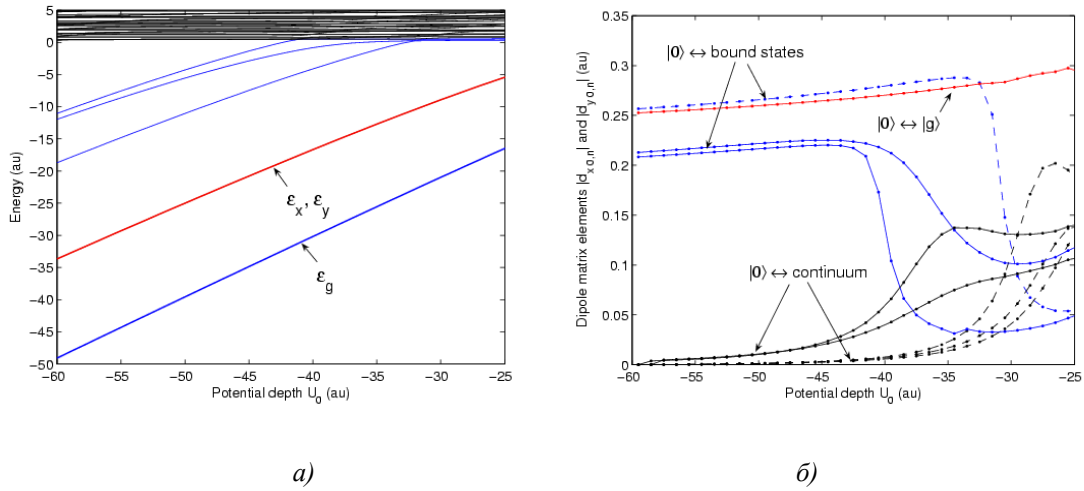


Рис. 6.3. (а) Собственные энергии ε_n потенциала КТ $U(x, y)$. Энергии ε_x и ε_y логических состояний кубита являются вырожденными вследствие симметрии потенциала. (б) абсолютные величины матричных элементов оператора дипольного момента $d_{x0,n}$ (сплошные линии) и $d_{y0,n}$ (пунктирные линии) для переходов между логическим состоянием $|0\rangle \equiv |x\rangle$ и состояниями $|n\rangle$.

Состояния с энергиями $\varepsilon_n > 0$ воспроизводят состояния (квази)континуума, делокализованные по всему вычислительному пространству (широкая двумерная прямоугольная яма с бесконечно высокими стенками) с характерным размером $L_{box} \gg a_{x(y)}$ (в нашем случае $L_{box} = 10$). Симметрия потенциала предполагает, что $d_{x0,n} = d_{y1,n}$ и $d_{x1,n} = d_{y0,n}$. Матричный элемент для перехода $|g\rangle \leftrightarrow |0(1)\rangle$ близок к соответствующей величине $32a_x/9\pi^2 = 0.216$ для квадратной КТ со стороной a_x и с бесконечно высокими стенками. Несколько дипольных матричных элементов для переходов между логическими состояниями и низколежащими состояниями квазиконтинуума также приведены.

В качестве примера элементарной однокубитной квантовой операции мы рассмотрим вращение Адамара (Hadamard) в базисе логических состояний $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ КТ: $|k\rangle \rightarrow 2^{-1/2} \sum_{l=0,1} (-1)^{kl} |l\rangle$ ($k = 0, 1$). Одноэлектронный вектор состояния КТ может быть представлен в виде разложения по

стационарным состояниям $|n\rangle$ потенциала $U(x, y)$ как $|\Psi(t)\rangle = \sum_n c_n e^{-i\varepsilon_n t/\hbar} |n\rangle$. Мы ограничимся суммированием по низколежащим состояниям спектра. Данное приближение (finite state approximation) дает очень хорошие результаты в случае, когда рассматривается резонансная динамика электрона в не слишком интенсивных полях (т.е. для которых $|\lambda_{x,y}| \ll \omega_{x,y}$). Амплитуды вероятности c_n находятся из решения системы уравнений

$$i\partial_t c_m = 2 \sum_n \left[\lambda_{xn,m} \cos(\omega_x t) + \eta \lambda_{yn,m} \cos(\omega_y t) \right] c_n \exp(-i\omega_{m,n} t), \quad (6.5)$$

где $\omega_{m,n} = (\varepsilon_n - \varepsilon_m)/\hbar$ - частота перехода между состояниями $|m\rangle$ и $|n\rangle$ КТ, $\lambda_{x(y)m,n} = \varepsilon_{field} d_{x(y)m,n}/2$ - соответствующий коэффициент взаимодействия, $\eta = E_y/E_x$, а $\varepsilon_{field} = ea_B^* E_0 / Ry^*$ - энергия поля (фактически, амплитуда поля в атомных единицах). Система уравнений (6.5) была решена численно для 40 состояний КТ. Параметры лазерного импульса, обеспечивающие реализацию вентилей Адамара, были взяты из вышеприведенного анализа трехуровневой схемы. Получив решение в виде вектора амплитуд вероятности $\mathbf{c}(t)$ для некоторого начального вектора $\mathbf{c}(0)$, где только компоненты, отвечающие логическим состояниям, отличны от нуля, мы вычисляем точность воспроизведения (fidelity) вентилей Адамара как $F = \left\langle \max_t |\mathbf{c}_{ideal}^T \mathbf{c}^*(t)|^2 \right\rangle$, где усреднение проводится по 100 случайно выбранным начальным состояниям. Здесь $\mathbf{c}_{ideal}$ - результат применения идеального вентилей Адамара к некоторому начальному состоянию. На рис. 6.4 приведены зависимости точности воспроизведения F и времени T_1 выполнения данной операции от глубины U_0 потенциала КТ для нескольких значений энергии поля ε_{field} . Численные результаты для T_1 хорошо согласуются с аналитическим решением для трехуровневой схемы, демонстрируя уменьшение времени операции с ростом амплитуды поля. Вместе с тем, точность воспроизведения оказывается довольно низкой ($F \leq 0.9$) в случае сильных полей. Данное уменьшение F обуславливается усилением с ростом ε_{field} нерезонансных переходов с участием других связанных состояний КТ и квазиконтинуума, в соответствии с результатами Главы 5. Кроме того, для $U_0 \geq -36$ частота лазерного импульса $\omega = \omega_x = \omega_y$ совпадает с частотами переходов между логическими состояниями и состояниями квазиконтинуума (см. рис. 6.3(a)). Это приводит к резкому падению точности воспроизведения для всех значений ε_{field} . Таким образом, предпочтительно выбирать значения U_0 из интервала $-50 < U_0 < -36$ ($-0.3 < U_0 < -0.2$ для арсенида галлия) и применять

лазерные импульсы с амплитудами $0.1 < \varepsilon_{field} < 0.2$ ($600 \text{ В/см} < E_{x,y} < 1200 \text{ В/см}$ для арсенида галлия). При соблюдении данных требований вращение Адамара выполняется с высокой точностью ($0.99 < F < 0.999$) за сравнительно короткий отрезок времени $50 < T_1 < 100$ ($5 \text{ пс} < T_1 < 10 \text{ пс}$ для арсенида галлия). Отметим, что численное моделирование одноэлектронной динамики подтверждает надежность трехуровневого приближения (6.2) для широкого диапазона структурных и полевых параметров.

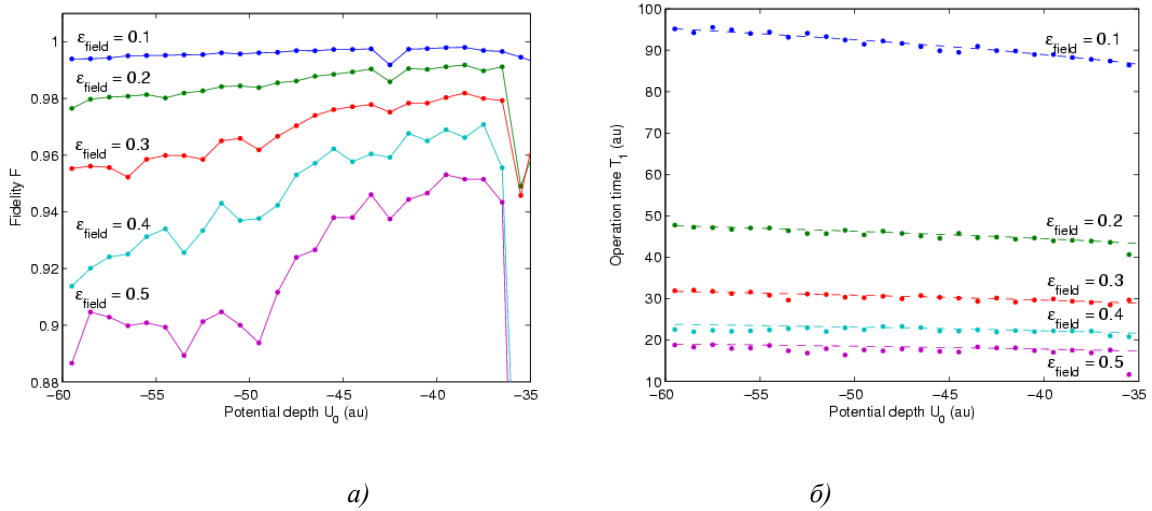


Рис. 6.4. а) Точность воспроизведения вентили Адамара и б) время выполнения T_1 данного вентили как функции U_0 и ε_{field} . Время $T_1 = \pi / |\lambda_x| \sqrt{1 + |\gamma|^2}$ ($\gamma = \sqrt{2} + 1$), полученное в трехуровневой модели, показано пунктирными линиями.

6.1.3. Трехкубитный кластер и вспомогательная структура

Роль кулоновских корреляций в моделях квантового регистра из зарядовых кубитов, представленных одноэлектронными КТ, как естественного механизма запутывания состояний кубитов, интенсивно обсуждалась в работах [17], [18], [29], [30]. Как было показано, электростатическое взаимодействие между электронами при определенных параметрах внешних управляющих полей и наноструктуры эффективно содействует выполнению некоторых нетривиальных условных квантовых операций таких как, например, CNOT. Требуемая условность обеспечивается за счет влияния контролирующего кубита на контролируемый кубит, которое проявляется в зависимости спектральных свойств контролируемого кубита от состояния контролирующего кубита. Однако в большинстве предлагаемых схем рассматриваются лишь операции с участием двух соседних зарядовых кубитов. При этом необходимо помнить, что другие кубиты регистра также влияют на состояние данной пары кубитов вследствие дальнодействующего характера электростатического взаимодействия (cross-talk problem). С другой стороны, состояние

контролируемого кубита должно зависеть только от состояния контролирующего кубита. Данная проблема может быть устранена за счет выбора расстояния между кубитами достаточно большим, чтобы можно было пренебречь влиянием соседних кубитов. Одновременно следует подбирать дизайн внешних полей так, чтобы они усиливали взаимодействие только между двумя данными кубитами. Описанная стратегия может быть применена только в тех схемах, которые используют прямое взаимодействие между соседними кубитами. Как мы уже упоминали, данный способ обработки квантовой информации является весьма неэффективным из-за большого числа вспомогательных операций типа SWAP.

Ниже мы покажем, как можно реализовать условные квантовые операции на зарядовых кубитах без использования прямого взаимодействия между кубитами. Принцип такого непрямого взаимодействия будет продемонстрирован на примере простой системы из трех зарядовых кубитов, подобных тем, которые были рассмотрены выше, и вспомогательной структуры, сформированной из четырех КТ (рис. 6.5).

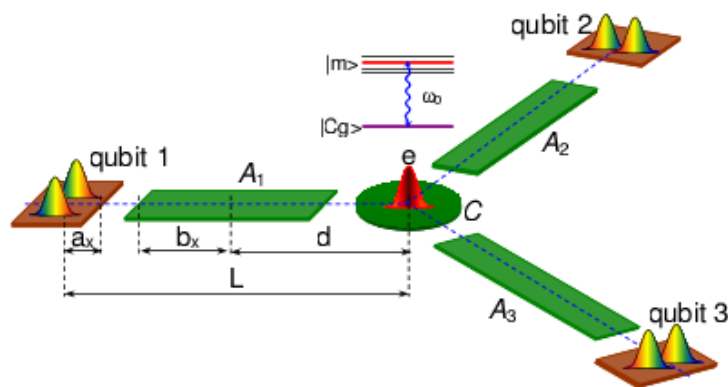


Рис. 6.5. Схема трехкубитного кластера и вспомогательной структуры. На вставке показан переход между основным $|Cg\rangle$ и сенсорным $|m\rangle$ состояниями структуры, который используется при реализации условных квантовых операций.

Квантовые точки A_1 , A_2 и A_3 идентичны друг другу и имеют форму, близкую к прямоугольной, а центральная точка C имеет форму диска. Угол между осями симметрии структуры составляет $2\pi/3$. Параметры изолированных КТ выбираются так, что КТ C содержит три связанных состояния – основное состояние $|Cg\rangle$ и два возбужденных вырожденных р-состояния $|Cx\rangle$ и $|Cy\rangle$, а каждая КТ A_k ($k = 1 - 3$) имеет два связанных состояния $|kg\rangle$ и $|kx\rangle$. Энергии возбужденных состояний КТ удовлетворяют условию резонанса $\varepsilon_{Cx} = \varepsilon_{Cy} = \varepsilon_{kx} \equiv \varepsilon_0$, которое обеспечивает сильную гибридизацию этих состояний вследствие электронного туннелирования. Мы предполагаем, что структура содержит один (пробный) электрон.

Энергии и структура гибридизированных состояний могут быть получены в рамках приближения сильной связи. Модельный гамильтониан имеет вид $H_{tb} = \varepsilon_0 \sum_i |i\rangle\langle i| + \sum_{i \neq j} (\tau_{i,j} |i\rangle\langle j| + h.c.)$, где $i, j = Cx, Cy, 1x, 2x, 3x$ и отличные от нуля матричные элементы равны $\tau_{1x, Cx} = \tau_0$, $\tau_{2x, Cx} = \tau_{3x, Cx} = -\tau_0 \cos(\pi/3)$, $\tau_{2x, Cy} = -\tau_{3x, Cy} = \tau_0 \sin(\pi/3)$, как показано на рис. 6.6.

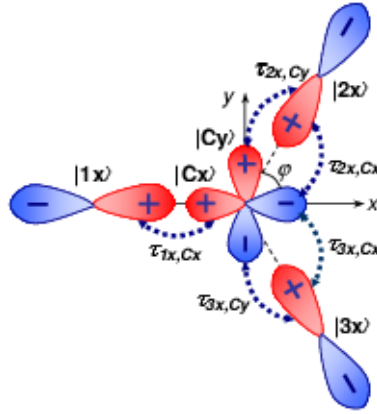


Рис. 6.6. Схема, иллюстрирующая гибридизацию р-состояний структуры в модели сильной связи. Положительные (отрицательные) значения волновых функций изолированных КТ отмечены знаком + (-).

Данный гамильтониан имеет одно невырожденное собственное значение ε_0 и два двукратно вырожденных собственных значения $\varepsilon_- = \varepsilon_0 - \tau_0 \sqrt{3/2}$ и $\varepsilon_+ = \varepsilon_0 + \tau_0 \sqrt{3/2}$. Соответствующие им собственные вектора есть $|\Psi_0\rangle = (|1x\rangle + |2x\rangle + |3x\rangle)/\sqrt{3}$, $|\Psi_{\pm, x}\rangle = \pm(1/\sqrt{2})|Cx\rangle + (1/\sqrt{3})|1x\rangle - (1/\sqrt{12})(|2x\rangle + |3x\rangle)$ и $|\Psi_{\pm, y}\rangle = \mp(1/\sqrt{2})|Cy\rangle - (1/2)(|2x\rangle - |3x\rangle)$, причем в последних двух выражениях верхний (нижний) знак отвечает энергии $\varepsilon_{+(-)}$. Кроме того, в структуре присутствует и слабое нерезонансное туннелирование между основными s-состояниями $|1g\rangle$, $|2g\rangle$ и $|3g\rangle$, локализованными в КТ A_1 , A_2 и A_3 , которое также приводит к гибридизации этих состояний. В этом случае, невырожденное собственное значение $\varepsilon'_0 = \varepsilon_{1g} + 2\tau'_0$ соответствует равновзвешенной суперпозиции состояний $|\Psi'_0\rangle = (|1g\rangle + |2g\rangle + |3g\rangle)/\sqrt{3}$, а двукратно вырожденное собственное значение $\varepsilon'_- = \varepsilon_{1g} - \tau'_0$ - состояниям $|\Psi'_1\rangle = (|1g\rangle - |2g\rangle)/\sqrt{2}$ и $|\Psi'_2\rangle = (|1g\rangle - |3g\rangle)/\sqrt{2}$. Ниже мы увидим, что $\tau'_0 \ll \tau_0$.

Заметим, что оси структуры могут быть выбраны одним из трех эквивалентных способов вследствие ее симметрии относительно поворота на углы $\pm 2\pi/3$ вокруг центра КТ С. Ниже мы устраняем эту неопределенность, фиксируя ось x вдоль прямой, соединяющей центры КТ A_1 и

С. При этом мы изменяем глубину КТ A_1 на очень малую величину, чтобы нарушить симметрию. Поскольку реальные точки всегда будут различаться по своим геометрическим и спектральным характеристикам (например, из-за несовершенства технологии изготовления), данное допущение является обоснованным.

Потенциал структуры $U_{AS}(x, y)$ может быть представлен в виде суммы потенциалов изолированных КТ:

$$U_{AS}(x, y) = U_C(x, y) + \sum_{k=1}^3 U_{A,k}(x, y). \quad (6.6)$$

Мы вводим экспоненциально-степенные функции $U_C(x, y) = U_{C,0} \exp\left[-\left(\sqrt{x^2 + y^2}/c\right)^p\right]$ для потенциала КТ С и $U_{A,k}(x, y) = U_{A,0} \exp\left[-\left(\xi_k/b_x\right)^{2p} - \left(\zeta_k/b_y\right)^{2p}\right]$ для потенциалов КТ A_k ($k = 1 - 3$). Здесь $\xi_k = x \cos(\varphi_k) + y \sin(\varphi_k) + d_k$, $\zeta_k = -x \sin(\varphi_k) + y \cos(\varphi_k)$, $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = -\varphi_3 = \pi/3$, $d_1 = d$ и $d_2 = d_3 = -d$. Радиусы точек b_x , b_y и c , как и глубины их потенциалов $U_{A,0}$ и $U_{C,0}$ определяют спектральные свойства изолированных КТ, а расстояние d между центрами КТ С и A_k регулирует степень туннельного взаимодействия данных точек. Собственные энергии и состояния электрона в структуре с потенциалом (6.6) были найдены численно для параметров структуры $U_{C,0} = 21$, $U_{A,0} = -5.7$, $b_x = 1.75$, $b_y = 0.4$, $c = 0.6$, $d = 3.5$, $p = 5$. Как и ожидалось, мы получили девять связанных состояний. Основное состояние $|Cg\rangle$ с энергией $\varepsilon_{Cg} = -10.901$ локализовано в центральной точке С данной структуры; состояния $|\Psi'_1\rangle$ и $|\Psi'_2\rangle$ (вырожденные в модели сильной связи) имеют энергию $\varepsilon'_- = -1.811$, очень близкую к энергии $\varepsilon'_0 = -1.808$ состояния $|\Psi'_0\rangle$. Вычисление энергий гибридизированных состояний $|\Psi_{-,x(y)}\rangle$, $|\Psi_0\rangle$ и $|\Psi_{+,x(y)}\rangle$ дает $\varepsilon_- = -0.644$, $\varepsilon_0 = -0.443$ и $\varepsilon_+ = -0.129$, соответственно. Сравнение найденных энергий с энергиями, полученными с помощью модели сильной связи, дает следующие оценки для матричных элементов туннелирования: $\tau'_0 \approx 0.001$ и $\tau_0 \approx 0.3$. Отметим, что состояния $|\Psi_{+,x}\rangle$ и $|\Psi_{+,y}\rangle$ расположены выше по энергии, чем это предсказывает модель сильной связи. Это значит, что данное приближение в случае сильной гибридизации может быть применимо только для качественных оценок. Вместе с тем, оно дает корректные выражения для волновых функций и указывает на вырождение, если оно присутствует.

Пусть зарядовые кубиты q_1, q_2 и q_3 (идентичные друг другу одиночные КТ) расположены вблизи КТ A_1, A_2 и A_3 структуры, как показано на рис. 5. Расстояние между центрами каждого из кубитов и КТ С равно L , и потенциальный барьер, разделяющий кубиты и близлежащие КТ A_k структуры, имеет эффективную толщину $b = L - d - b_x - a_x$. Электроны кубитов создают дополнительный электростатический потенциал $V_q(x, y)$, который модифицирует структурный потенциал и, следовательно, спектр пробного электрона в структуре оказывается зависящим от состояния кубитов. Очевидно, что каждое из восьми базисных состояний $|n\rangle$ ($n = 0 - 7$) трехкубитного кластера оказывает специфическое влияние на одноэлектронный спектр структуры. Для конкретной зарядовой конфигурации кубитов $|n\rangle = |q_1, q_2, q_3\rangle$, где $n = q_1 2^0 + q_2 2^1 + q_3 2^2$ и $q_{k=1-3} = \{0, 1\}$, данный электростатический потенциал можно представить в виде суммы $V_q(x, y) = \sum_{k=1}^3 V_k(x, y)$. Компонента потенциала $V_k(x, y)$, характеризующая влияние электрона кубита q_k на пробный электрон, есть $V_k(x, y) = V_k(\mathbf{r}) = 2 \iint |\psi_k(\mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}' / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, где $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$ и волновая функция $\psi_k(\mathbf{r}')$ описывает одно из базисных состояний кубита q_k .

Полный гамильтониан системы «кластер кубитов + структура» может быть представлен в следующей форме:

$$H_{tot} = H_{cluster} + H_{AS}, \quad (6.7)$$

где гамильтониан кластера

$$H_{cluster} = \sum_{k=1}^3 H_{q,k} + H_{q-q}, \quad (6.8)$$

$H_{q,k} = -\Delta_k + U_k(x_k, y_k)$, $H_{q-q} = 2(1/|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| + 1/|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3| + 1/|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|)$, а модифицированный гамильтониан структуры есть $H_{AS} = -\Delta + U_{AS}(x, y) + V_q(x, y)$. Собственные энергии и собственные функции гамильтониана $H_{q,k}$ изолированного кубита q_k ($k = 1 - 3$) были найдены выше. Далее, в слагаемом H_{q-q} , описывающем межкубитные парные корреляции, можно положить $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^{-1} = 1/L_0 + g_{i,j}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) a_x^2 / L_0^3 + \dots$ при условии, что $a_x / L_0 \ll 1$. Здесь $L_0 = L\sqrt{3}$ - расстояние между центрами КТ, формирующих кубиты, а двухчастичные функции $g_{i,j}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$ зависят от состояния кубитов и от геометрии кластера.

Будем искать собственные состояния гамильтониана H_{tot} в виде $|q_1, q_2, q_3\rangle|m_q\rangle \equiv |n\rangle|m_n\rangle$. Мы предполагаем, что трехкубитные состояния $|q_1, q_2, q_3\rangle = |q_1\rangle|q_2\rangle|q_3\rangle \equiv |n\rangle$, взятые в форме тензорных произведений логических состояний изолированных кубитов, являются хорошим приближением для собственных состояний гамильтониана кластера $H_{cluster}$, то есть $H_{cluster}|n\rangle = E_n|n\rangle$, $E_n = 3\varepsilon_x + 6/L_0 + \delta U_n$, где слагаемое δU_n ($|\delta U_n| \ll L_0^{-1}$) обусловлено пространственным распределением заряда, характерного для данного трехкубитного состояния $|n\rangle$. Такое приближение требует, чтобы (а) не было переходов в КТ-кубитах, вызванных кулоновскими эффектами и (б) взаимодействие между кубитами не искажало форму волновых функций. Оба этих допущения выполняются, если радиусы кубитов a_x существенно меньше, чем расстояние L_0 между кубитами и, следовательно, кубиты взаимодействуют друг с другом, а также с пробным электроном, как точечные заряды.

Одноэлектронные состояния $|m_n\rangle$ являются собственными состояниями пробного электрона в структуре с модифицированным потенциалом, $H_{AS}|m_n\rangle = \varepsilon_{m,n}|m_n\rangle$, чьи энергии и волновые функции теперь зависят от состояния $|n\rangle$ кластера. При $L \gg d$ собственные энергии $\varepsilon_{m,n}$ для некоторого фиксированного m стремятся к энергиям ε_m невозмущенного потенциала. На рис. 6.7 приведены зависимости собственных энергий $\varepsilon_{-,n}$, $\varepsilon_{0,n}$ и $\varepsilon_{+,n}$ возбужденных гибридных состояний структуры от L .

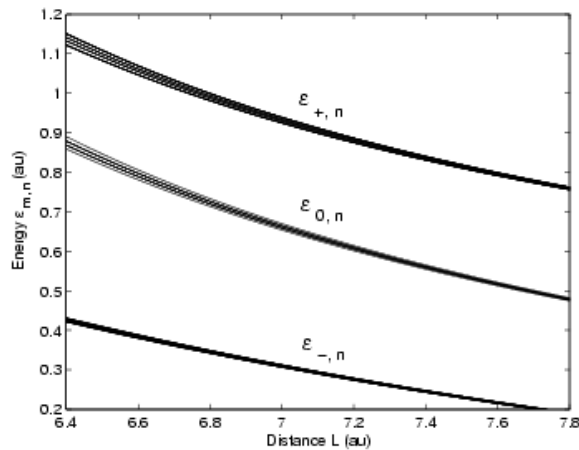


Рис. 6.7. Собственные энергии $\varepsilon_{-,n}$, $\varepsilon_{0,n}$ и $\varepsilon_{+,n}$ модифицированного потенциала структуры.

Энергия основного состояния дается с высокой точностью выражением $\varepsilon_{Cg} + 6/L$ для всех состояний кластера. Как демонстрируют расчеты, электростатическое взаимодействие

сохраняет гибридизацию возбужденных состояний структуры и не снимает вырождение. Это является следствием того, что потенциал $V_q(x, y)$, рассматриваемый в первом приближении как потенциал трех точечных зарядов, сохраняет симметрию полного потенциала структуры. Далее, поскольку $L^{-1} \leq \tau_0$, резонансное туннелирование доминирует над электростатическими эффектами, и последние приводят только к общему фазовому сдвигу $\sim 1/L$. Вместе с тем, различные базисные состояния $|n\rangle$ кластера генерируют набор отличных друг от друга собственных энергий $\varepsilon_{m,n}$ структуры. Для некоторого фиксированного m данные энергии соответствуют четырем возможным зарядовым конфигурациям, характеризующим (а) отсутствие возбуждения (одно состояние $|0,0,0\rangle \equiv |0\rangle$), (б) однократное возбуждение (три состояния $|1,0,0\rangle, |0,1,0\rangle, |0,0,1\rangle$), (в) двукратное возбуждение (три состояния $|1,1,0\rangle, |1,0,1\rangle, |0,1,1\rangle$) и (г) трехкратное возбуждение (одно состояние $|1,1,1\rangle \equiv |7\rangle$) в трехкубитном кластере. Максимальная разница $\varepsilon_{m,7} - \varepsilon_{m,0}$ изменяется в пределах от $5 \cdot 10^{-3}$ до 10^{-3} для $m = Cg$ (основное состояние), когда межкубитное расстояние L варьируется в интервале от 6.4 до 10, в то время как для возбужденных состояний $|\Psi_{0,n}\rangle$ и $|\Psi_{\pm x(y),n}\rangle$ она на порядок выше. Данный результат подтверждает наше предположение, что вклады в энергии локализованных состояний структуры, обусловленные «неточечностью» зарядов кубитов, имеют порядок величины $a_x^2/L^3 \ll 1$. Возбужденные же состояния, которые имеют характерный радиус локализации $\sim L$, оказываются гораздо более чувствительными к распределению электронной плотности кубитов. Отметим, что энергии $\varepsilon_{m,n}$ при фиксированном m хорошо различимы лишь в узком диапазоне $6.4 < L < 7$. Это значит, что логические состояния кубитов $|0\rangle$ и $|1\rangle$ (то есть p_x - и p_y -орбитали соответствующих КТ) возмущают по-разному лишь ближайшую к ним часть структуры, а именно, КТ – «антенны» A_k .

6.1.4. Условные операции в трехкубитном кластере

В этом разделе мы рассмотрим алгоритм реализации квантовых операций в трехкубитном кластере. Вектор состояния системы «структура + кластер» может быть представлен в виде разложения по собственным состояниям $|n\rangle|m_n\rangle$:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^7 c_n \exp(-iE_n t) |n\rangle |\psi_n\rangle, \quad (6.9)$$

где

$$|\psi_n\rangle = \sum_m a_{m,n} \exp(-i\varepsilon_{m,n}t) |m_n\rangle \quad (6.10)$$

- вектор состояния пробного электрона в структуре, отвечающий базисному трехкубитному состоянию $|n\rangle$, набор комплексных чисел $\{c_n\}_{n=0-7}$ описывает произвольное (нормированное) состояние трех кубитов, а $a_{m,n}$ - зависящая от времени амплитуда вероятности найти пробный электрон в состоянии $|m_n\rangle$.

Мы изучим в деталях способ реализации трехкубитного квантового вентиля CCZ, где вентиль Z применяется к контролируемому кубиту, если два контролирующих кубита находятся в состоянии $|1\rangle$. Другими словами, вентиль CCZ сдвигает фазу базисного состояния кластера $|1,1,1\rangle \equiv |7\rangle$ на π , что в компактной форме записывается как $c_n \rightarrow (-1)^{\delta_{n,7}} c_n$. Идея состоит в том, данная операция может быть осуществлена альтернативным образом: вместо манипуляций с кубитами, следует выполнить переворот фазы соответствующего состояния пробного электрона, $|\psi_n\rangle \rightarrow (-1)^{\delta_{n,7}} |\psi_n\rangle$, и затем связать множители $(-1)^{\delta_{n,7}}$ с коэффициентами c_n трехкубитного состояния. Данный подход напоминает тот, что используется в алгоритмах Шора и Гровера, когда квантовый оракул «помечает» некоторые состояния регистра, умножая их на -1 [1]. В нашем случае, условное накопление фазы может быть осуществлено за счет оптических переходов в эффективной двухуровневой системе (фактически, кубите оракула), сформированной основным $|Cg_7\rangle = |0_7\rangle$ и одним из возбужденных $|m_7\rangle \equiv |1_7\rangle$ состояний структуры. В то же самое время, такой переход должен быть исключен для состояний кластера $|n\rangle$ с $n \neq 7$.

В общем случае, эволюция вектора состояния $|\tilde{\psi}\rangle = a_0 \exp(-i\tilde{\varepsilon}_0 t / \hbar) |0\rangle + a_1 \exp(-i\tilde{\varepsilon}_1 t / \hbar) |1\rangle$ двухуровневой системы во внешнем электромагнитном поле, имеющем форму прямоугольного импульса $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t + \tilde{\varphi})$, описывается в приближении вращающейся волны уравнениями $i\dot{a}_0 = \lambda \exp(i\tilde{\varphi} - i\delta t) a_1$ и $i\dot{a}_1 = \lambda^* \exp(-i\tilde{\varphi} + i\delta t) a_0$, где $\delta = \omega_{10} - \omega$ - отстройка частоты ω импульса от резонансной частоты $\omega_{10} = (\tilde{\varepsilon}_1 - \tilde{\varepsilon}_0) / \hbar$ и $\lambda = \mathbf{E}_0 \langle 0 | -e\mathbf{r} | 1 \rangle / 2$. Решение $|\tilde{\psi}(t)\rangle = (a_0, a_1)^T$ данной системы уравнений во вращающейся системе координат есть $|\tilde{\psi}(t)\rangle = \tilde{U}(t) |\tilde{\psi}(0)\rangle$, где матрица эволюции

$$\tilde{U}(t) = \begin{pmatrix} u & v \\ -v^* & u^* \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

зависит от параметров δ , λ и $\tilde{\varphi}$. Компоненты матрицы эволюции (6.11) равны $u = \left[\cos(\tilde{\Omega}_R t) + (i\delta/2\tilde{\Omega}_R) \sin(\tilde{\Omega}_R t) \right] \exp(-i\delta t/2)$ и $v = (\lambda/i\tilde{\Omega}_R) \sin(\tilde{\Omega}_R t) \exp(i\tilde{\varphi} - i\delta t/2)$, где $\tilde{\Omega}_R = \sqrt{|\lambda|^2 + (\delta/2)^2}$ - частота Раби.

Селективность существующих оптических схем использует тот факт, что вероятность перехода между к.-л. двумя состояниями зависит от параметров электромагнитного импульса. Так, переход $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ классифицируется относительно параметра $|\lambda/\delta|$ как резонансный, если $|\lambda/\delta| \gg 1$, и как нерезонансный, если $|\lambda/\delta| \ll 1$. В случае точного резонанса ($\delta = 0$) из уравнения (6.11) получаем, что $\tilde{U}_{\delta=0}(t) = I \cos(\tilde{\Omega}_R t) - iX \exp(-i\tilde{\varphi}Z) \sin(\tilde{\Omega}_R t)$, а для импульсов, имеющих большую отстройку, имеем $\tilde{U}_{\delta \neq 0}(t) \approx \exp(iZ|\lambda|^2 t/\delta) - i(|\lambda|/\tilde{\Omega}_R) \sin(\tilde{\Omega}_R t) X \exp[i(\delta t/2 - \tilde{\varphi})Z]$. Для строгого резонанса оператор эволюции описывает канонические осцилляции Раби, а в случае нерезонансных переходов система остается (с точностью до членов $\sim \lambda/\delta$) в своем начальном состоянии. Таким образом, чтобы избирательно возбудить переход $|0_7\rangle \leftrightarrow |1_7\rangle$, следует настроить частоту импульса ω в резонанс с частотой данного перехода. При этом параметры $|\lambda_n/\delta_n|$ для остальных переходов $|0_{n \neq 7}\rangle \leftrightarrow |1_{n \neq 7}\rangle$ должны быть достаточно малы (здесь, $\delta_n = \omega - \omega_n$, $\lambda_n = \mathbf{E}_0 \langle 0_n | -e\mathbf{r} | 1_n \rangle / 2$ и $\omega_n = \tilde{\varepsilon}_{1,n} - \tilde{\varepsilon}_{0,n}$). Отметим, что если избирательность действия импульса поддерживается только для сенсорного состояния $|m_7\rangle = |1_7\rangle$ (в отличие от других состояний $|m_{n \neq 7}\rangle = |1_{n \neq 7}\rangle$, порождаемых тем же собственным состоянием $|m\rangle$ изолированной структуры), то и состояния $|m'_n\rangle$ с $m' \neq m$ также не будут возбуждаться, поскольку $|\delta_{n \neq 7}| \ll \min |\varepsilon_{m',7} - \varepsilon_{m,7}|$. Это означает, что вектор состояния $|\psi_n\rangle$ структуры (6.10) может быть заменен вектором состояния $|\tilde{\psi}_n\rangle = a_{0,n} \exp(-i\tilde{\varepsilon}_{0,n}t/\hbar) |0_n\rangle + a_{1,n} \exp(-i\tilde{\varepsilon}_{1,n}t/\hbar) |1_n\rangle$ эффективной двухуровневой системы.

Пусть структура в начальный момент времени $t = 0$ находится в основном состоянии, то есть $a_{0,n} = 1$ и $a_{1,n} = 0$ для всех n . Мы конструируем оператор эволюции U_{CCZ} , реализующий вентиль CCZ, с помощью трех последовательных вращений, $U_{CCZ} = U_7(\Delta t) U_{free}(\Delta t_0) U_7(\Delta t)$, где оператор $U_7(\Delta t)$ описывает селективный резонансный обмен населенностями между

состояниями $|0_7\rangle$ и $|1_7\rangle$, причем $\Delta t = \pi/2|\lambda_7|$, а оператор $U_{free}(\Delta t_0)$ характеризует свободную эволюцию двухуровневой системы в отсутствие импульсов. Оператор $U_7(\Delta t)$ имеет вид $U_{rot \rightarrow lab} \tilde{U}_{\delta=0}(\Delta t)$, если $n = 7$, и $U_{rot \rightarrow lab} \tilde{U}_{\delta \neq 0}(\Delta t)$, если $n \neq 7$. Здесь $U_{rot \rightarrow lab} = \text{diag}\{\exp(-i\tilde{\varepsilon}_{0,n}\Delta t), \exp(-i\tilde{\varepsilon}_{1,n}\Delta t)\}$ - преобразование вектора состояния из вращающейся системы отсчета назад в лабораторную систему. Нетрудно проверить, что начальное состояние $|\tilde{\psi}_n(0)\rangle \equiv |0_n\rangle$ двухуровневой системы преобразуется оператором U_{CCZ} в конечное состояние $|\tilde{\psi}_7(2\Delta t + \Delta t_0)\rangle = -\exp[-i(\tilde{\varepsilon}_{0,7} + \tilde{\varepsilon}_{1,7})\Delta t - i\tilde{\varepsilon}_{1,7}\Delta t_0]|0_7\rangle$, если $n = 7$, и $|\tilde{\psi}_n(2\Delta t + \Delta t_0)\rangle = \exp[-i\tilde{\varepsilon}_{0,n}(2\Delta t + \Delta t_0) + 2i\chi_n\Delta t]|0_n\rangle$, если $n \neq 7$ (здесь $\chi_n = |\lambda_n|^2/\delta_n$).

Помимо фазовых множителей $\exp[-i\tilde{\varepsilon}_{0,n}(2\Delta t + \Delta t_0)]$, приобретаемых векторами основных состояний $|0_n\rangle$ за время $2\Delta t + \Delta t_0$ в отсутствие импульсов, конечные состояния двухуровневой системы во внешнем поле содержат и дополнительные множители. Именно, для компоненты $|\tilde{\psi}_7\rangle$ данный множитель равен $-\exp[-i\omega_7(\Delta t + \Delta t_0)]$, а для остальных компонент с $n \neq 7$ они равны $\sim \exp(i\lambda_n/\delta_n)$ (мы полагаем, что величины λ_n имеют близкие значения для всех n). Мы видим, что двухуровневая система сохраняет информацию о предшествующей эволюции в фазах своих базисных векторов. Если мы выберем параметры структуры и поля так, чтобы выполнялось условие $\omega_7(\Delta t + \Delta t_0) = 0 \bmod 2\pi$, то оператор U_{CCZ} реализует трехкубитную операцию CCZ с ошибкой $\sim \max_{n \neq 7}(\lambda_n/\delta_n)$.

Важный вопрос, на который мы должны ответить, состоит в том, какое состояние $|m_7\rangle$ из гибридизированных состояний структуры следует выбрать в качестве состояния $|1_7\rangle$. Очевидно, что оптическая избирательность состояний $|m_n\rangle$, порождаемых невозмущенным состоянием $|m\rangle$, зависит от влияния на них состояния кластера. Поэтому мы можем выбрать одно из состояний $|\Psi_{-,x,7}\rangle$, $|\Psi_{+,x,7}\rangle$ и $|\Psi_{0,7}\rangle$, так как каждое из них имеет значительный вес в ближайших к кубитам КТ-антеннах A_1 , A_2 и A_3 . Вычисления показывают, что состояние $|\Psi_{0,7}\rangle$ наиболее чувствительно к зарядовому состоянию кластера. К сожалению, оно имеет исчезающе малую амплитуду в центральной точке C и, следовательно, дипольный матричный элемент между данным состоянием и основным состоянием $|0_7\rangle$, локализованным в точке C ,

также мал. Состояния же $|\Psi_{-,x,7}\rangle$ и $|\Psi_{+,x,7}\rangle$, напротив, имеют примерно одинаковые амплитуды во всех четырех КТ структуры. На рис. 6.8 приведена волновая функция состояния $|\Psi_{+,x,7}\rangle$, которая имеет форму, близкую к той, что была получена для невозмущенного состояния $|\Psi_{+,x}\rangle$ в модели сильной связи. Мы видим также, что состояние $|\Psi_{+,x,7}\rangle$ демонстрирует более высокую чувствительность к состоянию кубитов, чем состояние $|\Psi_{-,x,7}\rangle$. При этом, x -компонента соответствующего матричного элемента достаточно большая, см. рис. 6.9. Таким образом, можно положить $|1_7\rangle = |\Psi_{+,x,7}\rangle$.

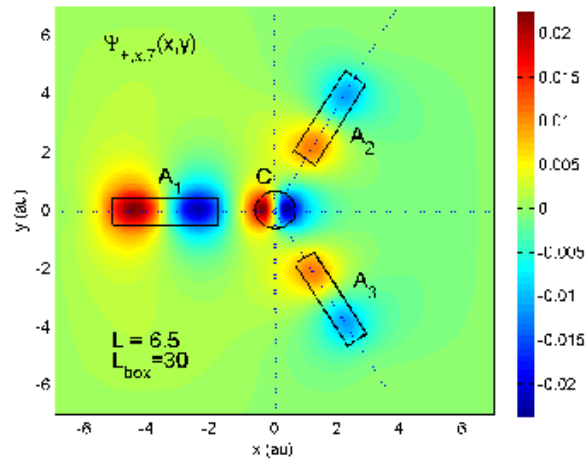


Рис. 6.8. Волновая функция $\Psi_{+,x,7}(x, y)$ сенсорного состояния $|1_7\rangle = |\Psi_{+,x,7}\rangle$ (шкала дана в произвольных единицах). Черные линии обозначают эффективные границы КТ структуры.

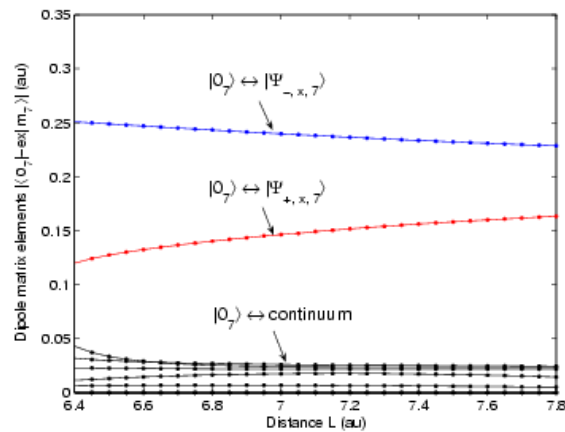


Рис. 6.9. Абсолютные величины дипольных матричных элементов для переходов между локализованным состоянием структуры $|0_7\rangle \equiv |Cd_7\rangle$ и другими состояниями $|m_7\rangle$, когда трехкубитный кластер находится в состоянии $|7\rangle \equiv |1,1,1\rangle$.

Проиллюстрируем данную модель с помощью численных расчетов с участием всех связанных состояний структуры, а также низколежащих состояний континуума. Параметры структуры взяты из раздела 6.1.3 для $L = 6.5$. Лазерный импульс поляризован вдоль оси x , а его частота совпадает с частотой перехода $|0_7\rangle \leftrightarrow |1_7\rangle$. Вначале мы определяем время $2\Delta t$ (суммарная длительность двух импульсов), для которого вероятность $p_{0,7}$ найти пробный электрон в основном состоянии $|0_7\rangle$ максимальна. Затем вычисляются вероятности $p_{0,n \neq 7}$ для данного временного интервала. Зависимости населенностей $p_{0,n}(2\Delta t) = |a_{0,n}(2\Delta t)|^2$ и фаз $\varphi_{0,n}(2\Delta t) = \arg[a_{0,n}(2\Delta t)]$ основных состояний $|0_n\rangle$ структуры от энергии поля $\mathcal{E}_{field}$ показаны на рис. 6.10 (а) и 6.10 (б), соответственно.

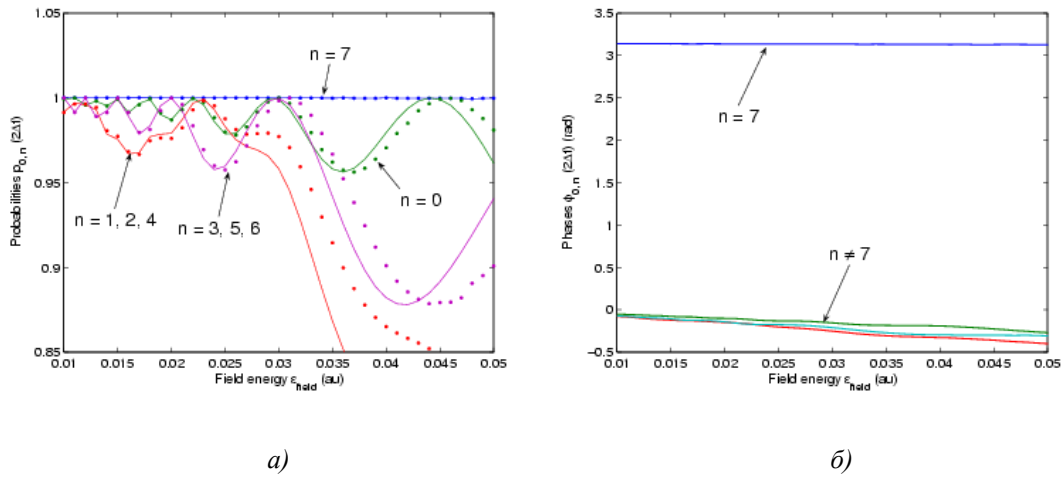


Рис. 6.10. Вероятности $p_{0,n}(2\Delta t)$ как функции $\mathcal{E}_{field}$. Результаты численных расчетов представлены кружками, а двухуровневое приближение — кривыми. (б) Фазы $\varphi_{0,n}(2\Delta t)$, накапливаемые основными состояниями $|0_n\rangle$ структуры как функции $\mathcal{E}_{field}$.

Нетрудно видеть, что двухуровневое приближение $p_{0,n}(2\Delta t) = 1 - 4(\lambda_n/\delta_n)^2 \sin^2(\pi\delta_n/4\lambda_7)$ (кривые) удовлетворительно воспроизводит численные данные (кружки). Рисунок 6.11 показывает зависимость длительности $2\Delta t$ двух $\pi/2$ -импульсов от энергии поля $\mathcal{E}_{field}$.

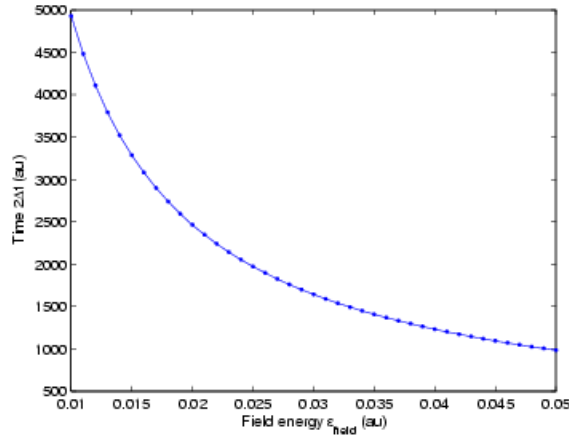


Рис. 6.11. Длительность импульсов $2\Delta t$ для $n = 7$ от энергии поля ϵ_{field} .

Как можно видеть на рис. 6.10 (а), при $\epsilon_{\text{field}} = 0.022$, вероятность возвращения пробного электрона в основное состояние структуры превышает 0.99 для каждого из базисных состояний кластера и, в то же время, фазы хорошо согласуются с описанной выше эволюцией квантового оракула ($\varphi_{0,7} \approx \pi, \varphi_{0,n \neq 7} \approx 0$). Соответствующее время равно $2\Delta t = 2200$ (~ 240 пс для GaAs). Зная время Δt действия импульса, время Δt_0 свободной эволюции системы можно выбрать множеством способов, исходя из практического удобства.

Операция «контролируемое Z» (CZ) на двух кубитах кластера может быть выполнена аналогичным образом. Единственная структурная модификация состоит в удалении той КТ, которая расположена вблизи кубита, не задействованного в операции CZ (например, q_3), путем снятия напряжения на затворах, формирующих данную КТ. Тогда в приближении сильной связи получаем четыре гибридизированных состояния, $|\Psi_{\pm,x}\rangle = 2^{-1/2} [|Cx\rangle \pm 2^{-1/2} (|1x\rangle - |2x\rangle)]$ и $|\Psi_{\pm,y}\rangle = 2^{-1/2} [|Cy\rangle \pm 2^{-1/2} (|1x\rangle + |2x\rangle)]$, с энергиями $\epsilon_{\pm,x} = \epsilon_0 \pm \sqrt{3/2}\tau_0$ и $\epsilon_{\pm,y} = \epsilon_0 \pm \tau_0/\sqrt{2}$, соответственно. Выберем в качестве сенсорного состояния $|\Psi_{+,y}\rangle$. Отметим, что влияние кубита q_3 на степень гибридизации незначительно и проявляется в энергетическом сдвиге уровней, который много меньше энергии взаимодействия пробного электрона с кубитами q_1 и q_2 и может быть опущен. Таким образом, управляющий импульс «не видит» разницу между состояниями структуры, соответствующими состояниям $|q_1, q_2, 0\rangle$ и $|q_1, q_2, 1\rangle$ кластера.

Вернемся теперь к анализу однокубитных операций на данном кубите кластера, принимая во внимание наличие двух других кубитов. Поскольку длина волны лазерного импульса (и, значит, диаметр лазерного пучка) лежит в субмиллиметровом диапазоне, а размер кластера L_0 составляет несколько сотен нанометров, то все кубиты кластера подвергаются

воздействию излучения в равной степени. Возможность избирательно манипулировать только с одним кубитом требует подавления оптических переходов в оставшихся двух кубитах. В принципе, можно исключить нежелательную динамику этих кубитов путем изменения их частот переходов за счет варьирования потенциала КТ. В нашей работе эта процедура рассмотрена феноменологически, и частотный сдвиг $\Delta\omega$ определяется изменением глубины КТ. Если коэффициенты взаимодействия λ'_x и λ'_y кубитов, не участвующих в алгоритме, малы по сравнению с частотным сдвигом ($|\lambda'_{x,y}/\Delta\omega| \ll 1$) и $\lambda'_x \approx \lambda'_y \equiv \lambda'$, то нерезонансная динамика этих кубитов будет определяться оператором $U'(t) \approx \exp(-i\Omega'_R t) [I \cos(\Omega'_R t) - iX \sin(\Omega'_R t)]$, где $\Omega'_R = \lambda'^2/|\Delta\omega|$. В общем случае, величины λ'_x и λ'_y связаны с коэффициентами λ_x и λ_y управляемого кубита, для которого $\Delta\omega = 0$, через преобразование вращения на угол $\pm\pi/3$, и выражение для $U'(t)$ будет содержать как X, так и Z компоненты. Таким образом, на временном интервале $t = T_1 \sim 1/|\lambda_x|$ ($|\lambda'_x| \sim |\lambda_x|$) кубиты остаются в начальном состоянии с точностью до членов $\sim |\lambda_x/\Delta\omega|$. Используя результаты раздела 6.1.2 и выбирая $U_0 = -40$ для адресуемого кубита и $U_0 = -50$ для остальных кубитов, получаем $\Delta\omega = 1.07$. Это дает величину энергии взаимодействия $\lambda_x = 0.01$ для $\varepsilon_{field} = 0.1$. Следовательно, вычислительная ошибка, вызванная паразитными переходами, оказывается порядка 10^{-2} .

Помимо этого, надежность выполнения однокубитных операций требует минимизации влияния других кубитов на данный кубит. В нашей модели, взаимодействие между кубитами индуцирует разность частот $|\omega_x - \omega_y| \sim |\delta U_n|$ в данной КТ, что в свою очередь приводит к малой ангармонической добавке в уравнениях (6.1). Следствием этого является ненулевая заселенность вспомогательного состояния $|g\rangle$, а также паразитная эволюция логических состояний кубита. Обе ошибки имеют порядок $\max(|\delta U_n/\lambda_{x,y}|) \ll 1$, и могут быть уменьшены за счет увеличения амплитуд полей E_x и E_y или же путем увеличения межкубитного расстояния L_0 по сравнению с радиусом кубита a_x . Для энергии поля $\varepsilon_{field} = 0.1$, радиуса кубита $a_x = 0.6$ и $L_0 = 11.3$ ($L = 6.5$) получаем оценку $|\delta U_n| \sim 10^{-4}$, и соответствующая ошибка будет порядка 10^{-2} .

Отметим, что выбор двукратно вырожденных возбужденных состояний одиночной симметричной КТ в качестве логических состояний кубита имеет несколько преимуществ по сравнению с представлением состояний кубита посредством пространственно разделенных локализованных состояний двойной КТ. Во-первых, несмотря на вырождение, произвольная

однокубитная операция может быть выполнена с использованием монохроматического импульса, в то время как для двойной КТ это требует искусственного нарушения пространственной симметрии и применения двух импульсов с разными частотами. Во-вторых, когерентность орбитальных состояний одиночной КТ является, по-видимому, более устойчивой к воздействию фоонов, поскольку в нашем случае нет пространственного перемещения электрона на большие расстояния, сопровождающегося искажением кристаллической решетки [247]. Следовательно, нежелательное запутывание состояний кубита с колебательными степенями свободы полупроводника будет невелико. В-третьих, компактность таких кубитов хорошо согласуется с нашей концепцией квантового регистра как совокупности точечных зарядов, что позволяет в значительной степени уменьшить паразитные эффекты, обусловленные неконтролируемыми межкубитными взаимодействиями. С другой стороны, проблема спонтанной эмиссии фотонов в КТ, преодоленная в схемах кодировки с двойными КТ, возникает снова. Однако, как было продемонстрировано во многих работах (см., например, [29] и [30]) соответствующее время релаксации составляет 10^{-6} с, что существенно больше, чем время T_1 выполнения однокубитных операций.

6.2 Схема помехоустойчивых квантовых вычислений для прототипа квантового регистра из девяти кубитов (код Шора)

6.2.1. Принцип запутывания кубитов через их взаимодействие с одноэлектронной ВС

Широкий класс проблем, связанных с обработкой квантовой информации, требует эффективных и надежных методов создания высокозапутанных состояний квантового регистра из изначально незапутанных состояний индивидуальных кубитов. Следовательно, поиск и разработка схем для генерации запутывания в квантовых системах является важным направлением в исследованиях по созданию полномасштабного квантового компьютера. Если логические состояния кубита представлены двумя одноэлектронными состояниями, каждое из которых локализовано в одной из квантовых точек бистабильного потенциала, то квантовые операции на таком (зарядовом) кубите могут быть выполнены при помощи варьирования потенциала структуры за счет изменения электрического поля затворов, а также посредством резонансных переходов между уровнями структуры, индуцированных внешним полем. Для того, чтобы выполнить нетривиальную двухкубитную операцию на произвольно выбранной паре кубитов, требуется привести их во взаимодействие в течение некоторого промежутка времени. В общем случае, кубиты оказываются запутанными, и волновая функция этих кубитов после того, как они провзаимодействовали, не может быть представлена в виде прямого произведения волновых функций изолированных кубитов.

Мы предлагаем следующую схему запутывания кубитов, формирующих двумерный квантовый регистр. В нашем случае взаимодействие между кубитами не прямое и опосредовано вспомогательной структурой (ВС), сформированной из квазилинейных цепочек квантовых точек (КТ) и содержащей один (пробный) электрон в квантованной части зоны проводимости. Одноэлектронный спектр такой структуры зависит от состояния кубитов из-за кулоновского взаимодействия между пробным электроном и электронами кубитов. Для демонстрации алгоритма запутывания кубитов, а также организации двухкубитных квантовых операций, мы рассмотрим в деталях динамику пробного электрона в отдельной квазилинейной ВС, взаимодействующей с одним зарядовым кубитом. Как мы увидим, соответствующее изменение потенциала ВС, вызванное вариациями напряжений на затворах, выравнивает энергетические уровни отдельных точек структуры для *одного из двух* логических состояний кубита. Это приводит к резкому росту скорости туннелирования между точками, что в свою очередь способствует эффективному переносу пробного электрона (ППЭ) вдоль структуры через одно из возбужденных гибридизированных состояний структуры (транспортное состояние). Протокол переноса реализуется посредством резонансных переходов, соединяющих два состояния, которые локализованы в крайних КТ, и транспортное состояние.

Отметим два важных аспекта, присущих данному процессу. Во-первых, ППЭ из одной крайней КТ ВС в другую и обратно приводит к фазовому сдвигу кубита. Во-вторых, ППЭ между крайними КТ имеет место лишь в том случае, когда кубит находится в заданном логическом состоянии. Таким образом, последующая динамика пробного электрона зависит от состояния кубита. Это позволяет организовать условные квантовые операции. Используя данные результаты и предполагая, что ППЭ в сложной планарной структуре может быть разложен в последовательность элементарных ППЭ вдоль квазиодномерных цепочек, оказывается возможным конструировать любое запутанное состояние зарядовых кубитов, взаимодействующих с данной ВС.

6.2.2. Обусловленный перенос электрона вдоль квазиодномерной цепочки квантовых точек

Рассмотрим одноэлектронную ВС, состоящую из N двумерных квантовых точек A_k , которые формируются на основе двумерного электронного газа в полупроводниковой гетероструктуре в поле электростатических затворов. Пусть КТ расположены в виде квазилинейной цепочки, показанной на рис. 6.12.

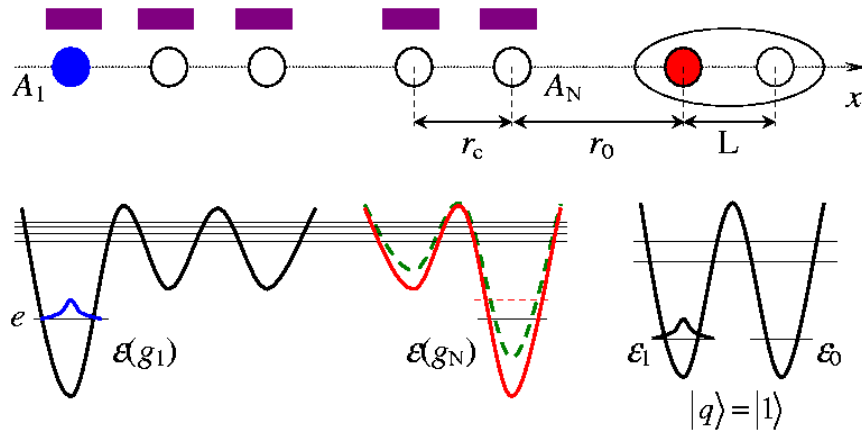


Рис. 6.12. Вспомогательная структура, представленная квазилинейной цепочкой КТ (кружки) и снабженная контролирующими затворами (прямоугольники), содержит пробный электрон в основном состоянии $|g_1\rangle$ КТ A_1 . Кубит (одноэлектронная двойная КТ) расположен справа от ВС и загружен в логическое состояние $|1\rangle$. Внизу показан потенциальный профиль структуры вдоль оси роста x для случаев, когда компенсирующие напряжения включены (сплошная кривая) или выключены (пунктир).

Параметры ВС выбраны таким образом, что крайние КТ A_1 и A_N содержат по крайней мере по два связанных электронных состояния, а именно, глубоко лежащие основные состояния $|g_1\rangle$ и $|g_N\rangle$ и возбужденные состояния $|e_1\rangle$ и $|e_N\rangle$, близкие к краю барьера, а внутренние КТ A_k ($k = 2 - N-1$) содержат по крайней мере по одному связанному состоянию $|e_k\rangle$. Мы предполагаем, что крайние КТ достаточно удалены друг от друга, чтобы пренебречь туннелированием между их основными состояниями. Предположим также, что энергии $\varepsilon(e_1)$ и $\varepsilon(e_N)$ возбужденных состояний крайних КТ и энергии $\varepsilon(e_k)$ внутренних КТ приблизительно равны. Если матричный элемент туннелирования t_k между состояниями $|e_k\rangle$ и $|e_{k+1}\rangle$ существенно больше разности энергий этих состояний, то последние гибридизируются друг с другом. Если данное условие выполняется для всех пар КТ, то одноэлектронное туннелирование приводит к формированию подзоны, состоящей из N гибридизованных состояний. Каждое из них представляет собой суперпозицию состояний отдельных КТ и является делокализованным по всей цепочке.

Если зарядовый кубит расположен на оси структуры, как это показано на рис. 6.12, то энергии уровней КТ ВС сдвигаются вследствие кулоновского взаимодействия между электронами относительно невозмущенных величин $\varepsilon(g_1)$, $\varepsilon(g_N)$ и $\varepsilon(e_k)$ на $U_q(g_1)$, $U_q(g_N)$ и $U_q(e_k)$, соответственно. Нетрудно видеть, что данные сдвиги зависят от логического состояния кубита $|q\rangle$ ($q = 0, 1$) и приводят к подавлению туннелирования между соседними КТ A_k и A_{k+1} , когда разность электростатических сдвигов уровней $|e_k\rangle$ и $|e_{k+1}\rangle$ больше, чем матричный элемент туннелирования t_k . Для того чтобы исключить электростатические сдвиги $U_q(e_k)$ возбужденных состояний КТ и восстановить резонансный характер туннелирования вдоль ВС, можно приложить к каждой КТ компенсирующее напряжение, генерирующее энергетический

сдвиг $\delta U_q(e_k) = -U_q(e_k)$. Очевидно, что наборы компенсирующих напряжений $\{\delta U_0(e_k)\}_{k=1-N}$ и $\{\delta U_1(e_k)\}_{k=1-N}$ для двух логических состояний кубита $|0\rangle$ и $|1\rangle$ различны. Следовательно, если применить к ВС напряжения, соответствующие состоянию $|1\rangle$, то невозмущенная энергетическая подзона структуры восстанавливается только если состояние кубита есть $|1\rangle$.

Мы рассматриваем нашу систему «кубит+ВС» в приближении сильной связи и ограничиваемся случаем, когда электрон кубита находится в логическом подпространстве $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ двойной КТ. В этом случае состояния $|g_1, q\rangle = |g_1\rangle|q\rangle$, $|g_N, q\rangle = |g_N\rangle|q\rangle$, $|e_1, q\rangle = |e_1\rangle|q\rangle$, ..., $|e_N, q\rangle = |e_N\rangle|q\rangle$ ($q = 0, 1$) могут быть использованы в качестве базисных состояний. Гамильтониан системы, описывающий двухэлектронные стационарные состояния, имеет вид

$$H = H_q + H_{AS} + U_{q-AS}, \quad (6.12)$$

где $H_q = \varepsilon_0|0\rangle\langle 0| + \varepsilon_1|1\rangle\langle 1|$ - гамильтониан кубита,

$$H_{AS} = \varepsilon(g_1)|g_1\rangle\langle g_1| + \varepsilon(g_N)|g_N\rangle\langle g_N| + \sum_{k=1}^N \varepsilon_k(e_k)|e_k\rangle\langle e_k| - \sum_{k=1}^{N-1} [\tau_k|e_k\rangle\langle e_{k+1}| + h.c.] - \quad (6.13)$$

гамильтониан ВС,

$$H_{q-AS} = \sum_{q=0,1} \left[U'_q(g_1)|g_1, q\rangle\langle g_1, q| + U'_q(g_N)|g_N, q\rangle\langle g_N, q| + \sum_{k=1}^N U'_q(e_k)|e_k, q\rangle\langle e_k, q| \right] - \quad (6.14)$$

гамильтониан, учитывающий кулоновское взаимодействие между электронами. Здесь $U'_q(e_k) = U_q(e_k) + \delta U'_q(e_k)$ и мы предполагаем, что $U'_q(g_1) \approx U'_q(e_1)$, $U'_q(g_N) \approx U'_q(e_N)$. Штрих указывает на то, что внешнее напряжение генерирует сдвиги $\delta U_q(e_k)$, компенсирующие электростатические сдвиги для $q = q'$. Энергии взаимодействия берутся в виде

$$U_q(e_k) = \frac{U_0}{1 + (1-q)L/r_0 + (N-k)r_c/r_0}, \quad U_0 = \frac{1}{r_0}, \quad (6.15)$$

где r_0 - расстояние между центром КТ A_N и ближайшим минимумом двойной КТ, соответствующим состоянию кубита $|1\rangle$, L - расстояние между потенциальными минимумами двойной КТ, и r_c - расстояние между соседними КТ ВС. Будем для простоты предполагать, что КТ структуры расположены на одинаковом расстоянии друг от друга, и туннельное взаимодействие между ними также одинаковое. Зависимости $U_q(e_k)$ для ВС, содержащей $N = 20$ КТ, представлены на рис. 6.13.

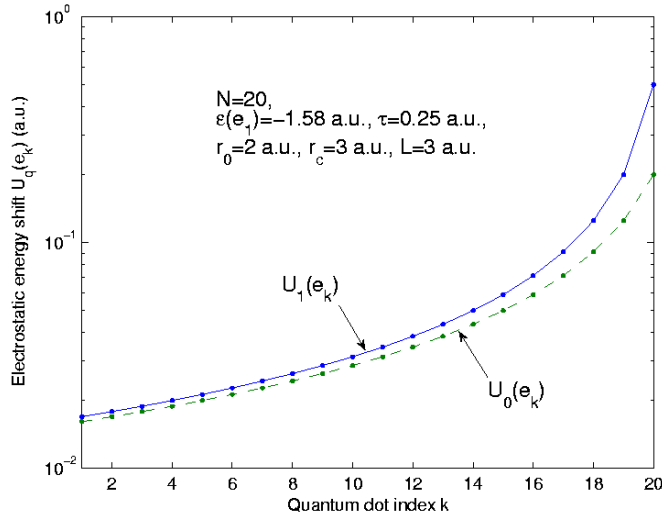


Рис. 6.13. Электростатические сдвиги уровней КТ ВС для двух логических состояний кубита как функции номера (положения) КТ в структуре.

Электростатические сдвиги параметризуются выражением $\delta U_{q'}(e_k) = -U_{q'}(e_k) \frac{\delta V}{U_0}$, и внешнее напряжение компенсирует сдвиги $U_{q'}(e_k)$, когда δV приближается к U_0 .

Диагонализация гамильтониана (6.12) дает группу локализованных состояний $|g_1, 0\rangle, |g_N, 0\rangle, |g_1, 1\rangle, |g_N, 1\rangle$ с энергиями $E(g_1, 0) = \varepsilon(g_1) + \varepsilon_0 + U'_0(g_1)$, $E(g_N, 0) = \varepsilon(g_N) + \varepsilon_0 + U'_0(g_N)$, $E(g_1, 1) = \varepsilon(g_1) + \varepsilon_1 + U'_1(g_1)$, $E(g_N, 1) = \varepsilon(g_N) + \varepsilon_1 + U'_1(g_N)$, которые зависят от состояния кубита, внешнего напряжения, и параметров структуры. Возбужденные состояния пробного электрона могут быть представлены как нормированные суперпозиции $|m, q\rangle = \sum_{k=1}^N C_{m,k,q} |e_k, q\rangle$. Поскольку нас интересует ППЭ между основными состояниями КТ A_1 и A_N через одно из состояний $|m, q\rangle$, важно знать коэффициенты $C_{m,1,q}$ и $C_{m,N,q}$, отражающие вес данного транспортного состояния в этих КТ. Рисунки 6.14 (а) и (б) иллюстрируют зависимости абсолютных величин этих коэффициентов для состояний из центральной части возбужденной подзоны ($m = 8 - 13$, $N=20$) от параметра $\delta V/U_0$ когда напряжение компенсирует сдвиги для состояния $|1\rangle$ кубита ($q' = 1$).

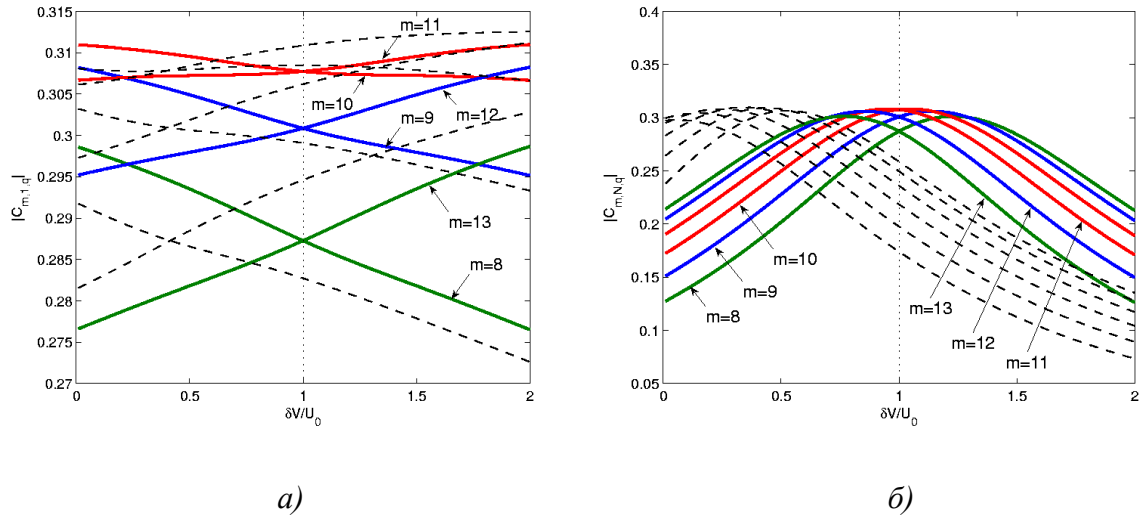


Рис. 6.14. Модули коэффициентов разложения $C_{m,1,q}$ и $C_{m,N,q}$ отражающие вес состояния $|m,q\rangle$ в КТ A_1 (левая точка) и A_N (правая точка), в зависимости от параметра $\delta V/U_0$

Энергии $E(m,q)$ приведены на рис. 6.15. Все структурные параметры расчетов приведены на рис. 6.13. Как можно видеть из данных графиков, взаимодействие ВС и кубита не приводит к качественным изменениям резонансного характера туннелирования для обоих состояний кубита; однако имеет место сдвиг одной подзоны относительно другой.

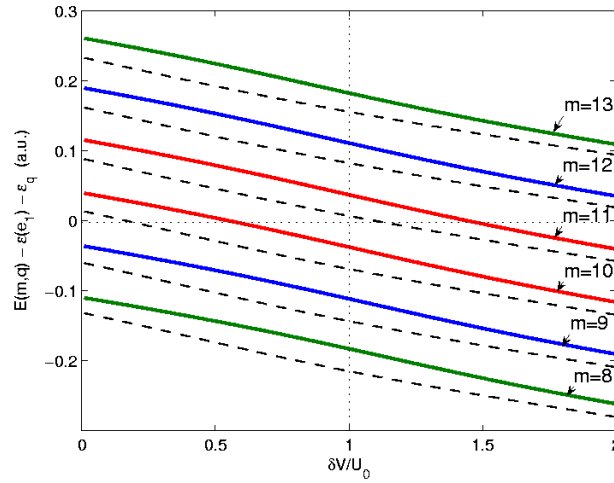


Рис. 6.15. Энергии возбужденных состояний $E(m,q)$. Графики для $q=1$ (0) представлены сплошными кривыми (пунктиром).

Влияние электростатического взаимодействия на спектр ВС становится заметнее с уменьшением r_0 и/или с ростом L .

Покажем теперь, как осуществить ППЭ между состояниями $|g_1\rangle$ и $|g_N\rangle$ крайних КТ при условии, что кубит находится в одном из логических состояний, например, в состоянии $|1\rangle$.

Кроме того, мы увидим, что ППЭ из состояния $|g_1\rangle$ в состояние $|g_N\rangle$ и обратно может приводить к фазовому сдвигу между состояниями кубита.

6.2.3. ППЭ и сдвиг фазы кубита в трехуровневом приближении

Первоначально пробный электрон находится в основном состоянии $|g_1\rangle$ КТ A_1 , а кубит – в произвольном состоянии $|q\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$. Следовательно, наша двухэлектронная система характеризуется вектором состояния

$$|\Psi_i\rangle = [c_0 \exp[-iE(g_1,0)t]|0\rangle + c_1 \exp[-iE(g_1,1)t]|1\rangle]|g_1\rangle. \quad (6.16)$$

Заметим, что $U_0(e_1) \approx U_1(e_1)$ и $E(g_1,0) - E(g_1,1) \approx \varepsilon_0 - \varepsilon_1$, следовательно, разность фаз между двумя компонентами вектора состояния (6.16) определяется разностью энергий логических состояний кубита. Когда мы включаем компенсирующие напряжения $\{\delta U_1(e_k)\}_{k=1-N}$, возбужденные состояния $|m,1\rangle$ трансформируются при $\delta V=U_0$ в невозмущенные собственные состояния ВС с высокими транспортными свойствами. Чтобы реализовать не прямой резонансный перенос электрона (в данном случае – обусловленный состоянием кубита $|1\rangle$) между локализованными состояниями ВС, надо подействовать на структуру парой резонансных импульсов $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega_0 t) + \mathbf{E}_1 \cos(\omega_1 t)$ с частотами $\omega_0 = \omega(g_1, r, 1) = E(r, 1) - E(g_1, 1)$ и $\omega_1 = \omega(g_N, r, 1) = E(r, 1) - E(g_N, 1)$, которые отвечают резонансным частотам переходов между основными состояниями ВС и некоторым транспортным состоянием $|r, 1\rangle$. Кроме того, напряженности импульсов E_0 и E_1 выбираются таким образом, что коэффициенты взаимодействия $\lambda(g_N, k, 1) = E_1 d(g_N, k, 1)/2$ и $\lambda(g_1, k, 1) = E_0 d(g_1, k, 1)/2$ удовлетворяют условиям $|\lambda(g_1, r, 1)| = |\lambda(g_N, r, 1)| = \lambda$, $\lambda \ll |E(r, 1) - E(r \pm 1, 1)| \ll \omega_0, \omega_1$, где $\Delta(r, r \pm 1, 1) = E(r, 1) - E(r \pm 1, 1)$. Тогда справедливо трехуровневое приближение для $q = 1$ -компоненты вектора состояния:

$$|\Psi_\Lambda\rangle = a_{1,1}|g_1, 1\rangle + a_{N,1}|g_N, 1\rangle + \tilde{a}_{r,1}|r, 1\rangle. \quad (6.17)$$

В приближении вращающейся волны эволюция вектора состояния $|\Psi_\Lambda\rangle$ описывается уравнением $i\partial|\Psi_\Lambda\rangle/\partial t = H_{RWA}|\Psi_\Lambda\rangle$ с гамильтонианом

$$H_{RWA} = \lambda(g_1, r, 1)|g_1, 1\rangle\langle r, 1| + \lambda(g_N, r, 1)|g_N, 1\rangle\langle r, 1| + h.c. \quad (6.18)$$

Если $|\Psi_\Lambda(0)\rangle = |g_1, 1\rangle$, то его решение имеет вид

$$a_{1,1} = \cos^2(\Omega_R t), \quad a_{N,1} = -\sin^2(\Omega_R t), \quad \tilde{a}_{r,1} = -\frac{i}{\sqrt{2}} \sin(2\Omega_R t), \quad (6.19)$$

где $\Omega_R = \lambda/\sqrt{2}$ - частота Раби. Таким образом, полный перенос имеет место для времен $T_n = (\pi/2 + \pi n)/\Omega_R$, где $n = 0, 1, 2, \dots$. В момент времени $T_0 = \pi/2\Omega_R$ электрон переходит в основное состояние $|g_N\rangle$ точки A_N :

$$|\Psi\rangle = c_0 \exp[-iE(g_1, 0)T_0]|0\rangle|g_1\rangle - c_1 \exp[-iE(g_N, 1)T_0]|1\rangle|g_N\rangle. \quad (6.20)$$

Через интервал τ_0 снова включаем поле и возвращаем электрон в КТ A_1 :

$$|\Psi_f\rangle = [c_0 \exp[-iE(g_1, 0)t]|0\rangle + c_1 \exp(-i\theta) \exp[-iE(g_1, 1)t]|1\rangle]|g_1\rangle. \quad (6.21)$$

Здесь $\theta = \delta E(T_0 + \tau_0)$ - дополнительная фаза, приобретаемая компонентой вектора состояния, которая соответствует состоянию кубита $|1\rangle$, а $\delta E = E(g_N, 1) - E(g_1, 1)|_{\delta V=U_0} = \varepsilon(g_N) - \varepsilon(g_1)$. Если $\theta = \pi(2m+1)$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, то в системе отсчета кубита реализуется операция Z .

6.2.4. Принципиальная схема вентилях CPHASE и CNOT с использованием ППЭ в ВС

Как мы только что видели, ППЭ в квазилинейной цепочке КТ может быть легко выполнен, причем за сравнительно короткое время (порядка 85 пс для GaAs при напряженности лазерного управляющего поля порядка 500 В/см). Если данная структура, в свою очередь, является составной частью другой, более массивной структуры, и КТ A_N принадлежит некоторой ее части, то ППЭ между различными частями большой ВС оказывается обусловленным состоянием кубита, который расположен вблизи данной КТ. Следовательно, пробный электрон может быть перемещен из КТ A_1 в любую другую КТ большой структуры, если этот (контролирующий) кубит находится в состоянии $|1\rangle$. Таким образом, возможна реализация условного фазового сдвига кубита, расположенного рядом с КТ-адресатом. В общем случае, чтобы выполнить фазовый сдвиг состояния контролируемого кубита на угол θ , мы должны выполнить ППЭ из некоторой начальной КТ в КТ рядом с контролирующим кубитом при условии, что его состояние есть $|1\rangle$. Далее, необходимо осуществить ППЭ из данной КТ в КТ контролируемого кубита, состояние которого тоже $|1\rangle$. Нетрудно понять, что накопление фазы согласно описанному выше сценарию будет иметь место лишь для двухкубитного состояния $|1\rangle|1\rangle$. Для любого другого состояния пробный электрон не перемещается в КТ контролируемого кубита. Заключительный шаг операции – возврат электрона в начальную точку структуры (при этом время действия импульсов должно выбираться так, чтобы фазы при

оставшихся состояниях были кратны 2π). Угол $\theta = \pi$ отвечает вентилю CZ, выполнив который, можно реализовать и вентиль CNOT, поскольку $\text{NOT} = \text{HZN}$, где H – вентиль Адамара.

6.2.5. Десятикубитный код Шора в планарном регистре на основе КТ

Известно, что работоспособная схема квантовых вычислений должна быть защищена от квантовых ошибок, вызываемых окружением и несовершенством внешних контролирующих устройств. Для этой цели можно использовать квантовые коды коррекции ошибок, переводящие состояние индивидуального кубита в сложное запутанное состояние нескольких вспомогательных кубитов, которое, после декодирования, возвращает неповрежденное состояние индивидуального кубита. Одним из распространенных кодов является код, предложенный П. Шором. Ниже приводится алгоритм кодирования с использованием вспомогательной структуры, использующий ППЭ для запутывания вспомогательных кубитов.

Итак, нам требуется трансформировать состояние

$$|\Psi_i\rangle = [c_0|0\rangle + c_1|1\rangle]|00\rangle|000\rangle'|000\rangle'' \quad (6.22)$$

в состояние

$$|\Psi_f\rangle = c_0|0\rangle_s + c_1|1\rangle_s \quad (6.23)$$

где

$$|0(1)\rangle_s = 2^{-3/2} [|000\rangle \pm |111\rangle] \left[|000\rangle' \pm |111\rangle' \right] \left[|000\rangle'' \pm |111\rangle'' \right] \quad (6.24)$$

- кодовые состояния логического кубита.

Процедура кодирования требует расположить кубиты и вспомогательную структуру так, чтобы взаимодействие между кубитами было контролируемым. Принципиальная схема ВС приведена на рис. 6.16. ВС включает в себя три ветви Т, Т' и Т'', каждая из которых представляет собой Т-образную КТ структуру. КТ A_1 входит во все ветви как общая начальная КТ и содержит пробный электрон в своем основном состоянии $|g_1\rangle$ на момент начала процесса кодирования. Рассмотрим в деталях верхнюю ветвь Т, взаимодействующую с кубитом q_A , состояние которого мы ходим закодировать. Ее вертикальная часть воспроизводит квазилинейную ВС, рассмотренную нами выше. КТ A_N , расположенная вблизи центрального кубита q_A , используется не только для операций на данном кубите, но также для операций, обусловленных состоянием данного кубита, на кубитах q_B и q_C , находящихся вблизи КТ B_N и

C_N . Следовательно, КТ A_N является общей КТ для квазилинейных субструктур с осью симметрии, перпендикулярной оси x . Две другие ветви, T' и T'' , получаются из ветви T путем поворота по часовой стрелке относительно КТ A_1 на углы $2\pi/3$ и $4\pi/3$, соответственно. Каждая из ветвей служит для организации контролируемого электростатического взаимодействия между пробным электроном и группой (кластером) из трех пространственно разделенных кубитов. Туннельное взаимодействие между ветвями контролируется посредством трех затворов G , G' и G'' .

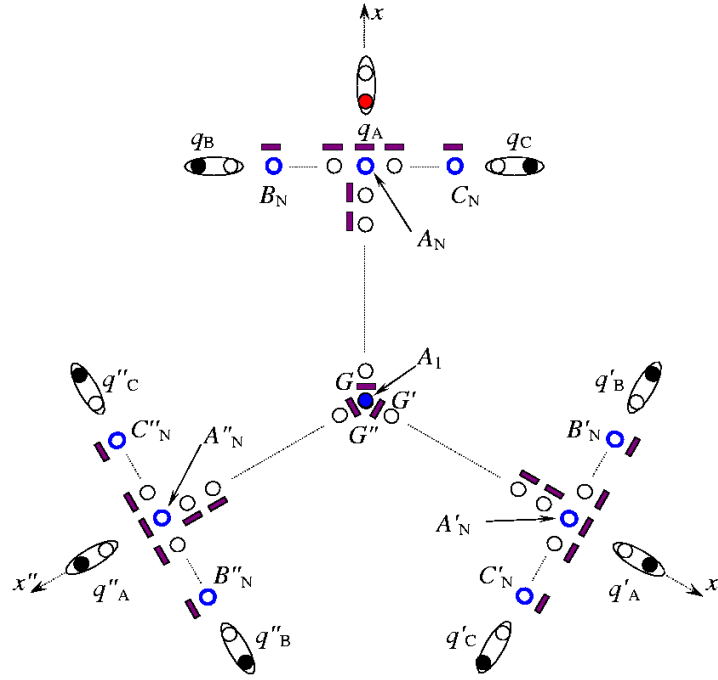


Рис. 6.16. Схема вспомогательной планарной КТ-структуры, используемой в процессе девятикубитного кодирования.

Отметим, что параметры ВС выбираются так, чтобы можно было пренебречь пространственной структурой кубитов в энергиях взаимодействия между ними, иными словами, кубиты должны взаимодействовать как точечные заряды. Алгоритм кодирования: Начальное состояние системы

«ВС+кубиты» (инициализация кластеров):

$$|\Psi_i\rangle = \left[c_0 |000\rangle |000\rangle' |000\rangle'' + c_1 |100\rangle |000\rangle' |000\rangle'' \right] |g_1\rangle. \quad (6.25)$$

2) Получение состояния (ППЭ $A_1 \rightarrow A_N$)

$$|\Psi\rangle = |\Psi_0\rangle + c_1 \Phi(t) |100\rangle |000\rangle' |000\rangle'' |g_N\rangle, \quad (6.26)$$

где $|\Psi_0\rangle = c_0 |000\rangle |000\rangle' |000\rangle'' |g_1\rangle$.

3) Вентиль Адамара к кубиту q_A' :

$$|\Psi\rangle \rightarrow H(q'_A)|\Psi_0\rangle + c_1\Phi(t)|100\rangle\left(|000\rangle' + |100\rangle'\right)|000\rangle''|g_N\rangle. \quad (6.27)$$

4) Вентиль CZ к кубиту q_A' при условии, что $q_A = 1$ (ППЭ $A_N \rightarrow A_N' \rightarrow A_N$):

$$|\Psi\rangle \rightarrow H(q'_A)|\Psi_0\rangle + c_1\Phi(t)|100\rangle\left(|000\rangle' - |100\rangle'\right)|000\rangle''|g_N\rangle. \quad (6.28)$$

5) Шаги 3) и 4) к кубиту q_A'' :

$$|\Psi\rangle \rightarrow H(q_A'')H(q'_A)|\Psi_0\rangle + c_1\Phi(t)|100\rangle\left(|000\rangle' - |100\rangle'\right)\left(|000\rangle'' - |100\rangle''\right)|g_N\rangle. \quad (6.29)$$

6) Вентиль Адамара к кубиту q_A :

$$|\tilde{\Psi}\rangle = [c_0|\tilde{\Psi}_0\rangle + c_1\Phi(T')|\tilde{\Psi}_1\rangle]|g_1\rangle, \quad (6.30)$$

где $|\tilde{\Psi}_{0(1)}\rangle = 2^{-\frac{3}{2}}(|000\rangle \pm |100\rangle)(|000\rangle' \pm |100\rangle')(|000\rangle'' \pm |100\rangle'')$. Длительность импульсов T' выбирается так, чтобы фазовый множитель в (6.30) равнялся 1.

7) Вентиль CNOT на кубите $q_B|q_A=1$ кластера q_A, q_B, q_C :

$$\begin{aligned} [|000\rangle \pm |100\rangle]|g_1\rangle &\xrightarrow{A_1 \rightarrow A_N} |000\rangle|g_1\rangle \pm |100\rangle|g_N\rangle \xrightarrow{H(q_B)} \\ |0\rangle[|0\rangle + |1\rangle]|0\rangle|g_1\rangle \pm |0\rangle[|0\rangle + |1\rangle]|0\rangle|g_N\rangle &\xrightarrow{A_N \rightarrow B_N \rightarrow A_N} \\ |0\rangle[|0\rangle + |1\rangle]|0\rangle|g_1\rangle \pm |0\rangle[|0\rangle - |1\rangle]|0\rangle|g_N\rangle &\xrightarrow{H(q_B)} |000\rangle|g_1\rangle \pm |110\rangle|g_N\rangle \end{aligned} \quad (6.31)$$

(здесь для простоты опущены фазовые множители и нормировочные коэффициенты).

8) Вентиль CNOT на кубите $q_C|q_A=1$ кластера q_A, q_B, q_C .

9) Шаги 7) и 8) для кластеров q'_A, q'_B, q'_C и q''_A, q''_B, q''_C . Результат:

$$|\Psi_f\rangle = c_0|0\rangle_S + c_1|1\rangle_S.$$

Процедура кодирования требует времени $T_{tot} = 24T_0 + 15T_H + 8\tau_0$ (T_H – время реализации вентиля Адамара). Положив $T_0 = 85$ пс, $T_H = \tau_0 = 10$ пс, получаем $T_{tot} = 2.3$ нс.

Отметим, что процедура коррекции, помимо кодирования, требует еще и проведения некоторых специфических измерений над кубитами кластера с целью извлечения информации о типе квантовой ошибки, имевшей место в данном кластере. Организовать такие измерения можно также с использованием вспомогательных структур, базирующихся на квантовых точках и работающим по тем же принципам, что эксплуатируются в схеме кодирования.

6.3 Выводы к Главе 6

В данной Главе мы предложили способ реализации условных квантовых операций с участием двух, трех и девяти зарядовых кубитов с использованием вспомогательной структуры на основе полупроводниковых КТ. Гибридизированные состояния данной структуры служат в качестве сенсорных состояний, чьи энергии и волновые функции зависят от орбитальных состояний КТ, представляющих кубиты. В частности, влияние состояния трехкубитного кластера на спектральные свойства структуры проявляется в сдвигах частот оптических переходов между одноэлектронными уровнями структуры. Параметры структуры должны быть выбраны таким образом, чтобы различные зарядовые конфигурации кластера соответствовали различным частотным сдвигам. Для этого требуется размещать кубиты в непосредственной близости к КТ-антеннам. Тогда частотное разрешение будет достаточным для осуществления селективного возбуждения только одного перехода. Как было показано, применение двух последовательных $\pi/2$ -импульсов, частота которых равна резонансной частоте данного перехода, к структуре, находящейся в основном состоянии, приводит к определенному фазовому сдвигу этого состояния. Фазовый сдвиг зависит от состояния кластера и может быть ассоциирован с нетривиальной эволюцией трехкубитного состояния.

Возможность выполнения условных квантовых операций CZ и CCZ позволяет конструировать операции CNOT и Тоффоли, соответственно, путем применения вентилей Адамара к контролируемому кубиту до и после указанных фазовых операций. Согласно общепринятому подходу, трехкубитный (универсальный) вентиль Тоффоли может быть реализован посредством десяти элементарных однокубитных вентиляей и шести двухкубитных вентиляей CNOT. В нашей схеме данный вентиль требует только четыре операции, а именно, два вентиля Адамара и два $\pi/2$ -инверсионных перехода. Таким образом, предложенный нами алгоритм реализации нетривиальных многокубитных вентиляей путем манипуляций со вспомогательной структурой, оказывается гораздо более экономным, чем стандартные алгоритмы, базирующиеся на использовании некоторого универсального набора одно- и двухкубитных вентиляей.

Предложена следующая схема запутывания кубитов в масштабируемом планарном регистре, использующая не прямое взаимодействие между кубитами, которое опосредовано вспомогательной структурой (ВС). Структура сформирована из квазилинейных цепочек КТ и содержит один (пробный) электрон в квантованной части зоны проводимости. Одноэлектронный спектр такой структуры зависит от состояния кубитов из-за кулоновского взаимодействия между пробным электроном и электронами кубитов. На основании

последовательного применения процедуры ППЭ был разработан алгоритм для двух- и многокубитных операций, а также схема помехоустойчивых квантовых вычислений для прототипа квантового регистра из 9ти кубитов (код Шора). Дальнейшая оптимизация данного алгоритма предполагает, в частности, увеличения скорости выполнения операций за счет надлежащего выбора параметров КТ и электромагнитного поля. Мы полагаем, что принцип непрямого взаимодействия в системе полупроводниковых зарядовых кубитов, рассмотренный в данной работе, может быть применен и для более сложных систем.

ГЛАВА 7. АРХИТЕКТУРА-ПРОТОТИП КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА НА КТ И ДОНОРНЫХ АТОМАХ

7.1. Одноэлектронная донорная пара как альтернатива полупроводниковой ДКТ

На сегодняшний день существует большое число работ, рассматривающих совокупности донорных атомов в полупроводниковой матрице – КТ особого класса – в качестве базы для реализации полномасштабного твердотельного квантового компьютера (КК). Начиная с модели Кейна [9], где ядерные спины атомов фосфора в кремнии служили для кодирования квантовой информации, было предложено несколько альтернативных схем, использующих для этой цели орбитальные [32 - 34] и спиновые [10] степени свободы донорных электронов. В частности, структура, состоящая из двух доноров [32] и содержащая один электрон (или, иначе говоря, однократно ионизированная донорная пара), не раз предлагалась в качестве твердотельного масштабируемого кубита. Орбитальные состояния электрона, локализованные на разных донорах (как и в обычных КТ) в отсутствие внешнего поля, могут быть использованы в качестве логических состояний кубита. Подобная схема кодировки квантовой информации обеспечивает пространственное разделение логических состояний и обладает указанными выше преимуществами по сравнению со схемами, рассматривающими основное и первое возбужденное состояния одной КТ в качестве базисных состояний кубита. Считывание результата вычисления производится при помощи ОЭТ или же КТК – квантовых детекторов, работающих в режиме кулоновской блокады. Данные методики используют емкостную связь между кубитом и измерительным прибором с протекающим через него слабым током, величина которого обуславливается наличием или отсутствием электрона в ближайшей к детектору квантовой точке. Измеряя ток через детектор, можно определить, в какой из КТ наноструктуры локализован электрон, иными словами, в каком состоянии находится кубит.

Обсуждавшийся в предыдущих главах другой способ управления подобным кубитом основан на оптических переходах, связывающих логические (локализованные) состояния структуры с возбужденными (делокализованными) состояниями. Мы видели, что произвольная однокубитная операция может быть реализована с использованием двух одновременно действующих лазерных импульсов, частоты которых близки к частотам переходов между логическими и возбужденными состояниями. Данная схема обладает определенными преимуществами по сравнению со схемами, где применяется электростатический контроль, поскольку характеризуется более высокой избирательностью за счет настройки импульсов в резонанс со структурой и гораздо более низкими напряженностями внешних полей. Вместе с тем, она требует высокой точности регулирования частоты, поляризации, длительности и напряженности лазерных импульсов. Кроме того, заселение промежуточного

делокализованного состояния, лежащего вблизи края потенциального барьера, может вызвать декогерентизацию кубита вследствие ухода электрона в континуум или же спонтанной эмиссии из этого состояния.

В целях улучшения данного способа реализации квантовых вычислений нами разработан вариант оптического управления состоянием кубита, для которого упомянутые выше трудности могут быть устранены с помощью рамановской схемы. Нерезонансные лазерные импульсы могут использоваться как для осуществления произвольных однокубитных вращений, так и для транспортировки электрона между удаленными донорами. Данный метод базируется на рамановских переходах между локализованными состояниями эффективного молекулярного иона, когда возбужденные (делокализованные) состояния, независимо от их количества, используются в качестве транспортных каналов. Как известно из атомной оптики, такой способ когерентного переноса населенности является очень надежным, хотя и медленным по сравнению с резонансным переносом.

В данной Главе мы представляем принципиальную схему полномасштабного квантового компьютера, который использует в качестве элементной базы упорядоченные массивы имплантированных доноров, снабженных электростатическими затворами, контролирующими частоты оптических переходов, а также туннельные связи между донорами. Два донорных атома, один из которых предварительно ионизован, представляют его элементарную ячейку (кубит). Оптические нерезонансные импульсы, вызывающие рамановские переходы между логическими и возбужденными уровнями структуры, осуществляют однокубитные квантовые операции. Данный тип квантовой динамики используется также на промежуточных этапах выполнения двухкубитных операций или для транспортировки квантового бита в квантовом регистре. Для этого нами предусмотрена вспомогательная квазиодномерная структура (ВС), состоящая из ионизованных доноров и содержащая один пробный электрон, который может перемещаться по структуре под действием лазерных импульсов. Если пробный электрон перемещен на донор, находящийся вблизи какого-либо кубита, то вследствие кулоновского взаимодействия между ним и электроном кубита энергетические уровни и резонансные частоты электронных переходов последнего изменяются. Как следствие, в зависимости от наличия или отсутствия пробного электрона на ближайшем к данному кубиту вспомогательном доноре (ВД), возможны две конфигурации энергетических уровней кубита. Поскольку лишь импульсы, находящиеся в двухфотонном резонансе со структурой, представляющей кубит (далее – просто кубит), могут генерировать требуемые переходы, необходимая условность обеспечивается одной парой таких импульсов, частоты которых находятся в двухфотонном резонансе с частотами кубита в одной из двух конфигураций. В свою очередь, динамика пробного

электрона также следует этому сценарию и зависит от того, в каком состоянии находится кубит. Электростатическое напряжение, подаваемое на затворы, размещенные на диэлектрическом слое между данными ВД и остальной частью ВС, способствует формированию эффективного оптического контура, объединяющего два (и более) кубита. Используя такую схему, мы разработали метод реализации квантовых операций, необходимых для выполнения произвольного квантового алгоритма: однокубитных поворотов, нетривиальных двухкубитных операций, инициализации, измерения. Мы продемонстрировали, что, например, операция CZ требует четырехстадийного процесса, также как и измерение произвольного кубита. Заметим, что длительность двухкубитных операций в нашей схеме не зависит от расстояния между кубитами.

7.2. Электронные переходы в молекулярном H_2^+ - ионе в лазерном поле

Прежде чем приступить к изучению механизмов обработки квантовой информации в полномасштабном КК, рассмотрим основные черты поведения электрона в кубите под действием двух лазерных импульсов. Как мы покажем, данный тип квантовой эволюции обеспечивает реализацию всех вышеперечисленных операций. Рассмотрим два донора A и B , формирующие водородоподобный молекулярный ион с электроном, который первоначально локализован в одном из основных состояний $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$ доноров A и B соответственно, или же в их произвольной суперпозиции $|\Psi(t_0)\rangle = \alpha_0|A0\rangle + \beta_0|B0\rangle \equiv (\alpha_0, \beta_0)^T$ (Рис. 7.1). Расстояние l между донорами предполагается достаточно большим, чтобы локализованные состояния $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$ можно было считать изолированными друг от друга. Кроме того, существуют состояния $\{|k_{\text{exc}}\rangle\}$, возникающие вследствие гибридизации возбужденных орбиталей изолированных доноров за счет туннелирования электрона.

В отсутствие лазерных полей гамильтониан электрона в такой структуре имеет вид

$$H_0 = \varepsilon_{A0}|A0\rangle\langle A0| + \varepsilon_{B0}|B0\rangle\langle B0| + \sum_{k \in \{k\}_{\text{exc}}} \varepsilon_k |k\rangle\langle k|, \quad (7.1)$$

где ε_{A0} , ε_{B0} и ε_k суть энергии электрона в данных состояниях. Отметим, что энергии ε_{A0} и ε_{B0} состояний $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$ могут отличаться друг от друга на величину $\Delta = \varepsilon_{B0} - \varepsilon_{A0}$, которая может быть обусловлена естественной асимметрией структуры (например, когда используются разные имплантанты) и/или электростатическим напряжением, приложенным к затвору V^a .

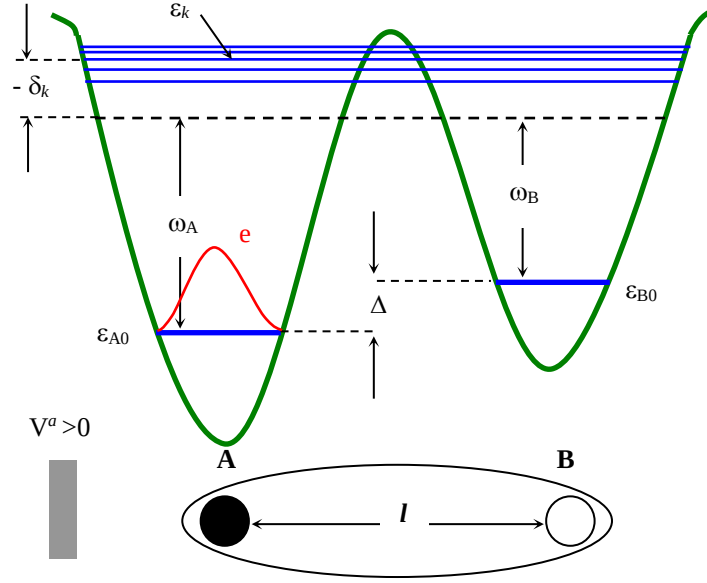


Рис. 7.1. Схема управления квантовым состоянием зарядового кубита, представленном однократно ионизированной донорной парой. Вверху: энергетическая диаграмма кубита, образованного донорами A и B и подверженного воздействию двух лазерных импульсов, частоты которых ω_A и ω_B удовлетворяют условию двухфотонного резонанса $\varepsilon_{A0} + \omega_A = \varepsilon_{B0} + \omega_B$ с логическими состояниями кубита, которые суть локализованные одноэлектронные орбитали $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$. Импульсы отстроены от резонанса с возбужденным (делокализованным) состоянием $|k\rangle$ на величину δ_k . Внизу: разность энергий логических состояний Δ индуцируется поданным на затвор V^a положительным напряжением; l – расстояние между донорами, x – ось кубита.

Предположим, что наша структура взаимодействует с электромагнитным полем двух лазерных импульсов: $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_A(t) \cos(\omega_A t + \varphi_A) + \mathbf{E}_B(t) \cos(\omega_B t + \varphi_B)$, где $\mathbf{E}_A(t) = \mathbf{E}_A f_A(t)$, $\mathbf{E}_B(t) = \mathbf{E}_B f_B(t)$ – медленно меняющиеся амплитуды, $\omega_{A(B)}$ – частоты, $\varphi_{A(B)}$ – фазы этих импульсов. В этом случае динамика электрона описывается гамильтонианом

$$H = H_0 + \mathbf{E}(t) \sum_{k \in \{k\}_{exc}} (\mathbf{d}_{Ak} |A0\rangle \langle k| + \mathbf{d}_{Bk} |B0\rangle \langle k| + h.c.), \quad (7.2)$$

где $\mathbf{d}_{A(B)k} = \langle A(B) | -e\mathbf{r} | k \rangle$ – матричные элементы оптического дипольного перехода между локализованным состоянием $|A(B)0\rangle$ и делокализованным состоянием $|k\rangle$, e – заряд и $\mathbf{r}$ – радиус-вектор электрона. (Мы рассматриваем только переходы между локализованными состояниями и совокупностью делокализованных состояний $\{|k_{exc}\rangle\}$). Пусть частоты импульсов $\omega_{A(B)}$ отстроены от частот переходов $\omega_{A(B)k} = \varepsilon_k - \varepsilon_{A(B)0}$ на величины $\delta_{A(B)k} = \omega_{A(B)} - \omega_{A(B)k}$ и находятся в двухфотонном резонансе, то есть $\varepsilon_{A0} + \omega_A = \varepsilon_{B0} + \omega_B$ или, что то же самое,

$\delta_{Ak} = \delta_{Bk} \equiv \delta_k$ (здесь и далее $\hbar \equiv 1$). Более того, мы предполагаем, что импульс с частотой $\omega_{A(B)}$ индуцирует переходы только между состояниями $|A(B)0\rangle$ и $\{|k_{exc}\rangle\}$. Это означает, что величины Δ и δ_k должны существенно различаться для всех k .

Если частоты импульсов близки к резонансным частотам для перехода $\{|A0\rangle, |B0\rangle\} \rightleftharpoons |k\rangle$, а именно, если $\delta_k \ll \omega_{A(B)k}$, то в структуре происходят рабиевские осцилляции электрона. Характер этих осцилляций определяется отношениями между коэффициентами взаимодействия структуры с полем, $\lambda_{A(B)k} = \mathbf{d}_{A(B)k} \mathbf{E}_{A(B)} / 2$, и отстройками от резонанса δ_k . Если одна из отстроек, например δ_r , значительно меньше, чем соответствующие коэффициенты $\lambda_{A(B)r}$, т.е. $|\delta_r| \ll |\lambda_{0r}|, |\lambda_{1r}|$, то динамика электрона описывается трехуровневой схемой [248], характеризующейся рабиевской частотой переходов между состояниями $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$ порядка $\lambda_{A(B)r}$ и значительным заселением промежуточного (транспортного) уровня $|r\rangle$. Если же имеет место обратное неравенство, причем для всех состояний из совокупности $\{|k_{exc}\rangle\}$, то система демонстрирует существенно двухуровневую динамику с участием состояний $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$ и рабиевской частотой порядка $\lambda_{Ar} \lambda_{Br}^* / \delta_r^2$ (возбужденные уровни заселены лишь виртуально).

Здесь нас будет интересовать только нерезонансный случай, то есть когда неравенства $|\lambda_{Ak}|, |\lambda_{Bk}| \ll |\delta_k|$ справедливы для всех k . Вектор состояния электрона может быть представлен в виде

$$|\Psi(t)\rangle = c_{A0}(t) e^{-i\varepsilon_{A0}t} |A0\rangle + c_{B0}(t) e^{-i\varepsilon_{B0}t} |B0\rangle, \quad (7.3)$$

причем ошибка, вносимая в выражение (7.3) из-за пренебрежения населенностями возбужденных состояний, составляет величину порядка $\max(|\lambda_{A(B)k}|^2 / \delta_k^2) \ll 1$. Амплитуды вероятности $c_{A0}(t)$ и $c_{B0}(t)$ обнаружить электрон в момент времени t в состояниях $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$ определяются из решения системы уравнений

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} c_{A0} \\ c_{B0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda_{A^2}(t) & \Lambda_{AB}(t) \\ \Lambda_{AB}^*(t) & \Lambda_{B^2}(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{A0} \\ c_{B0} \end{pmatrix}, \quad (7.4)$$

где $\Lambda_{A^2}(t) = \Lambda_{A^2} f_A^2(t)$, $\Lambda_{B^2}(t) = \Lambda_{B^2} f_B^2(t)$, $\Lambda_{AB}(t) = \Lambda_{AB} f_A(t) f_B(t)$ и $\Lambda_{A^2} = \sum_k |\lambda_{Ak}|^2 / \delta_k$,
 $\Lambda_{B^2} = \sum_k |\lambda_{Bk}|^2 / \delta_k$, $\Lambda_{AB} = e^{i(\varphi_A - \varphi_B)} \sum_k \lambda_{Ak} \lambda_{Bk}^* / \delta_k$. Система уравнений (7.4) описывает эволюцию двухуровневой системы во внешнем поле с эффективным коэффициентом взаимодействия $\Lambda_{AB}(t)$ и эффективной отстройкой $\Lambda_{A^2}(t) - \Lambda_{B^2}(t)$. В дальнейшем мы будем предполагать, что величины $\lambda_{A(B)k}$ действительны.

Удобно ввести угол параметризации при помощи следующих соотношений:

$$\cos[\Theta(t)] = [\Lambda_{A^2}(t) - \Lambda_{B^2}(t)] / 2\Omega(t), \quad \sin[\Theta(t)] = |\Lambda_{AB}(t)| / \Omega(t), \quad (7.5)$$

где

$$\Omega(t) = \sqrt{[\Lambda_{A^2}(t) - \Lambda_{B^2}(t)]^2 / 4 + |\Lambda_{AB}(t)|^2} \quad (7.6)$$

- мгновенная («instantaneous») частота Раби. Двухуровневая задача допускает аналитическое решение, если выполнено условие адиабатичности $|\dot{\Theta}(t)| \ll \Omega(t)$. В этом случае эволюция вектора состояния электрона задается матрицей U :

$$|\Psi(t)\rangle = U |\Psi(t_0)\rangle, \quad U = e^{-i[\varepsilon_{A0}t + \varphi_A(t)]} \begin{pmatrix} u_{00} & u_{01} \\ u_{10}e^{-i\Delta t} & u_{11}e^{-i\Delta t} \end{pmatrix}, \quad (7.7)$$

где

$$\begin{aligned} u_{00} &= u_{11}^* = e^{-i\tilde{\Omega}(t)} \cos[\Theta(t)/2] \cos[\Theta(t_0)/2] + e^{i\tilde{\Omega}(t)} \sin[\Theta(t)/2] \sin[\Theta(t_0)/2], \\ u_{01} &= -u_{10}^* = \\ &= e^{i(\varphi_A - \varphi_B)} \left\{ e^{-i\tilde{\Omega}(t)} \cos[\Theta(t)/2] \sin[\Theta(t_0)/2] - e^{i\tilde{\Omega}(t)} \sin[\Theta(t)/2] \cos[\Theta(t_0)/2] \right\} \end{aligned} \quad (7.8)$$

и

$$\tilde{\Omega}(t) = \int_{t_0}^t \Omega(t') dt', \quad \varphi_A(t) = \int_{t_0}^t \frac{\Lambda_{A^2}(t') + \Lambda_{B^2}(t')}{2} dt'. \quad (7.9)$$

Если огибающие импульсов одинаковы, то есть $f_A(t) = f_B(t) \equiv f(t)$, то выражения (7.7) – (7.9) дают точное решение системы уравнений (7.4), так как в этом случае $\dot{\Theta} \equiv 0$.

Полученные выражения описывают произвольное вращение вектора состояния кубита по сфере Блоха и обладают достаточной общностью. Например, динамика кубита, вызываемая стимулированным рамановским прохождением STIRAP [242], [248], также удовлетворяет этим выражениям. Известно, что данные методы организации квантовых операций весьма популярны в настоящее время и бурно развиваются. Применительно к нашей ситуации, они могут быть весьма полезны для организации взаимодействия между удаленными донорными атомами вспомогательной структуры. Весьма важно и то, что мы формально используем одновременно все возбужденные состояния (включая континуум) в качестве виртуальных транспортных каналов, при этом детальное знание высоколежащей части спектра электрона не является необходимым. Преимущества такого подхода к выбору параметров лазерных импульсов по сравнению с резонансными схемами обсуждается в разделе 7.4.

7.3. Обработка квантовой информации

Мы можем использовать индуцированную лазерным полем квантовую динамику электрона в наноструктуре для обработки квантовой информации, закодированной в орбитальные степени свободы электрона. Мы представляем архитектуру полномасштабного КК, управляемого согласно схеме, описанной выше. Традиционно считается, что каждая модель КК должна удовлетворять пяти критериям [1], проверяющим, помимо возможности реализации одно- и двухкубитных операций, ее масштабируемость, способ инициализации, надежность обработки квантовой информации при наличии каналов декогерентизации, а также механизм считывания результата вычислений. Ниже мы рассмотрим все эти пункты, акцентируя внимание на алгоритме реализации нетривиальной двухкубитной операции CZ. Все основные функциональные части КК приведены на рис. 7.2.

7.3.1. Принципиальная схема полномасштабного квантового компьютера

Мы начинаем с обсуждения деталей, касающихся устройства масштабируемого квантового бита. Как уже упоминалось выше, структура из двух донорных атомов, формирующих молекулярный ион, может использоваться в качестве кубита. Множество таких кубитов формируют квантовый регистр полномасштабного КК. Логические состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ данного кубита представлены одноэлектронными $1s$ – орбиталями $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$ (см. 7.2) донорной пары, следовательно, произвольное состояние регистра записывается в виде суперпозиции всех возможных 2^N конфигураций базисных состояний N кубитов регистра. Каждый кубит q_i снабжен тремя металлическими затворами V_i^a , V_i^b и V_i^r , расположенными на диэлектрическом слое над структурой и предназначенными для контроля перекрытия

пространственных электронных орбиталей отдельных доноров (т.е. степень гибридизации возбужденных состояний и туннелирования электрона по этим каналам), а также для настройки в резонанс (вывода из резонанса) с лазерным полем частот переходов кубитов за счет варьирования электростатическим полем затвора потенциального рельефа структуры.

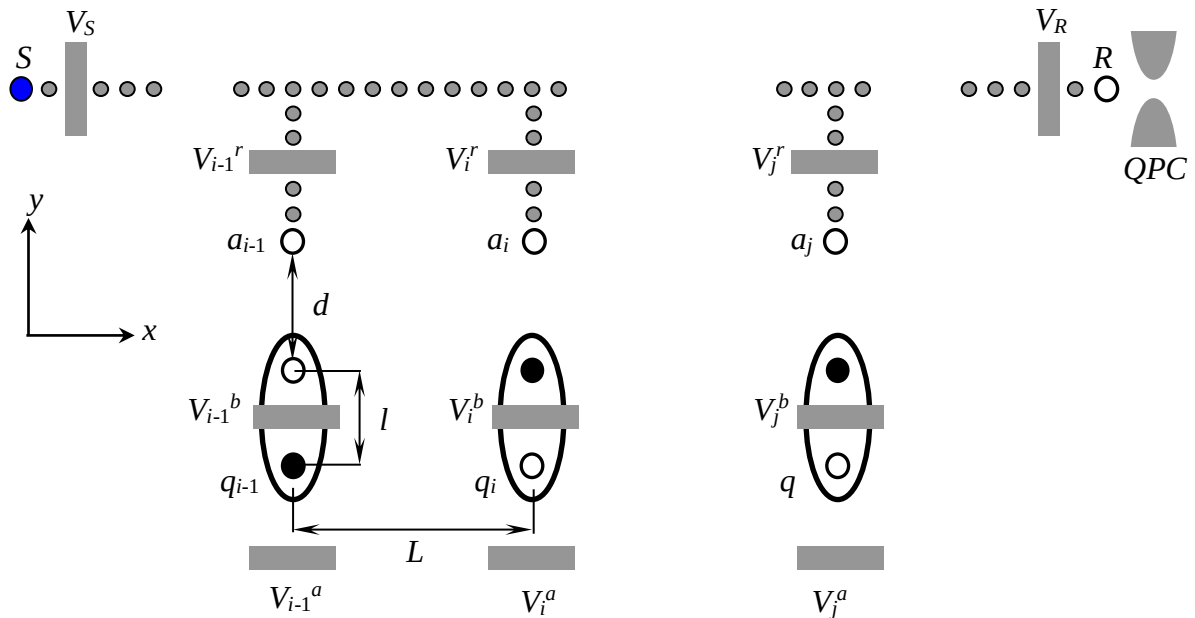


Рис. 7.2. Принципиальная схема полномасштабного квантового компьютера. Каждый кубит q_i , $i=1-N$ снабжен вспомогательными затворами V_i^a , V_i^b и V_i^r (см. текст). Закрашенный (пустой) кружок символизирует донор, содержащий (не содержащий) локализованный в основном состоянии электрон. Вспомогательная структура сформирована из квазилинейных цепочек ионизованных доноров, на концах которых находятся вспомогательные доноры S , R и a_i , и содержит пробный электрон, локализованный в основном состоянии донора S . Совокупность затворов V_S , V_R и V_i^r используется для формирования эффективного оптико-туннельного канала, обеспечивающего косвенное взаимодействие выбранной пары произвольных кубитов. Квантовый точечный контакт QPC предназначен для измерения состояния нужного кубита по величине тока I_{QPC} через контакт. L – расстояние между кубитами, d – расстояние между кубитом q_i и вспомогательным донором a_i .

Для реализации произвольного однокубитного вращения необходимо, чтобы энергии логических состояний кубита были разными. Разность энергий Δ может быть достигнута путем подачи напряжения на затвор V_i^a . При этом следует помнить, что вводимая асимметрия дает дополнительную временную зависимость вектора состояния кубита, выражающуюся через осциллирующую экспоненту $\exp(-i\Delta t)$ в формуле (7.7). Кроме того, фаза будет накапливаться и в ходе включения/выключения импульса напряжения на затворе. Пусть для простоты величина Δ постоянна в течение действия лазерного импульса, тогда полная разность фаз, приобретаемая кубитом вследствие наличия (контролируемой) разности энергий его состояний, дается формулой $\varphi_\Delta = (T + 2\beta\tau)\Delta$, где T – длительность лазерного импульса, τ – время

включения импульса напряжения и β - параметр, определяемый формой импульса напряжения. Для прямоугольного импульса с гауссовыми участками подъема/спада имеем

$$\Delta(t) = \Delta \left\{ \exp(-t^2/\tau^2) + \theta(t) \left[1 - \exp(-t^2/\tau^2) \right] - \theta(t-T) \left[1 - \exp(-(t-T)^2/\tau^2) \right] \right\} \quad (7.10)$$

и $\beta = \sqrt{\pi}/2$. Далее мы будем считать, что наша структура симметричная, и энергии логических состояний кубита в отсутствие электростатического напряжения на затворе V_i^a совпадают. Желательно, чтобы длительность операции $T+2\tau$ была выбрана таким образом, чтобы скомпенсировать фазовый множитель в выражении (7.7). Вообще, если возможен надежный контроль за импульсом напряжения на затворе, то он может использоваться в качестве дополнительного инструмента для реализации квантового алгоритма. Подчеркнем, однако, что в нашей схеме наличие разности энергий Δ вызвано лишь необходимостью адресного возбуждения одним импульсом соответствующего плеча трехуровневой схемы, а не для прямой реализации фазового сдвига, как в работах [32] и [33]. Затворы V_i^a могут быть также использованы для инициализации кубитов и на этапе пре-инициализации для ионизации ближайших донорных атомов.

Второй затвор, V_i^b , используется для защиты кубита q_i от нежелательной эволюции, которая может быть вызвана статическими полями или лазерными импульсами, действующими на соседние кубиты. В отличие от схем, рассмотренных в работах [15] и [33], где аналогичные затворы использовались для тонкой настройки перекрытия орбиталей локализованных (логических) состояний зарядового кубита с целью реализации операции инверсии, в нашей схеме затворы типа V_i^b играют вспомогательную роль дополнительного ключа. Подача отрицательного напряжения на указанные затворы приводит к блокаде виртуального туннелирования электрона через возбужденные уровни структуры, значительно уменьшая потенциальную возможность паразитной связи между состояниями данного кубита. Этот эффект легко объясняется на основе решения задачи о поведении электрона, помещенного в симметричный бистабильный потенциал, во внешнем электростатическом или переменном нерезонансном поле. В обоих случаях будет иметь место когерентный перенос электрона между локализованными в разных ямах уровнями (вырожденными по энергии), как и в случае, когда на систему действует резонансный импульс. Однако роль транспортных уровней, для которых перекрытие орбиталей отдельных ям значительно, будет принципиально отличаться от резонансного случая. В самом деле, если подавить туннелирование электрона между ямами через эти уровни (подав отрицательное напряжение на указанный затвор), то резонансный импульс будет индуцировать переходы между локализованным и возбужденным состояниями

одной ямы, где и находился электрон, в то время как под действием нерезонансного поля электрон будет оставаться в своем начальном состоянии (вероятность возбуждения имеет порядок отношения $\lambda_{\text{Ак}}^2/\omega_{\text{Ак}}^2$ и крайне мала).

Третий затвор, V_i^r , играет важную роль в организации взаимодействия между разными кубитами. Для выполнения квантовых операций на двух и более кубитах или для измерения состояния данного кубита нам требуется надежный способ обеспечения селективной связи между кубитами или кубитом и измерительным прибором. В отличие от схем, где используется прямое кулоновское взаимодействие между соседними кубитами с целью проведения условных квантовых операций [17], [18], мы рассматриваем связь между произвольными кубитами, осуществляемую при помощи вспомогательной структуры (ВС). Данная структура представляет собой квазилинейную цепочку имплантированных ионизованных доноров с ответвлениями в направлении каждого кубита. Энергетическая структура доноров, формирующих тело структуры, такая же, как и доноров, образующих кубит. Это значит, что возбужденные состояния доноров ВС являются делокализованными по всей структуре и, по сути, обеспечивают квантовый канал связи между всеми донорами ВС. Структура содержит один пробный электрон, который может быть перемещен между основными состояниями двух произвольных доноров согласно процедуре, описанной в разделе 7.2. Если электрон перемещается на один из доноров a_i , расположенных на концах ответвлений (см. рис. 7.2), то он будет взаимодействовать с электроном i -ого кубита. Энергия электростатического взаимодействия $U(r) = e^2/\epsilon r$ (ϵ - диэлектрическая проницаемость среды) будет разной для разных состояний кубита $|0\rangle_i$ ($r = d + l$) и $|1\rangle_i$ ($r = d$), что обеспечивает необходимую условность вследствие различия оптических частот переходов кубита для разных логических состояний. ВС снабжена еще двумя донорами, S и R . В начале каждого алгоритма электрон находится в основном состоянии донора S . Донор R служит для организации емкостной связи между перемещенным на него электроном и измерительным прибором (например, квантовым точечным контактом), детектирующим наличие/отсутствие электрона на данном доноре по окончании вычислений. Туннельная связь между донорами S и R и ВС контролируется затворами V_S и V_R . Отрицательное напряжение, поданное на затвор V_R , обеспечивает блокаду донора R , до тех пор пока не потребуется произвести считывание результата вычисления. Когда затворы V_S и V_r^i открыты (то есть напряжение на них не подается), донор a_i может взаимодействовать с донором S за счет туннелирования возбужденного электрона. Вообще, выбирая определенным способом комбинацию напряжений на затворах V_r^i , можно

сформировать оптическую схему из произвольных доноров a_i , S и R . Строго говоря, доноры a_i , S и R характеризуются спектром, который отличается от спектра внутренних доноров ВС, и следовательно, должны быть представлены другим типом атомов, отличным от того, что использовался при формировании тела ВС. Это необходимо для того, чтобы избежать заселения основных состояний внутренних доноров ВС при наложении на структуру лазерных импульсов, перемещающих пробный электрон между основными состояниями доноров a_i , S и R (см. ниже). Этого можно достичь, если использовать атомы Bi или As [249] – «глубокие» доноры, вместо «мелких» доноров фосфора в кремнии, формирующих кубиты и внутреннюю структуру ВС.

Расстояние L между ближайшими кубитами предполагается достаточно большим, чтобы можно было пренебречь разницей энергий всех возможных 2^N зарядовых конфигураций квантового регистра, что достигается за счет следующего выбора геометрических параметров: $l \ll L$. Кроме того, вспомогательные затворы могут быть расположены между кубитами для дополнительной экранировки электронов кубитов. Таким образом, все кубиты могут рассматриваться друг относительно друга как элементарные заряды, не обладающие пространственной структурой, и, как следствие, без какой-либо условности, вызванной различиями между электронными конфигурациями. Учет кулоновского взаимодействия между электронами внутри регистра приводит к полной энергии электростатического отталкивания между ближайшими электронами, $E_{Coul} \approx (N-1)U(L)$, и одинаковому сдвигу в энергиях кубитов: $\varepsilon_i \rightarrow \varepsilon_i + 2U(L)$.

7.3.2. Инициализация

Инициализация КК означает, что все кубиты находятся в состоянии $|0\rangle$, а квантовое состояние регистра КК есть $|Q\rangle_0 = |00...0\rangle$. Чтобы провести инициализацию, нужно сделать зарядовую конфигурацию, соответствующую инициализованному состоянию, наиболее энергетически выгодной. В нашей схеме это достигается путем подачи положительного напряжения на все затворы типа V_a^i , после чего электроны кубитов перейдут в наинизшее энергетическое состояние $|A0\rangle_i = |0\rangle_i$. После этого напряжение с затворов должно быть снято.

7.3.3. Однокубитные вращения и двухкубитная операция CZ

Как известно, всякая двухкубитная операция может быть представлена в виде определенной последовательности однокубитных операций и нетривиальной двухкубитной

операции, приводящей к запутыванию кубитов [1]. Один из способов осуществить однокубитное вращение посредством одноэлектронной динамики описывается уравнениями (7.3) – (7.4). Например, такие квантовые операции, как NOT (σ_x): $(\alpha_0, \beta_0)^T \rightarrow (\beta_0, \alpha_0)^T$, PHASE (σ_z): $(\alpha_0, \beta_0)^T \rightarrow (\alpha_0, -\beta_0)^T$ и HADAMARD (H): $(\alpha_0, \beta_0)^T \rightarrow [(\alpha_0 + \beta_0)/\sqrt{2}, (\alpha_0 - \beta_0)/\sqrt{2}]^T$ требуют следующего выбора параметров импульсов (с одинаковыми огибающими):

$$\tilde{\Omega}(T) = \pi/2 + \pi k, T\Delta = 2\pi l, \varphi_A - \varphi_B = 2\pi m \quad (7.11)$$

и

$$\Theta_0(\sigma_x) = \pi/2 + \pi n, \Theta_0(\sigma_z) = \pi n, \Theta_0(H) = \pi/4 + \pi n, \quad (7.12)$$

соответственно (k, l, m, n – целые числа). Оценим время, необходимое для выполнения операции NOT. Если напряженности импульсов имеют порядок $E_A \approx E_B \sim 10^2 \text{ В/см}$, а эффективный борковский радиус донорного электрона есть $a \sim 3 \text{ нм}$, то для коэффициентов взаимодействия мы получаем следующую оценку: $|\lambda_{Ak}| \approx |\lambda_{Bk}| \sim eaE_{A(B)} \sim 10^{-4} \text{ эВ}$. Полагая $|\delta_k| \sim 10^{-3} \text{ эВ}$ (для $k \sim k_{\text{exc}}^{\text{min}}$), мы находим, что $|\Lambda_{A^2}| \geq |\lambda_{Ak}|^2 / |\delta_k| \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Следовательно, время действия внешних лазерных импульсов $T_{\text{NOT}} \sim \Lambda_{A^2}^{-1}$, инвертирующих состояние кубита, составляет величину порядка наносекунды. Более точная оценка требует детального знания структуры спектра и матричных элементов оптического дипольного перехода между основными и возбужденными состояниями молекулярного иона.

Далее мы рассмотрим последовательность шагов, приводящих к реализации одной из наиболее известных двухкубитных операций, а именно, операции CZ. Она является частным случаем операции CPHASE,

$$\text{CPHASE} = |00\rangle\langle 00| + |01\rangle\langle 01| + |10\rangle\langle 10| + e^{i\psi} |11\rangle\langle 11|, \quad (7.13)$$

если $\psi = \pi$, что эквивалентно выполнению операции σ_z на контролируемом кубите, когда контролирующий кубит находится в состоянии «единица». В нашей схеме квантовая эволюция, реализующая указанную операцию с участием контролирующего кубита q_i и контролируемого кубита q_j , подразумевает также использование ВС и вспомогательных доноров S, a_i и a_j . В зависимости от того, в каком из своих состояний $|q_{i,j}\rangle$ находятся данные кубиты, возможны

четыре конфигурации основных энергетических уровней $|S\rangle, |a(q)\rangle_i, |a(q)\rangle_j$, см. рис. 7.3 (а) – (г). Алгоритм состоит из четырех шагов.

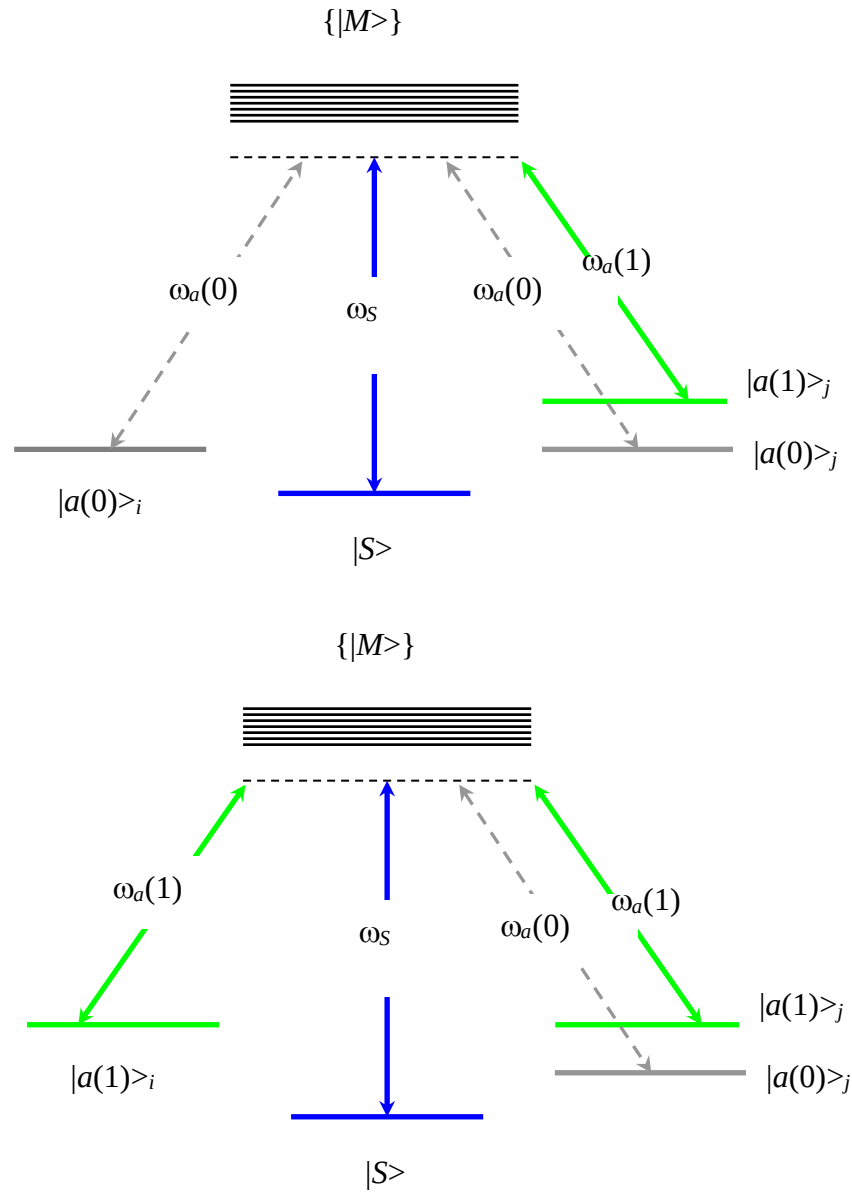


Рис. 7.3. Эффективные рамановские схемы оптических переходов с участием основных состояний вспомогательных доноров S , a_i и a_j , чьи энергии зависят от состояния кубитов q_i и q_j : а) $|q\rangle_i |q\rangle_j = |00\rangle$, б) $|q\rangle_i |q\rangle_j = |01\rangle$, в) $|q\rangle_i |q\rangle_j = |10\rangle$, г) $|q\rangle_i |q\rangle_j = |11\rangle$. Два лазерных импульса с частотами ω_S и $\omega_a(1)$ используются для переноса пробного электрона между донорами S и a_j , который будет иметь место только для конфигурации г). Возбужденная подзона $\{|M\rangle\}$, образованная делокализованными состояниями вспомогательной структуры, используется в качестве виртуального канала для переноса пробного электрона.

Во-первых, нам следует сформировать эффективную двухуровневую оптическую схему из основных состояний доноров S и a_i (левый и центральный переходы на энергетических диаграммах, рис. 7.3). Это достигается путем подачи отрицательного напряжения на затворы

$V_k^r, k \neq i$, для того, чтобы заблокировать туннельную связь между ВС и всеми ВД, за исключением a_i . После этого состояния $|S\rangle$ и $|a(q)\rangle_i$ приводятся в косвенное взаимодействие в соответствие со схемой, описанной в разделе 7.2, где частоты импульсов выбираются как $\omega_A \equiv \omega_S, \omega_B \equiv \omega_a(1)$. В данном случае вспомогательные уровни представлены совокупностью $\{|M\rangle\}$ гибридизированных возбужденных состояний доноров ВС. Разность электростатических энергий $\Delta_a \approx U(d) - U(d+l)$ (т.е., геометрия расположения ВС и кубита) и частота $\omega_a(1)$ должны выбираться таким образом, чтобы состояние $|a(0)\rangle_i$ ВД a_i , соответствующее состоянию i -ого кубита $|0\rangle_i$, имело пренебрежимо малую населенность по окончании действия импульсов. Такая ситуация реализуется, если частоты импульсов удовлетворяют условию двухфотонного резонанса для оптической схемы, соединяющей состояния $|S\rangle$ и $|a(1)\rangle_i$, а именно, если выполняется равенство $\varepsilon_S + \omega_S = \varepsilon_{a_i(1)} + \omega_a(1)$, а условие двухфотонного резонанса для оптической схемы, соединяющей состояния $|S\rangle$ и $|a(0)\rangle_i$, нарушается: $\varepsilon_S + \omega_S \neq \varepsilon_{a_i(0)} + \omega_a(1)$. Последнее подразумевает, что $\Delta_a \gg |\lambda_{A(B)k}|$ для всех k . В этом случае действие лазерных импульсов не затрагивает конфигурации, представленные на рис. 7.3 (а) – (б), и пробный электрон остается локализованным в основном состоянии донора S . Если же $|a(q)\rangle_i = |a(1)\rangle_i$, рис. 7.3 (в) – (г), то импульсы, параметры которых выбраны в соответствии с (4.11) – (4.12) для осуществления операции σ_x , индуцируют перенос электрона из состояния $|S\rangle$ в состояние $|a(1)\rangle_i$, как показано на рис. 7.4 (а). Отметим, что импульс с частотой $\omega_S (\omega_a(1))$ должен быть поляризован по оси $y(x)$.

Второй этап включает в себя формирование эффективной двухуровневой схемы из основных состояний ВД a_i и a_j (левый и правый переходы на Рис. 7.3 (а) – (г)). Все остальные ВД исключаются благодаря процедуре блокады, описанной выше. Лазерный импульс с частотой $\omega_a(1)$ вызывает рамановский перенос населенности между основными состояниями указанных ВД, как показано на рис. 7.4 (б). Данная схема переноса будет функционировать лишь в том случае, когда оба кубита q_i и q_j находятся в состоянии «единица», и следовательно, состояния пробного электрона в основных состояниях ВД будут $|a(1)\rangle_i$ и $|a(1)\rangle_j$. В результате воздействия импульса пробный электрон локализуется в основном состоянии $|a(1)\rangle_j$ вспомогательного донора контролируемого кубита q_j , только если состояние двух кубитов есть

$|q_i q_j\rangle = |11\rangle$. В противном случае пробный электрон остается в основном состоянии атома S (когда $|q_i q_j\rangle = |0q_j\rangle$) или же в основном состоянии ВД a_i контролирующего кубита (когда $|q_i q_j\rangle = |10\rangle$).

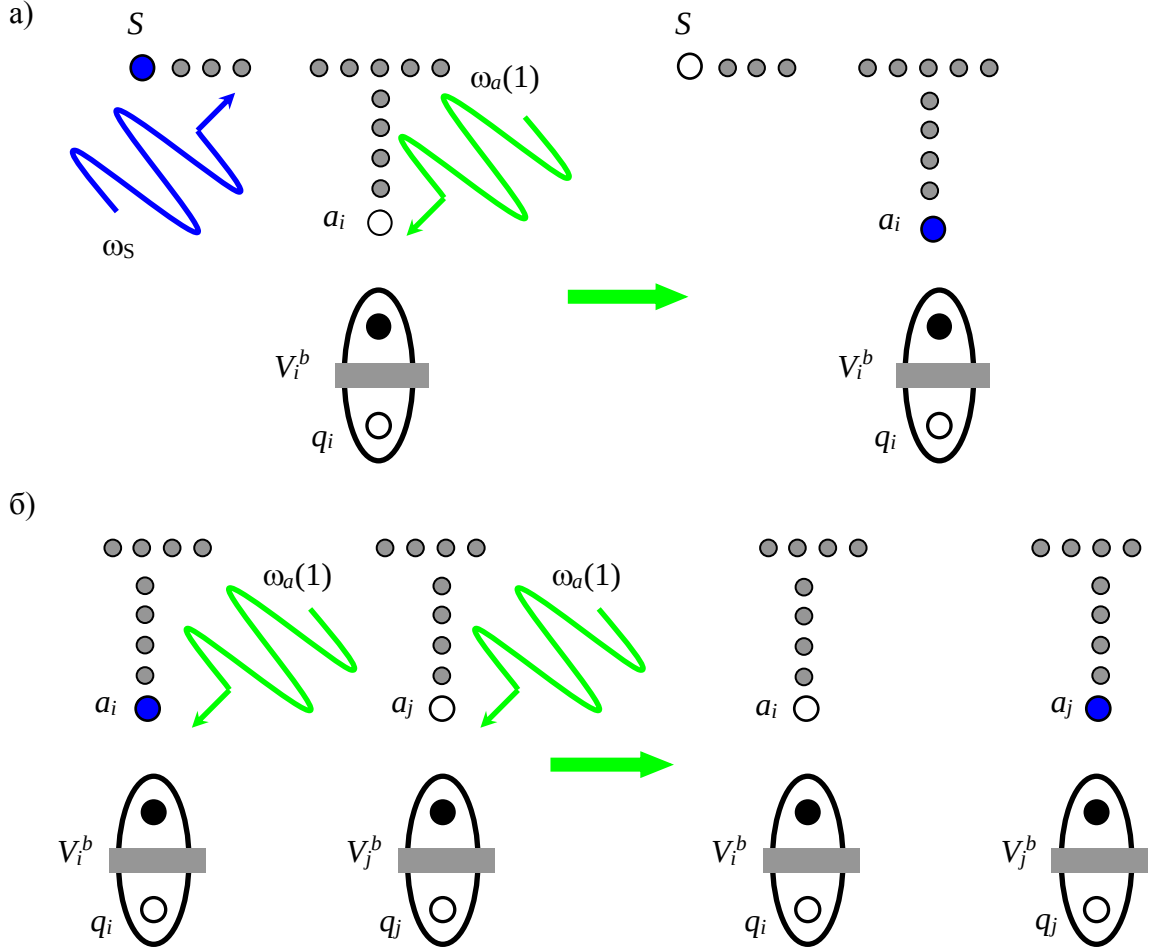


Рис. 7.4. а) Перенос пробного электрона между донорами S и a_i под действием рамановских импульсов с частотами ω_S и $\omega_a(1)$. Переноса нет, если кубит q_i находится в состоянии «ноль». Перенос возможен, если кубит q_i находится в состоянии «единица». б) Перенос пробного электрона между донорами a_i и a_j под действием рамановского импульса с частотой $\omega_a(1)$. Перенос возможен, если кубит q_j находится в состоянии «единица».

На третьем этапе мы должны выполнить операцию σ_z на контролируемом кубите q_j . При этом частоты импульсов $\omega_A = \omega_0$ и $\omega_B = \omega_1$ (см. раздел 7.2) следует перенормировать вследствие дополнительного сдвига энергетических уровней молекулярного иона, вызванного присутствием пробного электрона на ВД a_j : $\omega'_0 = \omega_0 - U(d+l)$, $\omega'_1 = \omega_1 - U(d)$. Желательно, чтобы остальные (особенно соседние) кубиты были максимально изолированы от действия импульсов. Как мы упоминали выше, отрицательное напряжение, поданное на затворы V_k^b , $k \neq i$, может эффективно решить данную проблему путем нарушения виртуального

туннелирования электрона по возбужденным орбиталям. Если состояние двух кубитов не есть $|q_i q_j\rangle = |11\rangle$, то ВД a_j не содержит пробный электрон, и импульсы с частотами ω'_0, ω'_1 не приводят к динамике электрона в кубите q_j , поскольку для них не выполняется условие двухфотонного резонанса с невозмущенными уровнями кубита.

Заключительный шаг состоит в возвращении пробного электрона в основное состояние ВД S , $|S\rangle$. Открывая канал « $S - BC - a_j$ » и подвергая структуру воздействию той же совокупности импульсов, что и на первом шаге, и затем повторяя эту процедуру для канала « $S - BC - a_j$ », мы перемещаем пробный электрон в состояние $|S\rangle$ (если он его покидал).

Итак, при условии, что все описанные выше действия были успешно реализованы, двухкубитная квантовая операция CZ выполняется на произвольных кубитах q_i и q_j нашего КК с возвращением вспомогательной структуры в ее начальное состояние. Квантовая эволюция произвольных состояний кубитов и BC с первого по четвертый этапы может быть представлена следующей схемой:

$$\begin{aligned}
& |S\rangle(\alpha_i|0\rangle_i + \beta_i|1\rangle_i)(\alpha_j|0\rangle_j + \beta_j|1\rangle_j) \rightarrow (\alpha_i|S\rangle|0\rangle_i + \beta_i|a(1)\rangle_i|1\rangle_i)(\alpha_j|0\rangle_j + \beta_j|1\rangle_j) \\
& \rightarrow \alpha_i\alpha_j|S\rangle|0\rangle_i|0\rangle_j + \beta_i\alpha_j|a(1)\rangle_i|1\rangle_i|0\rangle_j + \alpha_i\beta_j|S\rangle|0\rangle_i|1\rangle_j + \beta_i\beta_j|a(1)\rangle_i|1\rangle_i|1\rangle_j \\
& \rightarrow \alpha_i\alpha_j|S\rangle|0\rangle_i|0\rangle_j + \beta_i\alpha_j|a(1)\rangle_i|1\rangle_i|0\rangle_j + \alpha_i\beta_j|S\rangle|0\rangle_i|1\rangle_j - \beta_i\beta_j|a(1)\rangle_i|1\rangle_i|1\rangle_j \\
& \rightarrow |S\rangle(\alpha_i\alpha_j|0\rangle_i|0\rangle_j + \beta_i\alpha_j|1\rangle_i|0\rangle_j + \alpha_i\beta_j|0\rangle_i|1\rangle_j - \beta_i\beta_j|1\rangle_i|1\rangle_j).
\end{aligned} \tag{7.14}$$

Данная операция, в сочетании с определенным набором однокубитных вращений, позволяет осуществить произвольную двухкубитную операцию. Например, операция CNOT требует применения локальной операции σ_y на контролируемом кубите до и после операции CZ. Как известно, обе эти операции используются для генерации запутанных состояний кубитов в квантовом регистре. Так, например, состояние «шредингеровского кота», $(|00\dots 0\rangle + |11\dots 1\rangle)/\sqrt{2}$, реализуется на инициализированном квантовом регистре посредством применения операции HADAMARD к произвольному кубиту и последовательности операций CNOT, где данный кубит является контролирующим, а остальные кубиты – контролируемые.

Важность операции CZ также определяется ее ролью в формировании т.н. кластерных состояний в предложенном недавно альтернативном способе квантовых вычислений – вычислений путем последовательного измерения состояний кубитов («one-way quantum computing» [250]). Эти состояния являются сильно запутанными квантовыми состояниями,

генерируемыми эффективным гамильтонианом $H_{cs} = (g/4) \sum_{(i,j)} (1 - \sigma_{iz})(1 - \sigma_{jz})$, действующим в течение времени $T_{cs} = \pi/g$ на регистр, который находится в состоянии $|Q\rangle_+ = |++\dots+\rangle$, где $|+\rangle_i = (|0\rangle_i + |1\rangle_i)/\sqrt{2}$ и g – коэффициент взаимодействия. Каждое слагаемое, входящее в гамильтониан, сдвигает на π фазу состояния $|1\rangle_i|1\rangle_j$ двух соседних кубитов i и j , что эквивалентно выполнению операции CZ на этих кубитах.

7.3.4. Считывание результата вычислений

Алгоритм, лежащий в основе измерения состояния кубита, во многом схож с алгоритмом реализации двухкубитных операций и также требует четырех этапов. Три ВД, а именно S , R и a_m , используются для определения состояния кубита q_m , как показано на рис. 7.5.

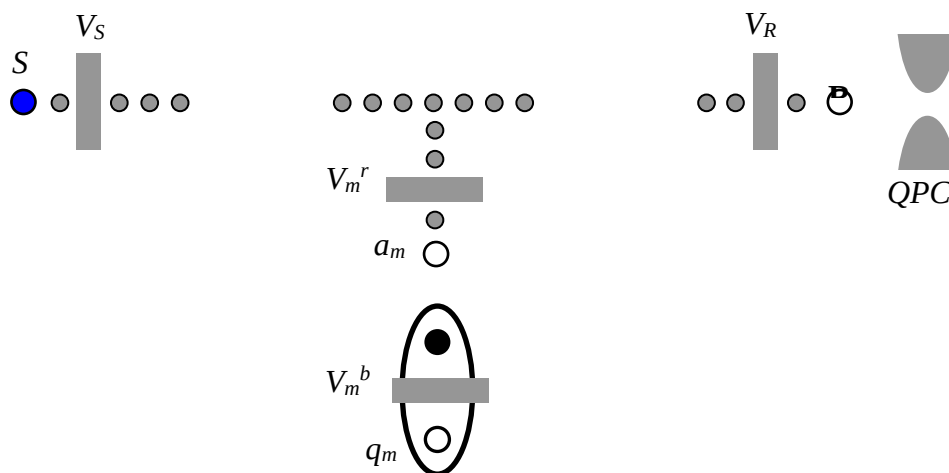


Рис. 7.5. Эффективная схема измерения состояния кубита q_m . Остальная часть квантового регистра и вспомогательной структуры, изолированная благодаря подаче отрицательного напряжения на все затворы, кроме V_S , V_R и V_m^r , не показана.

Для простоты будем считать, что доноры S и R эквивалентны. Два базисных состояния кубита приводят к двум конфигурациям энергетических уровней ВД, см. рис. 7.6. Считывание производится следующим образом. Первый этап выполняется аналогично схеме п. 7.3.3, рис. 7.4 (а). Эффективная двухуровневая схема формируется из состояний $|S\rangle$ и $|a(q)\rangle_m$ вспомогательных доноров и затем подвергается воздействию лазерных импульсов, которые индуцируют когерентный перенос пробного электрона из основного состояния донора S в основное состояние донорного атома a_m в том и только том случае, когда кубит q_m находится в состоянии «единица». Второй этап, см. рис. 7.7, эквивалентен первому с точностью до замены

донора S донором R (отрицательное напряжение на затворе V_S включается, а на затворе V_R выключается).

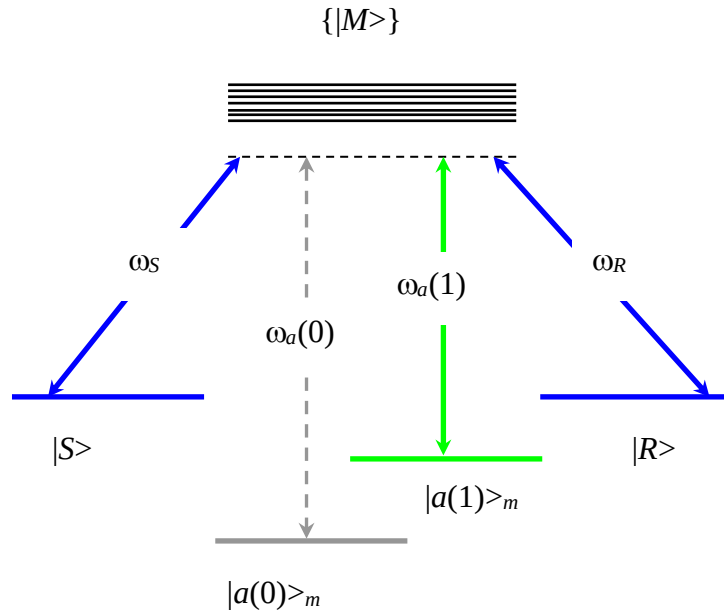


Рис. 7.6. Эффективные рамановские схемы оптических переходов с участием основных состояний вспомогательных доноров S , R и a_m , чьи энергии зависят от состояния кубита q_m .

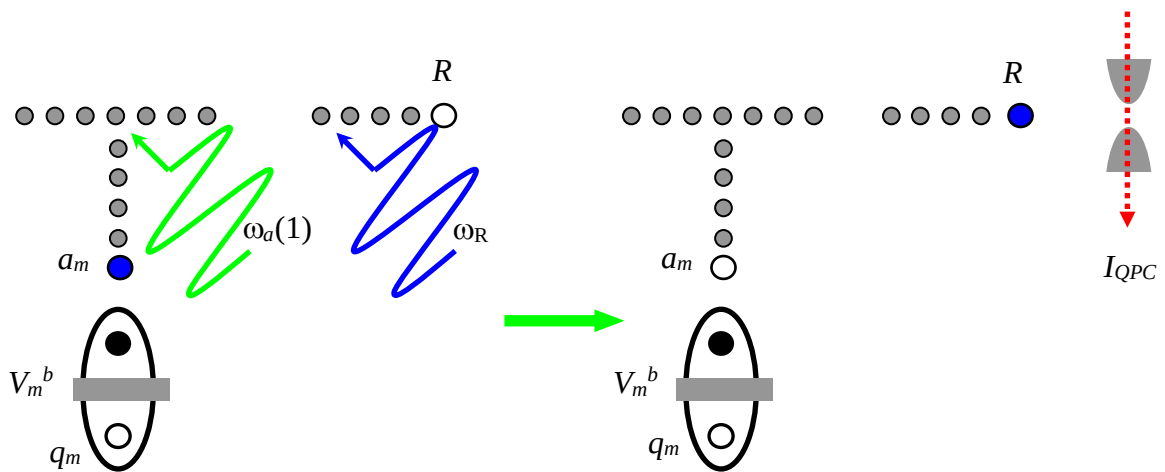


Рис. 7.7. Процедура измерения кубита q_m . Перенос между донорами R и a_m , если кубит q_m находится в состоянии «единица».

Третий этап – детектирование наличия или отсутствия пробного электрона в основном состоянии $|R\rangle$ донора R путем измерения тока I_{QPC} через квантовый точечный контакт QPC [19]. Каждой ситуации отвечает своя величина тока, рис. 7.8, что позволяет гарантированно определить состояние зарядового кубита. Заключительный шаг состоит в удалении пробного электрона (находящегося на доноре R) в субстрат с одновременным инжектированием

электрона на донор S или же переводом пробного электрона из состояния $|S\rangle$ в состояние $|R\rangle$ оптическим путем. Оба способа аналогичны «source-and-sink»- и циркуляционному режимам для пробного («messenger») электрона в классических одноэлектронных устройствах [251]. В последнем случае затворы V_S и V_R должны быть открыты, а затворы $V_i^r, i = 1 - N$ - закрыты.

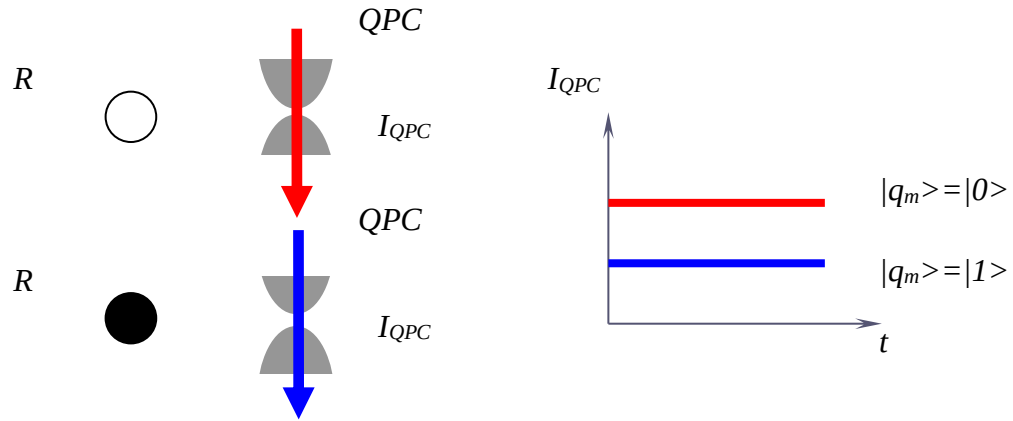


Рис. 7.8. Измерение состояния кубита путем детектирования тока через контакт.

Приведенный алгоритм может быть также использован на финальной стадии процесса инициализации для проверки корректности этой процедуры, то есть для того, чтобы убедиться, что квантовый регистр действительно находится в состоянии $|Q\rangle_0 = |00...0\rangle$. Это можно сделать, если, переведя пробный электрон в основное состояние донора R и открыв все затворы, кроме V_S , подействовать на ВС двумя импульсами с частотами $\omega_a(1)$ и ω_R , предполагая, что $|\lambda_{ak}| \approx |\lambda_{Rk}|, k \in \{M\}$. Если все кубиты инициализированы корректно, то есть находятся в состоянии «ноль», то пробный электрон остается с достоверностью в состоянии $|R\rangle$ в течение действия лазерных импульсов. Если $n \geq 1$ кубитов находятся в состоянии «единица», то вероятность обнаружить электрон в состоянии $|R\rangle$ осциллирует во времени согласно выражению $p_R(t) = 1 - \left[4n/(n+1)^2\right] \sin^2[\Lambda_{Ra} \cdot (n+1)t]$, приводя к осцилляциям тока I_{QPC} через контакт. В этом случае, после детектирования электрона на доноре R , процедуру инициализации необходимо повторить. Донор R может также быть использован в качестве промежуточной ячейки для хранения информации о состоянии (неизмеренного) кубита или для перевода ее на другой носитель [252].

7.3.5. Сохранение когерентности эволюции кубитов

Проблема потери когерентности является неизбежной для всех этапов квантового вычислительного процесса, п.п. 7.3.1-7.3.4. Обычно способы борьбы с этим явлением в КК предлагают схему минимизации главного источника потерь, присущего физической системе, представляющей квантовый регистр, а также оценку интенсивности остальных каналов, удерживая ее ниже некоторой пороговой величины. В твердотельных мезоскопических структурах, рассматриваемых в качестве потенциальных кандидатов на роль зарядовых кубитов, присутствуют несколько существенных источников, таких, как электрон-фононное взаимодействие, флуктуации фонового заряда, утечка населенности из вычислительного подпространства в ходе действия внешних управляющих полей, паразитная эволюция, вызванная отклонениями параметров внешних полей от идеальных.

Как было показано в работе [25], функционирование зарядового кубита на основе структуры из двух имплантированных доноров ограничивается главным образом эффектами, связанными со взаимодействием электрона кубита с акустическими фононами. Очень часто, особенно для кубитов, где кодирование производится в основное и первое возбужденное состояния представляющей кубит квантовой системы, этот эффект подразделяется на релаксацию и дефазировку. Первая имеет место вследствие спонтанной фононной эмиссии с возбужденных состояний (включая транспортные), а вторая вызвана виртуальными фононными процессами. Согласно результатам работы [25], где рассматривался кубит на основе молекулярного иона P_2^+Si , главными источниками потери когерентности являются дефазировка и нерезонансная релаксация, вызванные акустическими фононами. Скорость накопления квантовых ошибок была равна 10^{-3} для температур <10 К и операционных времен $\tau_{op} \sim 10$ пс, что превосходит порог, допускающий помехоустойчивые полномасштабные квантовые вычисления, но, вероятно, позволит осуществить демонстрационные эксперименты на прототипах КК, состоящих из нескольких кубитов. Наша структура, однако, устроена так, что прямая (резонансная) релаксация кубита имеет очень малую вероятность, поскольку доноры расположены друг относительно друга достаточно далеко. Кроме того, рамановская схема минимизирует населенность промежуточных состояний, что также значительно уменьшает вероятность релаксационных процессов с их участием. Влияние остаточной населенности транспортного состояния на адиабатические операции в трехуровневой схеме для гауссовых импульсов рассматривалась в работе [253]. Как было показано, ошибка, вводимая вследствие спонтанной эмиссии из этого состояния, и ошибка, обусловленная неадиабатичностью процесса, обратно пропорциональны отстройке импульса и могут быть сделаны достаточно малыми, чтобы применить алгоритмы подавления ошибок. Заметим также,

что в нашей модели нерезонансных одноэлектронных переходов возможное участие состояний непрерывного спектра в динамике электрона полностью игнорируется. В принципе, состояния континуума также могут служить для переноса электрона между состояниями кубита и в то же время могут являться дополнительными каналами потерь. Согласно результатам работы [231], вероятность разрушения кубита, вызываемого двухфотонной ионизацией, становится значительной для напряженностей лазерных полей $E \geq 10^4$ В/см. Флуктуации связанных зарядов в субстрате приводят к дополнительным неконтролируемым сдвигам энергетических уровней кубитов, и следовательно, к фазовым ошибкам. Характерные времена потери когерентности, вызванной джонсоновским шумом и зарядовыми флуктуациями, согласно работам [32] и [33], имеют порядок 1 мкс и 1 нс, соответственно, а скорость накопления ошибок [254] $D(\tau_{op}) \approx 1 - e^{-\tau_{op}/\tau}$ для этих процессов не превышает ту, что обусловлена фононной дефазировкой для операционных времен $\tau_{op} \leq 10$ пс.

Существует еще один источник квантовых ошибок, связанный с использованием электростатических затворов. Как было показано нами в Главе 3, электростатическое поле, приложенное к симметричной двуймной структуре с одним электроном, вызывает одноэлектронные рабиевские осцилляции между (вырожденными по энергии) состояниями, локализованными в разных ямах. Частота этих осцилляций равна $\Omega_0 = \lambda^2 V_{exc} / \omega_{exc}^2$, где λ есть коэффициент взаимодействия поля затвора с переходом между основным и возбужденным состояниями изолированных ям, ω_{exc} - частота перехода, а V_{exc} - матричный элемент электронного туннелирования между возбужденными состояниями ям. Этот эффект обусловлен вызванным полем затвора снятием энергетического вырождения локализованных состояний благодаря виртуальному заселению пары делокализованных состояний структуры, образующихся вследствие гибридизации возбужденных состояний разных ям. Обычно данный процесс не рассматривается применительно к моделям зарядовых кубитов, базирующимся на имплантированных в полупроводник донорах и квантовых точках. Тем не менее, легко видеть, что для полей с напряженностью $E \sim 10^3$ В/см, и структур с боровским радиусом индивидуального донора (точки) $a \sim 10$ нм, $V_{exc} \sim 10^{-3}$ эВ и $\omega_{exc} \sim 10^{-2}$ эВ (типичные величины для экспериментально тестируемых наноструктур) мы получаем $\lambda \sim eEa \sim 10^{-4}$ эВ и $\Omega_0 \sim 10^{-7}$ эВ. Это значит, что электрон будет перемещаться между логическими состояниями кубита с периодом $T_0 \sim 10^{-8}$ с, который сравним с временем потери когерентности вследствие взаимодействия кубита с флуктуирующими сторонними зарядами, и быстро убывает с ростом напряженности поля как $1/E^2$. Поскольку применение затворов для управления зарядовыми

кубитами, по-видимому, неизбежно, эта проблема должна изучаться более тщательно. Одно из возможных решений состоит в подавлении виртуального туннелирования возбужденного электрона (или, что то же, в уменьшении V_{exc}) путем подачи на затворы V_i^b отрицательного напряжения (см. п. 7.3.1.).

7.4. Пути оптимизации дизайна структуры квантового регистра на донорных атомах

Как мы уже упоминали во Введении, существуют два дополняющих друг друга механизма управления квантовым состоянием зарядового кубита, представленного одноэлектронной ДКТ или однократно ионизованной донорной парой. В первом случае произвольное вращение вектора состояния кубита достигается за счет подачи на затвор медленно меняющегося электростатического напряжения, понижающего или повышающего потенциальный барьер (порядка 40 мэВ), разделяющей центры локализации орбитальных состояний электрона (логических состояний кубита). Поля, используемые для этих целей, должны характеризоваться напряженностями порядка $10^3 - 10^4$ В/см (режим сильного поля), зависящими от расстояния между донорами. Кроме того, другие затворы служат для юстирования энергетических уровней кубита. Возможность когерентного электрического контроля одноэлектронного туннелирования между двумя квантовыми точками недавно была подтверждена экспериментально [19]. Другой метод базируется на когерентной динамике электрона в подобных структурах, индуцированной последовательностью оптических импульсов. Частоты этих импульсов близки к частотам переходов между локализованными и делокализованными состояниями структуры. Напряженности и интенсивности лазерных полей могут варьироваться в пределах $1 - 10^2$ В/см и $10^{-3} - 10^{-2}$ Вт/см², соответственно (режим слабого поля). Принципиальное различие между режимами сильного и слабого поля состоит в том, что в первом случае управляющее поле в значительной степени изменяет потенциальный профиль, и следовательно, энергии одноэлектронных состояний структуры, в то время как во втором случае влияние внешнего поля на стационарный энергетический спектр электрона в структуре не существенно. В обеих схемах внешнее поле призвано устранять изоляцию логических состояний кубита с целью выполнения квантовых операций. Для электростатически управляемого кубита это подразумевает использование достаточно сильных полей, способных эффективно контролировать туннелирование электрона между локализованными состояниями доноров. В свою очередь, оптическое управление кубитом не требует таких высоких напряженностей лазерных полей, поскольку здесь они применяются только для возбуждения высоколежащих состояний, расположенных вблизи края потенциального барьера и для которых величина матричного элемента туннелирования значительна. В этом случае взаимодействие между состояниями кубита не является прямым, а опосредованным двумя независимыми

процессами: оптическим переходом и туннелированием. На интуитивном уровне понятно, что чем сильнее поле, тем быстрее должно осуществляться управление кубитом, но в то же время, тем выше будет уровень диссипации. Мы видели, однако, что для относительно слабых оптических полей время выполнения квантовых операций может быть порядка времен, характерных для режима сильного поля, т.е. порядка долей наносекунды. Такая возможность организации быстрых квантовых операций наряду с высокой избирательностью действия внешних полей и низким уровнем привносимых ими шумов делает оптические схемы более привлекательными, чем электростатические, и особенно перспективными в плане создания полномасштабного помехоустойчивого твердотельного квантового компьютера.

Оптические схемы, работающие в резонансном и нерезонансном (рамановском) режимах существенно отличаются друг от друга по своим характеристикам. В первую очередь отметим, что вероятность переноса электрона между двумя донорами для «почти» резонансных импульсов уменьшается с ростом отстройки δ от резонанса с транспортным уровнем $|r\rangle$, и соответствующая ошибка составляет $e_{\text{detun}} \sim (\delta/\lambda)^2$ [22]. Кроме того, необходимо контролировать и поляризацию резонансного импульса, чтобы избежать паразитного заселения состояний, близких по энергии к состоянию $|r\rangle$, но имеющих другую симметрию. Для линейно поляризованного импульса, основная (в идеале – единственная) компонента которого направлена вдоль оси роста структуры x , ошибка, вызываемая параллельной динамикой с участием слабо гибридизированных $p_{y(z)}$ – состояний, имеет порядок $e_{\text{pol}} \sim \beta^2 + \gamma^2$, где $\beta(\gamma) \ll 1$ – выраженные в радианах углы, смежные с углами, которые образует вектор напряженности поля с осями $y(z)$. Далее, в реальных твердотельных структурах спонтанная эмиссия из возбужденного состояния, обусловленная фононами (или фотонами), нарушает когерентность резонансного электронного переноса. Соответствующая ошибка есть $e_{\text{ph}} \sim \exp(-\tau_{\text{op}}/\tau_{\text{ph}})$, где τ_{ph} – характерное время индуцируемых акустическими фононами внутризонных переходов [20], величина которого зависит от деталей конкретного механизма взаимодействия структуры и фононного резервуара.

Специфические сложности могут возникнуть в ходе осуществления резонансного переноса между двумя удаленными донорами в линейной цепочке. Похожая ситуация рассматривалась в Главе 5 для линейной структуры, сформированной из одинаковых квантовых точек. Возбужденные состояния такой структуры представляют собой совокупность делокализованных состояний, образующих подзону, ширина которой пропорциональна матричному элементу туннелирования возбужденного электрона между соседними точками и

не зависит от количества точек N в структуре для достаточно больших N . Следовательно, разность энергий между соседними уровнями подзоны будет уменьшаться с ростом N , что значительно затруднит оптическое разрешение этих уровней резонансными методами, так как в этом случае, помимо требуемой динамики с участием резонансного уровня, будут иметь место многочисленные «квазирезонансные» переходы с участием близлежащих уровней (соответствующая ошибка - $e_{off-res} \sim \lambda / \Delta \varepsilon_{\min}$, $\Delta \varepsilon_{\min} = \min_{m,n \in \{k\}_{exc}} |\varepsilon_m - \varepsilon_n|$). Кроме того, тепловые флуктуации и электрон-фононное рассеяние будут смешивать электронные подуровни подзоны, если $\Delta \varepsilon_{\min} \leq \max(k_B T, \varepsilon_{ph}^{\max})$, где T – температура, k_B – постоянная Больцмана и $\varepsilon_{ph}^{\max}$ – максимальная энергия акустических фононов. Еще одна принципиальная трудность состоит в том, что коэффициенты взаимодействия $\lambda_k = \langle k0 | -e \mathbf{E} \mathbf{r} | r \rangle$, $k=1-N$ являются разными для разных точек, образующих цепочку. Транспортное состояние $|r\rangle$ может быть представлено в виде разложения по возбужденным состояниям изолированных точек $\{|k1\rangle\}$, $|r\rangle = \sum_k c_{kr} |k1\rangle$, где $\langle k0 | m1 \rangle \approx 0$. Поскольку структура содержит свой центр симметрии, то физически идентичные точки (доноры) становятся неэквивалентными из-за различной удаленности их от центра симметрии структуры. Таким образом, амплитуда вероятности c_{kr} обнаружить возбужденный электрон в точке k зависит от положения этой точки в структуре, и как следствие, величины λ_k также будут меняться от точки к точке. Поскольку вероятность переноса электрона между основными состояниями $|k0\rangle$ и $|m0\rangle$ точек k и m (при условии, что переходы в основные состояния других точек полностью подавлены), дается выражением $P_{k0 \rightarrow m0} \approx 1 - (|\lambda_k| - |\lambda_m|)^2 / 2|\lambda_k|^2$, то она может значительно отличаться от единицы. Данную проблему можно решить, если использовать структуру, представленную идентичными точками (донорами), образующими кольцо, поскольку в этом случае $|c_{kr}| = |c_{mr}|$ и $|\lambda_k| = |\lambda_m|$ для произвольных точек k и m . Тем не менее, архитектура КК, базирующегося на линейной геометрии расположения основных комплектующих, выглядит более предпочтительной с технологических позиций и с точки зрения разработки квантовых алгоритмов. Как мы продемонстрировали, рамановская схема возбуждения электрона свободна от большинства приведенных выше недостатков и, в частности, от ограничений, накладываемых энергетической структурой возбужденных состояний, так как импульсы с модифицированными огибающими предоставляет возможность транспортировать электрон между произвольными точками.

Методика контролируемого электронного переноса, рассмотренная в нашей работе, способствует реализации параллельной связи между кубитами, что в свою очередь позволяет значительно увеличить скорость выполнения квантовых операций между удаленными кубитами и повысить надежность квантовых алгоритмов. Условная динамика двух (и более) кубитов, а также перенос квантовой информации по регистру базируется либо на взаимодействии двух ближайших кубитов, обеспечивающем обмен квантовыми состояниями между этими кубитами (операция SWAP) и последовательную связь удаленных кубитов, либо на использовании внешней по отношению к регистру степени свободы (дополнительной моды, «quantum bus»), предназначенной для опосредования взаимодействия между кубитами при условии, что они (и только они) приведены в резонанс с данной модой (параллельная связь кубитов). В нашей схеме полномасштабного КК для этой цели используется вспомогательная структура, которая может быть образована ионизированными донорами [36] или квантовой проволокой [255]. Условность, необходимая для двухкубитных операций, достигается за счет оптических переходов пробного электрона между основными состояниями ВС для надлежащим образом подобранных параметров управляющих импульсов и конфигурации активированных затворов. Похожие стратегии использования общей моды были предложены для квантовых вычислительных схем, базирующихся на ионах в ловушках [245], на квантовых точках, помещенных в полость (cavity QED) [21], на СКВИДах, взаимодействующих с общим LC – контуром [15], и т.д. Мы считаем, что данный подход к организации межкубитных связей является гораздо более эффективным, чем тот, что использует последовательное соединение кубитов, поскольку в нашем случае нет необходимости в большом числе вспомогательных операций типа SWAP и корректирующих операций (общее число элементарных квантовых операций, необходимых для осуществления операции CNOT между двумя произвольными кубитами, в последнем случае составляет примерно $60N$ [245], где N – количество промежуточных кубитов). Механизм непрямого взаимодействия, описанный здесь, может также быть применен для схем, рассматривающих в качестве кубитов электронные или ядерные спины доноров. Разность обменных энергий спинов пробного и донорного электронов обеспечит необходимую условность, выраженную схемами рис. 7.3.

Несколько предложений по реализации КК было сделано в последнее время применительно к довольно сложным структурам на основе имплантированных в полупроводник доноров и управляемым сильными квазистатическими полями [256]. Как было показано, методики на основе STIRAP могут быть адаптированы для обработки и транспорта квантовой информации, а также для генерации запутанных состояний в таких структурах. Матричные элементы туннелирования пробного электрона вдоль донорных цепочек модулируются надлежащим образом адиабатически включаемыми полями затворов,

представляющими необычную («counterintuitive») последовательность напряжений, зависящих как от времени, так и от координат. Принято считать, что данный способ манипуляции квантовым состоянием инжектированного в структуру электрона, имеющий прямую аналогию с хорошо зарекомендовавшими себя оптическими методиками, является более надежным, чем рассмотренные ранее способы, где взаимосвязь формы напряжения на затворах и последовательности их включения не рассматривалась. На наш взгляд, однако, этот способ требует высокой степени синхронизации импульсов напряжений на затворах, что, в отличие от оптики, вряд ли осуществимо на сегодняшний день. Кроме того, число затворов, участвующих в процедуре переноса электрона, линейно растет с увеличением расстояния между двумя выбранными кубитами и, поскольку затворы включаются последовательно, время, затрачиваемое на операцию, также зависит от положения кубита - адресата. Однако, в отличие от схем, использующих последовательности операций SWAP, данный способ позволяет осуществить прямой перенос электрона между двумя донорами без заселения промежуточных доноров. Заметим, что в предлагаемой нами схеме все затворы находятся только в двух режимах (вкл/выкл) и активируются независимо друг от друга. Более того, если межкубитное расстояние L будет больше, чем диаметр лазерного пучка, то селективное возбуждение оптических переходов в ВС может производиться и без использования затворов. Другой вариант переноса электрона между двумя выделенными узлами квазилинейной цепочки квантовых точек или доноров базируется на применении сильных осциллирующих электрических полей [229]. При условии, что энергия взаимодействия электрона с полем значительно больше, чем матричный элемент туннелирования электрона между соседними узлами, формализм теории Флоке предсказывает как возможность электронного переноса по цепочке, так и явление «динамической локализации» электрона на данном узле.

Следующее преимущество непрямого межкубитного взаимодействия состоит в снятии ограничения на максимальное расстояние между соседними кубитами. В представленных ранее вариантах архитектуры полномасштабного твердотельного КК, использующего в качестве квантового регистра линейный массив взаимодействующих непосредственно между собой кубитов ([15], [17], [18], [30], [33]), реализация требуемой квантовой операции с участием только двух соседних кубитов представляется весьма проблематичной из-за дальнедействующего характера кулоновских связей между электронами в кубитах. Более того, влияние затворов и измерительных приборов, обслуживающих другие кубиты, также будет определенным образом искажать эволюцию данных кубитов. Одно из возможных решений этой проблемы состоит в размещении кубитов на максимально возможном расстоянии друг от друга. С другой стороны, увеличение расстояния между кубитами приведет к ослаблению связи между ними и, как следствие, к увеличению времени на выполнение двухкубитных операций. Это

противоречие может существенно осложнить воплощение подобных схем полномасштабных квантовых вычислений и, во всяком случае, требует тщательно проведенного анализа динамики квантового регистра как целого во внешних полях. Схема, предложенная нами, не сталкивается с этой трудностью, поскольку кубиты предполагаются удаленными друг от друга настолько, что взаимодействуют как точечные заряды, и затворы, обслуживающие данный кубит, влияют только на него. Иными словами, чем больше расстояние между кубитами, тем надежнее функционирует кубит. Это еще раз подтверждает преимущество схем КК с параллельной связью между кубитами над схемами КК, в которых кубиты соединены последовательно. Наконец, рассмотренная нами вспомогательная структура позволяет использовать всего одно измерительное устройство для целого регистра вместо набора индивидуальных детекторов для каждого кубита [33], что также повышает надежность квантовых вычислений.

7.5. Выводы к Главе 7

Квантовые вычислительные схемы, использующие кодирование квантовой информации в орбитальные степени свободы электрона в квазиодномерном бистабильном потенциале, характеризующем твердотельную наноструктуру, представляют на сегодняшний день большой интерес как с экспериментальной, так и с теоретической точек зрения. Высокая скорость выполнения квантовых операций (от нескольких пикосекунд до нескольких наносекунд), эффективная и уже опробованная процедура измерения квантового состояния и, разумеется, масштабируемость делают данные схемы весьма привлекательными для изготовления и изучения прототипов квантовых вычислительных устройств.

В данной Главе мы описали основные принципы, лежащие в основе предложенного нами варианта квантового вычислительного устройства, использующего в качестве кубитов и вспомогательной структуры имплантированные в полупроводник доноры (или КТ). В отличие от уже рассмотренных схем с электростатическим контролем, наша стратегия управления кубитами базируется на использовании оптических импульсов, индуцирующих рамановские переходы между логическими состояниями. Мы показали, что квантовые операции описываются простой моделью, допускающей наглядное аналитическое решение. С помощью данной модели можно оценить параметры структуры и лазерных импульсов, соответствующих той или иной операции. Селективность воздействия внешних полей, необходимая для успешной реализации квантовых алгоритмов, достигается за счет а) надлежащего контроля частот, напряженностей и длительности импульсов; б) формировании надежного транспортного канала на основе вспомогательной структуры посредством электростатических затворов; в) подавлению паразитной динамики в тех частях квантового регистра и вспомогательной структуры которые не используются на данном этапе квантовых вычислений.

ГЛАВА 8. КВАНТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ НА ЗАРЯДОВЫХ КУБИТАХ НА ДВОЙНЫХ КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ В ФОТОННЫХ СТРУКТУРАХ

8.1. Общая структура квантового регистра с зарядовыми ДКТ кубитами в микрорезонаторе

8.1.1. Принцип однофотонного управления состоянием ДКТ

Как мы уже знаем, в зарядовых кубитах квантовая информация хранится в орбитальных состояниях одного электрона, помещенного в КТ. Любая трансформация состояния кубита может быть организована с помощью классических (многофотонных) оптических возбуждений и/или путем наложения на структуру электростатических полей. С другой стороны, можно также трактовать пустую КТ (логический ноль) и КТ с одной электрон-дырочной парой (логическая единица) как экситонный кубит [163], [260]. Переход между его логическими состояниями осуществляется с помощью короткого (~ 1 пс) лазерного импульса [260] с частотой, соответствующей энергии создания электрон-дырочной пары (~ 1 эВ). Такая область частот легко перекрывается обычными лазерами. Кроме того, КТ широко интегрируются в твердотельные фотонные устройства, такие как высокодобротные квантовые электродинамические микрорезонаторы и волноводы. Данный интерфейс позволяет управлять оптическими (электронными или экситонными) переходами в одиночной КТ с помощью фотонов МР. На сегодняшний день уже экспериментально реализовано несколько прототипов квантовых вычислительных устройств, базирующихся на одиночных КТ, внедренных в МР (тороиды, сферы, дефекты фотонных кристаллов) [76], [77], [80], [81], [83], [92], [95], [101], [108], [112], [142], [262]. Квантовое электромагнитное поле в МР открывает альтернативный (отличный от использования классических полей) способ контроля кубита и позволяет выполнять однокубитные вращения в режиме слабого поля, изменяя частоту КТ относительно частоты МР (или наоборот). Величина поля одиночного фотона в МР может составить до 10 В/см в пучностях, что достаточно для быстрого осуществления квантовых операций. Более того, благодаря эффекту Перселла [142] МР может изменять время жизни электрона или экситона в квантовой точке.

В предыдущих главах было показано, что переходы между логическими состояниями кубита (орбитальными состояниями электрона в зоне проводимости ДКТ) и квантовые операции контролируются лазерными полями. Лазер настроен в резонанс с переходом между логическими состояниями и вспомогательными состояниями, в которых электрон делокализован по всей структуре. Частота электронных переходов лежит в диапазоне $\sim 50 - 100$ мэВ. Поскольку логические состояния здесь – это основные состояния ДКТ, то ожидается, что

такой кубит будет более стабильным по сравнению с зарядовым кубитом на основе одиночной КТ [28] или с экситонным кубитом [163]. Однако некоторые исследователи полагают, что такой оптический механизм управления состоянием кубита окажется достаточно трудным для практической реализации из-за отсутствия надежных источников когерентного терагерцового излучения.

Рассмотрим альтернативную схему квантового контроля и запутывания локализованных зарядовых состояний одиночного электрона в ДКТ, находящейся в полупроводниковом МР. Ранее в работе [21] авторы предложили способ оптического управления зарядовыми кубитами при помощи квантового поля МР. Тем не менее, в данном способе, кроме МР и электростатических затворов, необходимо использование терагерцового лазера. Наше исследование направлено на преодоление трудностей, присущих ДКТ-зарядовому кубиту с лазерным управлением за счет окончательной замены лазера полем МР и электростатическим затвором, как это было сделано теоретически в работе [52] для ДКТ экситонного кубита. Недавние экспериментальные достижения в изготовлении таких систем показывают, что можно достичь желаемой терагерцовой области частот благодаря выбору геометрии и материала МР. Следовательно, контроль электронного состояния ДКТ можно осуществить с помощью электростатического затвора без лазера. Как мы покажем, одиночный фотон в МР может управлять переходами электрона в ДКТ, обеспечивая таким образом однокубитные вращения. Более того, за счет обусловленного поглощения фотона МР первый (управляющий) кубит может блокировать эволюцию второго (управляемого) кубита. Этот эффект может быть использован для реализации нетривиальных двухкубитных операций, таких как CNOT. Энергия косвенного взаимодействия кубитов, обусловленного фотонами, не зависит от расстояния между кубитами. Позиционирование одного кубита на максимальном расстоянии от другого, в свою очередь, позволяет ослабить неконтролируемое паразитное влияние кубитов друг на друга. Отметим, что инициализация состояния МР (заселение его одиночным фотоном) может быть достигнута путем электростатической инжекции одного электрона из подложки на возбужденный уровень КТ с его последующей релаксацией в основное состояние КТ с испусканием фотона в МР. Похожий механизм используется в каскадных лазерах на основе гетероструктур. Наконец, состояние кубита может измеряться с помощью зарядовых сенсоров с высокой чувствительностью к распределению электронной плотности в ДКТ [56] или путем детектирования фотона, испущенного МР.

8.1.2. Модель взаимодействующих ДКТ и МР в однофотонном режиме

Рассмотрим одноэлектронную ДКТ, состоящую из пары двухуровневых почти идентичных КТ, A и B , и поместим ее в одномодовый МР, как показано на рис. 8.1. На рисунке

МР представлен дефектом в двумерном фотонном кристалле, однако развитый здесь формализм справедлив для одномодового МР любого типа. Электрическое поле внутри резонатора представляется в виде суперпозиции дискретного набора собственных мод. Если частоты переходов ДКТ близки к некоторой собственной частоте ω_c из данного набора и достаточно далеко отстоят от частот других мод, то можно воспользоваться одномодовым приближением для поля МР, $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2\varepsilon_c\varepsilon_0}} [\mathbf{E}_c(\mathbf{r})a + \mathbf{E}_c^*(\mathbf{r})a^\dagger]$, где $a = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n!} |n-1\rangle \langle n|$ – оператор уничтожения фотона, $\varepsilon_{c(0)}$ – диэлектрическая проницаемость среды (вакуума) и $\mathbf{E}_c(\mathbf{r})$ – нормированная амплитуда электрического поля (напряженность) данной моды в точке пространства с радиусом-вектором $\mathbf{r}$. Множитель перед скобками обеспечивает равенство полной энергии электрического поля МР, $W_c = \int \frac{\varepsilon_c\varepsilon_0 |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2}{2} d\mathbf{r}$, половине энергии $\frac{\hbar\omega_c}{2}$ вакуумных колебаний, приходящейся на электрическую составляющую поля (другая ее половина приходится на магнитную составляющую). Важными параметрами, характеризующими когерентные свойства МР, являются коэффициент затухания электрического поля κ , то есть скорость ухода фотона из МР в моды континуума, и добротность $Q = \omega_c/\kappa$. Последняя равна количеству отражений фотона от стенок, прежде чем он покинет МР.

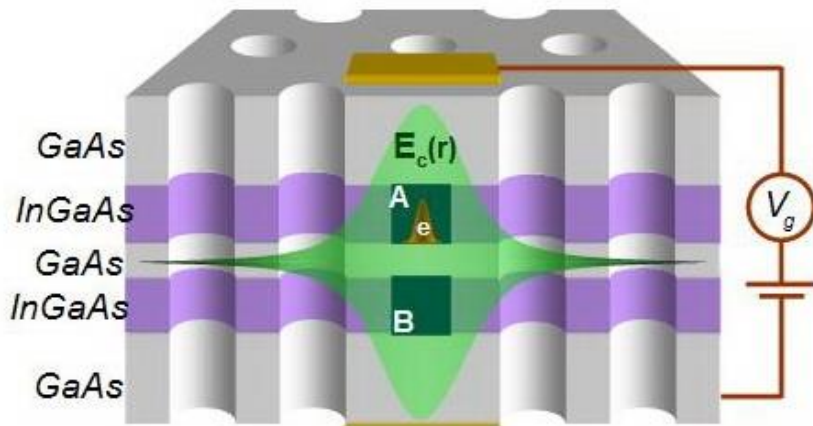


Рис. 8.1. Схематическое изображение ДКТ, помещенной в пучность однофотонного поля $\mathbf{E}_c(\mathbf{r})$ резонатора. Резонатор литографически сформирован в двумерном фотонном кристалле на основе InGaAs/GaAs гетероструктуры за счет отсутствия нескольких отверстий брэгговской решетки (линейный дефект). КТ A и B сформированы в слоях InGaAs, разделенных GaAs барьером. Электрон локализован в основном состоянии КТ A. Квантовое состояние структуры контролируется напряжением V_g на затворе.

Основные состояния КТ, $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$, хорошо изолированы друг от друга, в то время как их возбужденные состояния $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$ связаны за счет электронного туннелирования. Гамильтониан, описывающий ДКТ и МР, имеет вид

$$H = H_q + H_c,$$

$$H_q = \sum_{k=A0,A1,B0,B1} \varepsilon_k |k\rangle\langle k| - V(|A1\rangle\langle B1| + |B1\rangle\langle A1|) + (g_A |A0\rangle\langle A1| a^\dagger + g_B |B0\rangle\langle B1| a^\dagger + H.c.), \quad (8.1)$$

$$H_c = \hbar \omega_c a^\dagger a,$$

где $\varepsilon_k \equiv \varepsilon_k(t)$ - энергии одноэлектронных состояний $|k\rangle$ ДКТ ($k = A0, A1, B0, B1$), $V \equiv V(t) > 0$ - матричный элемент (энергия) туннелирования между возбужденными состояниями $|A1\rangle$ and $|B1\rangle$, $g_{A(B)} = \langle A(B)0| -e \mathbf{E}_c \mathbf{r} | A(B)1 \rangle$ - коэффициент связи между полем МР и оптическим переходом в одиночной КТ $|A0\rangle \leftrightarrow |A1\rangle$ ($|B0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$), e - заряд электрона, $\hbar$ - постоянная Планка (далее $\hbar \equiv 1$). Взаимодействие поля и ДКТ в дипольном приближении дается известной формулой $-\mathbf{dE}(\mathbf{r})$, где $\mathbf{d} = e\mathbf{r}$ - оператор дипольного момента электрона в ДКТ. Выражение (8.1) представляет собой обобщенный гамильтониан Джейнса-Каммингса, где, используя предположение $|g_{A(B)}| \ll \omega_c$, мы отбросили слагаемые, вращающиеся в противоположном направлении. Кроме того, будем считать, что с хорошей точностью система удовлетворяет критериям режима сильного взаимодействия, когда скорости диссипации КТ и МР, γ и κ , малы по сравнению с коэффициентом $g_{A(B)}$. Все зависящие от времени параметры в (8.1) предполагаются слабо меняющимися по сравнению с характерным временем $\tau_c \sim \omega_c^{-1}$ прохода фотона между стенками резонатора.

Пусть в начальный момент времени мода МР заселена одним фотоном, а ДКТ находится в одном из своих основных состояний (или в их суперпозиции). Гамильтониан (8.1) обеспечивает когерентный обмен единичным квантом между ДКТ и МР. Следовательно, вектор состояний системы «ДКТ+МР» можно представить в виде

$$|\Psi\rangle = c_{A0,1} \exp[-i\varphi_{A0}(t) - i\omega_c t] |A0,1\rangle + c_{B0,1} \exp[-i\varphi_{B0}(t) - i\omega_c t] |B0,1\rangle + \\ + c_{A1,0} \exp[-i\varphi_{A1}(t)] |A1,0\rangle + c_{B1,0} \exp[-i\varphi_{B1}(t)] |B1,0\rangle. \quad (8.2)$$

В этом выражении $c_{A0,1}$, $c_{B0,1}$, $c_{A1,0}$, и $c_{B1,0}$ - зависящие от времени амплитуды вероятностей электрон-фотонных состояний, $|k,n\rangle$ ($n = 0, 1$), а $\varphi_k = \int_0^t \varepsilon_k(t') dt'$ - соответствующие фазы.

Подставляя (8.2) в уравнение Шредингера $i\partial_t|\Psi\rangle = H|\Psi\rangle$, мы получаем следующую систему дифференциальных уравнений для амплитуд вероятностей:

$$i\partial_t \begin{pmatrix} c_{A0,1} \\ c_{B0,1} \\ c_{A1,0} \\ c_{B1,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & g_A \exp(i\delta\varphi_A) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_B \exp(i\delta\varphi_B) \\ g_A^* \exp(-i\delta\varphi_A) & 0 & 0 & -V \exp(i\delta\Delta) \\ 0 & g_B^* \exp(-i\delta\varphi_B) & -V \exp(-i\delta\Delta) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{A0,1} \\ c_{B0,1} \\ c_{A1,0} \\ c_{B1,0} \end{pmatrix}, \quad (8.3)$$

Здесь мы ввели разности фаз $\delta\varphi_{A(B)} = \int_0^t \delta_{A(B)}(t')dt'$ and $\delta\Delta = \int_0^t \Delta(t')dt'$, набегавших за время включения отстройки $\delta_{A(B)}(t) = \omega_c - \omega_{A(B)}(t)$ резонансной частоты $\omega_{A(B)}(t) = \varepsilon_{A(B)1}(t) - \varepsilon_{A(B)0}(t)$ КТ A (B) от частоты моды резонатора ω_c , и разность $\Delta(t) = \varepsilon_{A1}(t) - \varepsilon_{B1}(t)$ энергий возбужденных состояний данных КТ. Энергетическая диаграмма ДКТ, изображенная на рис. 8.2, иллюстрирует эти параметры.

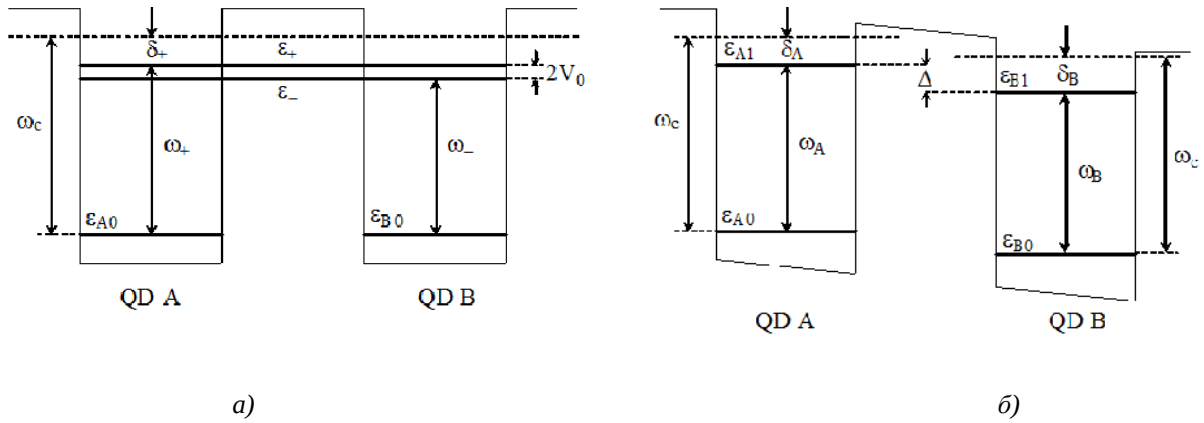


Рис. 8.2. Энергетический профиль ДКТ для а) симметричной и б) асимметричной структуры (см. текст).

Изменение энергий КТ (создание асимметрии уровней, показанной на рис. 8.2б) и скорости туннелирования может производиться путем изменения потенциала КТ с помощью приложенного к затворам напряжения [18], [52], [107], [108]. Мы предполагаем, что такие электрические импульсы имеют прямоугольный вид с фронтом, имеющим гауссову форму:

$$f_g(t, \tau_0, \tau_p) = \left[1 - \exp(-t^2/\tau_0^2) - \exp[-(t - \tau_p)^2/\tau_0^2] \right] [\Theta(t) - \Theta(t - \tau_p)], \quad (8.4)$$

где τ_0 - время возрастания/спада импульса, $\tau_p \gg \tau_0$ - длительность импульса и $\Theta(t)$ - функция Хевисайда. Пусть в начале и в конце действия импульса частоты обоих КТ сильно отстроены от частоты МР: $|\delta_{A,Bm}| = |\omega_c - \omega_{A,Bm}| \gg |g_{A,B}|$, где $\omega_{A(B)}(0) = \omega_{A(B)}(\tau_p) \equiv \omega_{A(B)m}$. Это означает, что взаимодействием между КТ и МР можно пренебречь, и ДКТ эволюционирует свободно. С

другой стороны, если $\tau_0 \leq t \leq \tau_p - \tau_0$, то переход в КТ A (B) связан с полем МР при небольшой, но конечной отстройке $\delta_{A(B)0}$ их частот. Тогда временная зависимость отстройки будет иметь вид $\delta_{A(B)}(t) = \delta_{A(B)0} + [\delta_{A(B)m} - \delta_{A(B)0}] [1 - f_g(t, \tau_0, \tau_p)]$, и мы получаем следующее выражение для разности фаз $\delta\varphi_{A(B)}$:

$$\delta\varphi_{A(B)} = \begin{cases} \delta_{A(B)0}t + \frac{\sqrt{\pi}}{2} [\delta_{A(B)m} - \delta_{A(B)0}] \tau_0 \left[\Phi\left(\frac{t}{\tau_0}\right) + \Phi\left(\frac{\tau_p}{\tau_0}\right) + \Phi\left(\frac{t - \tau_p}{\tau_0}\right) \right], & 0 \leq t \leq \tau_p \\ \delta_{A(B)0}\tau_p + \sqrt{\pi} [\delta_{A(B)m} - \delta_{A(B)0}] \tau_0 \Phi\left(\frac{\tau_p}{\tau_0}\right) + \delta_{A(B)m}(t - \tau_p), & t > \tau_p \end{cases}, \quad (8.5)$$

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi$ - функция ошибки. Подобным же образом величина матричного элемента туннелирования и разность энергий даются следующими формулами: $V(t) = V_0 + (V_m - V_0) [1 - f_g(t, \tau_0, \tau_p)]$ и $\Delta(t) = \Delta_0 + (\Delta_m - \Delta_0) [1 - f_g(t, \tau_0, \tau_p)]$, соответственно, где $V_{0(m)}$ и $\Delta_{0(m)}$ - их значения при включении (выключении) импульса. Фаза, набегаящая за счет разницы энергий возбужденных состояний, ведет себя как

$$\delta\Delta = \begin{cases} \Delta_0 t + \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\Delta_m - \Delta_0) \tau_0 \left[\Phi\left(\frac{t}{\tau_0}\right) + \Phi\left(\frac{\tau_p}{\tau_0}\right) + \Phi\left(\frac{t - \tau_p}{\tau_0}\right) \right], & 0 \leq t \leq \tau_p \\ \Delta_0 \tau_p + \sqrt{\pi} (\Delta_m - \Delta_0) \tau_0 \Phi\left(\frac{\tau_p}{\tau_0}\right) + \Delta_m(t - \tau_p), & t > \tau_p \end{cases}. \quad (8.6)$$

Для упрощения нашей модели допустим, что электростатическое управление не меняет коэффициенты g_A и g_B . Следующее предположение касается разности энергий возбужденных состояний, которую можно записать как $\Delta = \delta_A - \delta_B + \varepsilon_{A0} - \varepsilon_{B0}$. Из теории возмущений следует, что сдвиг энергии пропорционален нулевой поправке к энергии. Таким образом, для глубоко лежащих КТ сдвиг энергий деклокализованных возбужденных состояний, вызванный напряжением на затворе, будет намного значительнее сдвига энергий локализованных основных состояний. Это позволяет положить $\varepsilon_{A0} \approx \varepsilon_{B0}$ и заменить Δ разностью $\Delta \approx \delta_A - \delta_B$. Безусловно, в более строгой модели ДКТ необходимо учесть разницу энергий основных состояний в качестве дополнительного независимого параметра (см последующие главы).

В Главе 3 было найдено аналитическое решение уравнения (8.3) для случая одинаковых КТ, находящихся под действием управляющих лазерных импульсов ($\tau_0 \rightarrow 0$). Ниже приводится

численное решение этого уравнение для электрических импульсов (8.4). Мы покажем, каким образом необходимо выбирать параметры импульса и структуры для организации желаемой квантовой эволюции кубитов.

8.1.3. Одно- и двухкубитные операции и хранение результата вычислений в ДКТ кубите

Сначала проверим, устойчивы ли ДКТ при использовании их в качестве квантовых ячеек памяти. Под устойчивостью мы подразумеваем, что электрон в ДКТ способен сохранять свое начальное состояние в течение достаточно долгого времени. Как всегда, определим логические состояния кубита как основные состояния ДКТ: $|0\rangle \equiv |A0\rangle$ и $|1\rangle \equiv |B0\rangle$. Для защиты кубита от нежелательной эволюции (оптического перехода и/или сдвига уровня), вызванной фотоном МР, необходимо, во-первых, выбирать отстройки частот большими по сравнению с коэффициентами взаимодействия, $|g_{A(B)}| \ll |\delta_{A(B)m}|$, и, во-вторых, скорость туннелирования должна быть малой по сравнению с разностью энергий возбужденных состояний, $V_m \ll |\Delta_m|$. В этом случае динамика ДКТ сводится к нерезонансной эволюции отдельных КТ, которая характеризуется малой вероятностью электронных возбуждений и небольшим накоплением разности фаз основных состояний. Чтобы проиллюстрировать возможность хранения информации, мы вычисляем величину минимума населенности $p_{A0} = |c_{A0}|^2$ основного состояния $|A0\rangle$ для случая $c_{A0}(0)=1$ как функцию отстройки δ_{Am} при фиксированной величине δ_{Bm} для нескольких значений величины туннелирования V_m . Амплитудная ошибка здесь связана с уменьшением населенности данного состояния за счет процессов возбуждения, вызванных однофотонным полем МР. Следовательно, достаточно рассмотреть паразитную эволюцию кубита за время жизни фотона. Для этого мы проинтегрировали уравнение (8.3) на временном интервале $0 \leq t \leq 1/\kappa = Q/\omega_c$, задавая добротность МР $Q = 10^6$. Результаты моделирования изображены на рис. 8.3 для коэффициентов связи $g_A = g_B \equiv g = 6 \times 10^{-4} \omega_c$. Видно, что для симметричных ДКТ (то есть для которых $\delta_{Am} \approx \delta_{Bm}$) электроны в состоянии $|A0\rangle$ переходят в другие состояния даже при больших отстройках (здесь $\delta_{Bm} = 0.015 \omega_c$) из-за нерезонансного электронного возбуждения. Вместе с тем, подавление туннелирования при $V_m < 10^{-4} \omega_c$ приводит к локализации населенности в начальном состоянии с вероятностью $p_{A0} > 0.99$ практически для всех значений отстройки за исключением узкого интервала около точки симметрии. Для очень малой величины туннелирования достоверность хранимой информации хорошо описывается населенностью $p_{A0} = \delta_{Am}^2 / (4|g_A|^2 + \delta_{Am}^2)$ основного состояния

изолированной КТ (пунктирная линия на рис. 8.3). С другой стороны, резонатор генерирует и фазовый сдвиг

$$\delta\theta_{A(B)} = -|g_{A(B)}|^2 t / \delta_{A(B)m} \quad (8.7)$$

логических состояний. Этой фазовой ошибкой можно пренебречь для симметричных ДКТ, где $\delta\theta_A = \delta\theta_B$, и относительный фазовый сдвиг $\delta\theta = \delta\theta_A - \delta\theta_B$ равен нулю. Однако, как мы только что увидели, симметрия приводит к росту амплитудной ошибки при средних значениях V_m . Таким образом, рекомендуется соблюдать условие $\delta\theta_A \approx \delta\theta_B$ при малой величине туннелирования $V_m < 10^{-4} \omega_c$ для подавления квантовых ошибок обоих типов при хранении информации в одноэлектронных состояниях ДКТ.

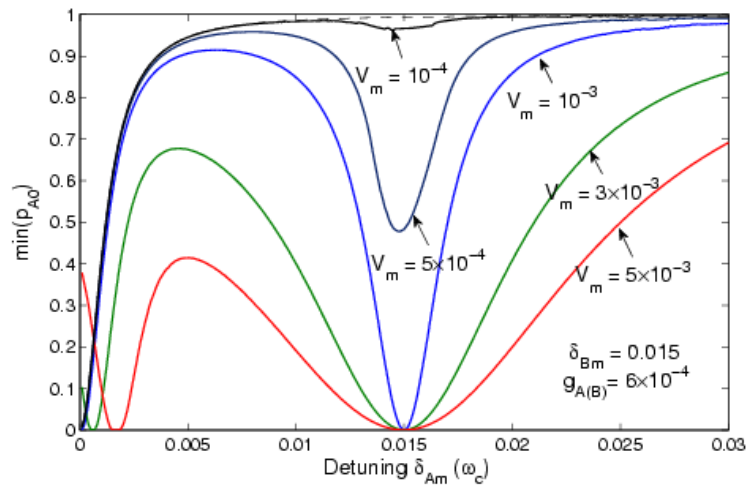
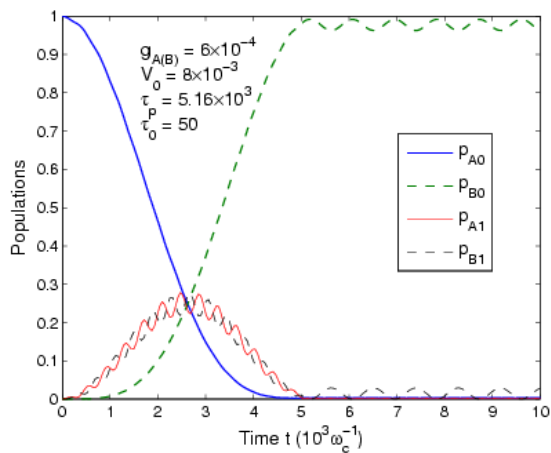


Рис. 8.3. Минимум населенности p_{A0} сохраняемого состояния ДКТ $|A0\rangle$ при различных значениях отстройки и скорости туннелирования. Величина минимума вычислялась на временном интервале $0 \leq t \leq 1/\kappa$. Все параметры на рисунке приведены в единицах ω_c .

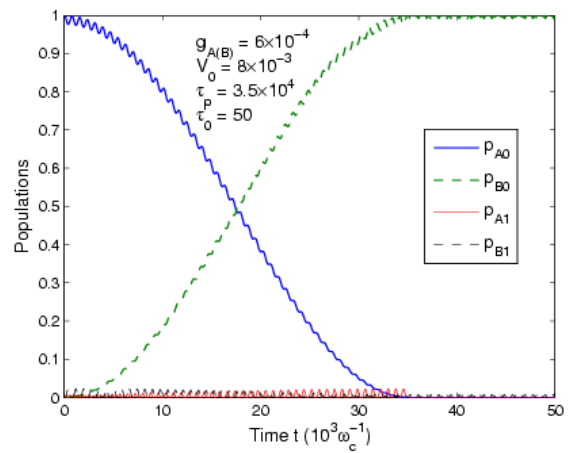
Теперь рассмотрим вращения вектора состояния кубита на полярный и азимутальный углы на сфере Блоха (инверсию населенности и фазовый сдвиг, соответственно). Инверсия населенности логических состояний эквивалентна операции NOT. Ее успешное осуществление, как было показано ранее, требует соблюдения некоторых условий. Во-первых, необходимо настроить энергии возбужденных состояний $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$ так, чтобы они были близки друг к другу, или, говоря более строго, минимизировать разницу их энергий относительно энергии туннельного взаимодействия $|\Delta_0| \ll V_0$. Во-вторых, межточечная динамика (туннелирование) должно превалировать над внутриточечной динамикой (возбуждением) для формирования стабильных транспортных состояний ДКТ за счет гибридизации возбужденных состояний

изолированных КТ: $|g_{A,B}| \ll V_0$. Два гибридизированных собственных состояния представляются суперпозицией состояний $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$ с собственными энергиями ε_- и ε_+ , сдвинутыми, соответственно, вниз и вверх на величину V_0 относительно невозмущенных энергий $\varepsilon_{A1} \approx \varepsilon_{B1}$, как показано на рис. 8.2а. Новые частоты переходов равны $\omega_{\pm} = \omega_{A(B)} \pm V_0$ (в случае совпадения ω_A и ω_B). В третьих, плавно изменяя отстройки частот $\delta_A(t)$ и $\delta_B(t)$ между ДКТ и МР, можно установить подходящий режим оптического управления. Резонансный режим, для которого $|\delta_-| = |\delta_{A,B0} - V_0| \ll |g_{A,B}|$ или $|\delta_+| = |\delta_{A,B0} + V_0| \ll |g_{A,B}|$, гарантирует быструю инверсию населенности состояний кубитов за счет оптически вызываемого переноса электрона через одно из гибридизированных состояний. Однако в таком режиме электрон демонстрирует стробоскопическое поведение, локализуясь в логическом подпространстве лишь в определенные моменты времени. С другой стороны, нерезонансный режим, для которого $|\delta_{\pm}| \gg |g_{A(B)}|$, обеспечивает более медленную, но практически непрерывную эволюцию вектора состояния кубита, а значит, дает возможность произвольно вращать его в меридианальной плоскости сферы Блоха.

Численное решение уравнения (8.3) представлено на рис. 8.4 для следующих параметров: $c_k(0) = \delta_{k,A0}$, $g_A = g_B \equiv g = 6 \times 10^{-4} \omega_c$, $\delta_{Am} = 0.03 \omega_c$, $\delta_{Bm} = 0.015 \omega_c$, $V_0 = 0.008 \omega_c$, $V_m = 0$ и $\tau_0 = 50 \omega_c^{-1}$ ($\delta_{k,A0}$ - символ Кронекера).



а)



б)

Рис. 8.4. Реализация квантовой операции NOT в а) резонансном и б) нерезонансном случаях для следующих параметров $g_{A(B)} = 6 \times 10^{-4} \omega_c$, $V_0 = 0.008 \omega_c$ и $\tau_0 = 50 \omega_c^{-1}$. Время t дано в единицах ω_c . Продолжительность импульса при реализации операции NOT составляет $\tau_p = 5.16 \times 10^3 \omega_c^{-1}$ для а) и $\tau_p = 3.5 \times 10^4 \omega_c^{-1}$ для б).

Выбирая $\delta_{A0} = \delta_{B0} = V_0$, мы обеспечиваем равенство частоты верхнего гибридного состояния ДКТ с частотой МР, $\omega_c = \omega_+$, реализуя таким образом трехуровневую (или Λ) резонансную схему, рис. 8.4а. В этом случае продолжительность электрического импульса, необходимая для инверсии кубита (время операции), равна $\tau_p = 5.16 \times 10^3 \omega_c^{-1}$. В другом случае, если положить $\delta_{A0} = \delta_{B0} = 0$, частота резонатора будет находиться непосредственно посередине дублета энергий гибридных состояний, что приводит к нерезонансному переносу электрона (рис. 8.4б), где теперь время операции $\tau_p = 3.5 \times 10^4 \omega_c^{-1}$ на порядок больше, чем в резонансном случае. Как и ожидалось, временная зависимость вероятностей p_k схожа с зависимостью, полученной для лазерных импульсов. Частоты переноса с хорошей точностью даются соотношениями $\Omega_{res} = |g|/\sqrt{2}$ и $\Omega_{off-res} = |g|^2/V_0$, а времена действия импульсов вычисляются согласно простым формулам $\tau_p = \pi\sqrt{2}/\Omega_{res}$ и $\tau_p = \pi/2\Omega_{off-res}$ для резонансного и нерезонансного случаев, соответственно. Однако до тех пор, пока фотон находится в резонаторе после завершения переноса, наш кубит подвергается нежелательному возмущению при $t \geq \tau_p$. Его влияние на динамику кубита проявляется в слабых нерезонансных осцилляциях населенностей p_{B0} и p_{B1} . Амплитуда этих колебаний, как и в случае хранения информации, задается отстройкой. Кроме того, она зависит от величины энергии туннелирования V_0 , что дает возможность оптимизировать перенос для определенных значений V_0 . На рис. 8.5 изображены максимумы и минимумы p_{B0} как функции V_0 для резонансной схемы в интервале $0 \leq t \leq 5 \times 10^4 \omega_c^{-1}$.

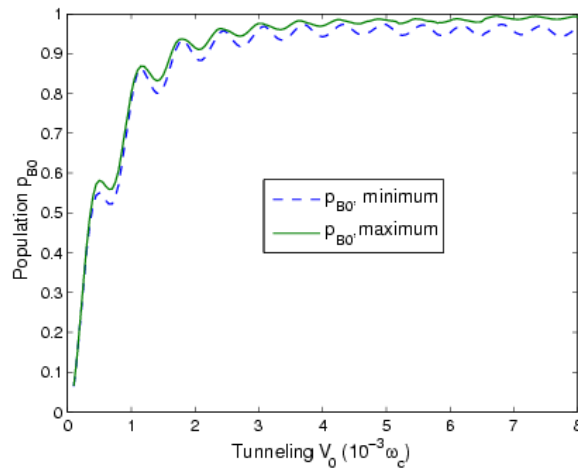


Рис. 8.5. Зависимости верхней и нижней границы населенности конечного состояния p_{B0} при инверсии $|A0\rangle \rightarrow |B0\rangle$ от величины туннелирования V_0 (в единицах $10^{-3} \omega_c$).

Как отмечено выше, при малой величине туннелирования $V_0 \leq |g_{A(B)}|$ возбужденный электрон не проникает в КТ B и населенность состояния $|B0\rangle$ остается практически нулевой. При больших V_0 обе функции осциллируют в фазе, оставаясь слегка меньше единицы. Очевидно, выбирая такие значения V_0 , при которых обе эти функции одновременно достигают максимума, можно удержать населенность p_{B0} близкой к единице. Например, для $V_0 = 6.7 \times 10^{-3} \omega_c$ мы имеем $0.974 \leq p_{B0} \leq 0.994$ во всем временном диапазоне. Как правило, в нерезонансной схеме амплитудная ошибка очень мала и дополнительная оптимизация не требуется.

Вторая квантовая операция, которую мы моделируем - это фазовый сдвиг одного из логических состояний относительно другого. Как мы отмечали, фотон резонатора производит медленную эволюцию фазы кубита в нерезонансном режиме согласно формуле (8.7). Для ускорения фазовой динамики можно использовать электрические импульсы с неравными отстройками $\delta_{A0} \neq \delta_{B0}$, причем они должны быть меньше, чем δ_{Am} и δ_{Bm} , но больше величины туннелирования V_0 , чтобы подавить перенос электрона между точками. Такая нерезонансная фазовая эволюция приводит к непрерывному накоплению относительной фазы с достаточной высокой скоростью. Более того, возможны и резонансно управляемые фазовые вращения. В качестве примера быстрой фазовой динамики мы демонстрируем фазовый сдвиг состояния $|B0\rangle$ относительно состояния $|A0\rangle$ на π . Эта операция может быть выполнена с помощью циклического резонансного перехода электрона из состояния $|B0\rangle$ в состояние $|B1\rangle$ и обратно. В отличие от инверсии здесь мы используем конфигурацию уровней с большой асимметрией (рис. 8.2б) и малой величиной туннелирования, $|\Delta_0| \gg V_0$. Как известно из теории двухуровневых систем, в этом случае состояние $|B0\rangle$ получает добавочный фазовый множитель $\exp(-i\pi)$. В то же время эквивалентный оптический переход в КТ A должен быть подавлен. Результаты численного моделирования фазовой динамики начального состояния ДКТ $2^{-1/2}(|A0\rangle + |B0\rangle)$ с параметрами $\delta_{Am} = \delta_{Bm} = 0.03\omega_c$, $\delta_{A0} = 0.03\omega_c$, $\delta_{B0} = 0$, $V_0 = 10^{-4}\omega_c$ и $\tau_p = 5.28 \times 10^3 \omega_c^{-1}$ (остальные величины выбраны, как и для операции NOT) показаны на рис. 8.6. В конце действия импульса относительная фаза состояния $|B0\rangle$ достигает значения 3.1416, что указывает на очень точную реализацию фазового вентиля. Вместе с тем, перераспределение остаточной населенности, вызываемое конечным туннелированием, приводит к итоговому значению вероятностей $p_{A0} = 0.507$ и $p_{B0} = 0.493$, что несколько отличается от идеальных

значений $p_{A0} = p_{B0} = 0.5$. И снова коррекция амплитуды может быть выполнена путем подавления туннелирования. А именно, уменьшение V_0 на порядок снижает амплитудную ошибку до 10^{-4} .

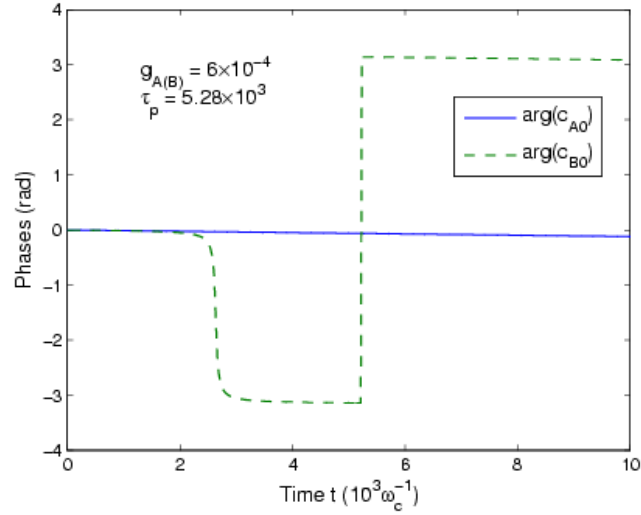


Рис. 8.6. Резонансная эволюция фазы кубита, находящегося в равновзвешенной суперпозиции логических состояний. Небольшой наклон на графиках обусловлен медленным нерезонансным сдвигом (8.7).

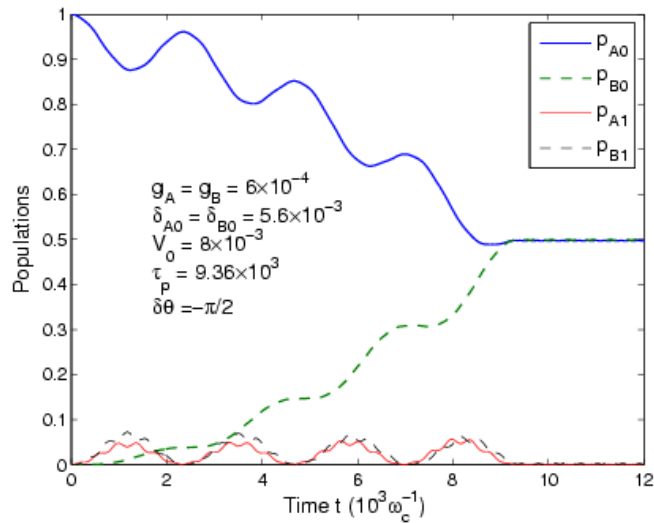


Рис. 8.7. Первый шаг реализации вентиля Адамара, приводящий к формированию суперпозиции равновзвешенных логических состояний. Параметры импульса и структуры следующие: $g_A = g_B = 6 \cdot 10^{-4} \omega_c$, $\delta_{A0} = \delta_{B0} = 5.6 \cdot 10^{-3} \omega_c$, $V_0 = 8 \cdot 10^{-3} \omega_c$, $\tau_0 = 50 \omega_c^{-1}$. Длительность импульса составляет $9.36 \cdot 10^3 \omega_c^{-1}$. На втором шаге необходимо устранить относительный фазовый сдвиг $\delta\theta = -\pi/2$. Время t дано в единицах $10^3 \omega_c^{-1}$.

Помимо уже рассмотренных двух основных режимов (резонансного и нерезонансного), можно эффективно реализовать несколько важных квантовых операций и в промежуточном

режиме со средними значениями отстроек. Мы покажем это на примере вращения Адамара ($\hbar$ -импульс или $\pi/4$ -импульс), осуществляемого в два шага. На первом шаге начальное состояние $|A0\rangle$ трансформируется в $2^{-1/2}(|A0\rangle - i|B0\rangle)$ (параметры импульса приведены на рис. 8.7). На втором шаге согласно описанной выше схеме достигается быстрый относительный фазовый сдвиг $\delta\theta = \pi/2$ состояния $|B0\rangle$, компенсирующийся умножением на $\exp(-i\pi/2)$.

Рассмотренные операции (NOT, фазовый сдвиг и вентиль Адамара) формируют так называемый универсальный набор, позволяющий осуществить любое однокубитное вращение. Для выполнения же произвольной квантовой операции необходимо дополнить набор еще одной нетривиальной двухкубитной операцией, например, CNOT. Пусть основные состояния $|A0\rangle$, $|B0\rangle$ первой ДКТ представляют логические состояния управляющего кубита, в то время как основные состояния $|A0'\rangle, |B0'\rangle$ второй ДКТ будут являться логическими состояниями управляемого кубита, эволюция которого зависит от первой ДКТ. Предположим, что ДКТ расположены на достаточно большом расстоянии друг от друга, так что можно пренебречь прямым электрон-электронным взаимодействием. Двухкубитная система начинает свою эволюцию с произвольного состояния

$$|\Psi(0)\rangle = c_{A0,A0',1}|A0, A0',1\rangle + c_{A0,B0',1}|A0, B0',1\rangle + c_{B0,A0',1}|B0, A0',1\rangle + c_{B0,B0',1}|B0, B0',1\rangle. \quad (8.8)$$

Гамильтониан, управляющий динамикой двухкубитного состояния, имеет вид $H_{2q} = H_q + H'_q + H_c$. На первый взгляд в нем отсутствует слагаемое, отвечающее корреляциям между кубитами, так как мы пренебрегли кулоновским отталкиванием электронов в ДКТ. Тем не менее, однокубитные гамильтонианы H_q и H'_q содержат два общих параметра (а именно, фотонные операторы a и a^+). Влияние этих операторов на двухкубитную динамику становится ключевым в однофотонном случае. Формально, присутствие ($n = 1$) или отсутствие ($n = 0$) фотона в МР означает включение или выключение управляющего поля для кубитов, обусловленное множителем $\sqrt{n}$ в выражении для a . Следовательно, если первый (управляющий) кубит в определенном логическом состоянии поглотил фотон из МР, изменяя значение $n = 1$ на $n = 0$, то МР не будет оказывать влияния на второй кубит. Это соображение можно применить для конструирования обусловленных двухкубитных операций.

Используя принцип, изложенный выше, был разработан следующий алгоритм операции CNOT с помощью двух ДКТ кубитов, взаимодействующих с одной и той же модой МР. Сначала мы переводим основное состояние $|A0\rangle$ первой ДКТ (или логическое состояние 0) во

вспомогательное возбужденное состояние $|A1\rangle$, поглощая таким образом фотон из МР. Выполнение этого шага совершается за счет выбора динамики отстройки, который мы назовем a -импульсом (фактически, это $\pi/2$ -импульс). А именно, мы реализуем резонансный переход $|A0\rangle \leftrightarrow |A1\rangle$, поддерживая частоту перехода $|B0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$ далеко от частоты МР, как это было сделано для быстрого фазового вращения. В результате электрон, локализованный в состоянии $|A0\rangle$, переходит во вспомогательное состояние $|A1\rangle$ с поглощением фотона МР управляющей ДКТ:

$$|A0, A0', 1\rangle \xrightarrow{a} |A1, A0', 0\rangle, |A0, B0', 1\rangle \xrightarrow{a} |A1, B0', 0\rangle. \quad (8.9)$$

Вместе с тем, если электрон занимает состояние $|B0\rangle$ первой ДКТ (или логическое состояние 1), он не возбуждается a -импульсом, поскольку частота перехода $|B0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$ далека от резонансной:

$$|B0, A0', 1\rangle \xrightarrow{a} |B0, A0', 1\rangle, |B0, B0', 1\rangle \xrightarrow{a} |B0, B0', 1\rangle. \quad (8.10)$$

Таким образом, после завершения действия одиночного a -импульса мы получаем запутанное состояние электрон-фотонной системы, которое содержит две компоненты, описывающие а) управляющую возбужденную ДКТ + пустой МР и б) управляющую невозбужденную ДКТ + МР с одним фотоном. Далее для реализации операции NOT мы настраиваем частоту управляемого кубита близко к частоте МР, как описано выше. Компоненты (8.9) с $n = 0$ не эволюционируют, поскольку пустой МР не может вызывать инверсию населенностей в управляемой ДКТ. И наоборот, компоненты (8.10) с $n = 1$ подвергаются действию π -импульса, который инвертирует управляемый кубит следующим образом:

$$|B0, A0', 1\rangle \xrightarrow{\pi'} |B0, B0', 1\rangle, |B0, B0', 1\rangle \xrightarrow{\pi'} |B0, A0', 1\rangle. \quad (8.11)$$

Наконец, мы воздействуем на структуру вторым a -импульсом, чтобы распутать состояния управляющего кубита и МР, возвращая фотон из управляющей ДКТ обратно в моду МР. Результат действия последовательности a - π' - a импульсов в двухкубитном базисе, представленный ниже,

$$\begin{aligned}
|A0, A0', 1\rangle &\xrightarrow{a} |A1, A0', 0\rangle \xrightarrow{\pi'} |A1, A0', 0\rangle \xrightarrow{a} |A0, A0', 1\rangle, \\
|A0, B0', 1\rangle &\xrightarrow{a} |A1, B0', 0\rangle \xrightarrow{\pi'} |A1, B0', 0\rangle \xrightarrow{a} |A0, B0', 1\rangle, \\
|B0, A0', 1\rangle &\xrightarrow{a} |B0, A0', 1\rangle \xrightarrow{\pi'} |B0, B0', 1\rangle \xrightarrow{a} |B0, B0', 1\rangle, \\
|B0, B0', 1\rangle &\xrightarrow{a} |B0, B0', 1\rangle \xrightarrow{\pi'} |B0, A0', 1\rangle \xrightarrow{a} |B0, A0', 1\rangle,
\end{aligned} \tag{8.12}$$

по сути является операцией CNOT. В выражениях (8.9) - (8.12) опущен фазовый множитель в предположении, что он будет скомпенсирован временным и/или дополнительным фазовым сдвигом одиночного кубита.

Мы проверили предложенную схему с помощью численного решения уравнения Шредингера с гамильтонианом H_{2q} в базисе состояний двух четырехуровневых ДКТ: $|A0, A0', 1\rangle$, $|A0, B0', 1\rangle$, $|B0, A0', 1\rangle$, $|B0, B0', 1\rangle$, $|A0, A1', 0\rangle$, $|A0, B1', 0\rangle$, $|B0, A1', 0\rangle$, $|B0, B1', 0\rangle$, $|A1, A0', 0\rangle$, $|B1, A0', 0\rangle$, $|A1, B0', 0\rangle$ и $|B1, B0', 0\rangle$, где мы опустили состояния, соответствующие двойным возбуждениям, так как в МР может находиться только один фотон. В этом усеченном базисе матрица 12×12 гамильтониана имеет следующий вид:

$$H_q = \begin{pmatrix} O & G' & G \\ \overline{G'} & W' & O \\ \overline{G} & O & W \end{pmatrix}, \tag{8.13}$$

где

$$\begin{aligned}
G &= \begin{pmatrix} g_A e^{i\delta\varphi_A} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_A e^{i\delta\varphi_A} & 0 \\ 0 & g_B e^{i\delta\varphi_B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_B e^{i\delta\varphi_B} \end{pmatrix}, \quad G' = \begin{pmatrix} g'_A e^{i\delta\varphi'_A} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g'_B e^{i\delta\varphi'_B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g'_A e^{i\delta\varphi'_A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g'_B e^{i\delta\varphi'_B} \end{pmatrix}, \\
W &= \begin{pmatrix} 0 & -Ve^{i\delta\Delta} & 0 & 0 \\ -Ve^{-i\delta\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Ve^{i\delta\Delta} \\ 0 & 0 & -Ve^{-i\delta\Delta} & 0 \end{pmatrix}, \quad W' = \begin{pmatrix} 0 & -V'e^{i\delta\Delta'} & 0 & 0 \\ -V'e^{-i\delta\Delta'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -V'e^{i\delta\Delta'} \\ 0 & 0 & -V'e^{-i\delta\Delta'} & 0 \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

а O – нулевая матрица размером 4×4 (верхняя черта означает эрмитово сопряжение). Параметры элементов матриц аналогичны заданным в уравнении (8.3).

Учитывая результаты однокубитного моделирования, выберем импульсы отстройки и туннелирования для операции CNOT следующим образом. Параметры каждого импульса определяются выражением (8.4), где нужно сделать замену $t \rightarrow t - t_0$ ($t_0 \geq 0$ – время начала

действия импульса). Для управляющей ДКТ выберем следующие параметры a -импульса: $\delta_{Am} = 0.03\omega_c$, $\delta_{A0} = 0$, $\delta_{Bm} = \delta_{B0} = 0.03\omega_c$, $V_m = 10^{-5}\omega_c$, $V_0 = 10^{-4}\omega_c$, $\tau_p = 2.64 \times 10^3 \omega_c^{-1}$, и зафиксируем задержку времени между первым и вторым a -импульсом равной $\tau_{delay} = 5.25 \times 10^3 \omega_c^{-1}$. Зададим следующие параметры резонансного π -импульса, действующего на управляемый кубит: $\delta'_{Am} = \delta'_{Bm} = 0.03\omega_c$, $\delta'_{A0} = \delta'_{B0} = V'_0$, $V'_m = 1.5 \times 10^{-5}\omega_c$, $V'_0 = 8 \times 10^{-3}\omega_c$ и $\tau_p = 5.16 \times 10^3 \omega_c^{-1}$. Время задержки мы выбрали несколько больше времени инверсии, чтобы избежать перекрытия импульсов ($\tau_0 = 50\omega_c^{-1}$ для всех импульсов). На рис. 8.8 (верхняя панель) изображены населенности четырех логических двухкубитных состояний как функции времени. Средняя и нижняя панели рис. 8.8 показывают профили импульсов отстройки и туннелирования, соответственно. Очевидно, что предложенная схема работает с высокой точностью ($p_{CNOT} \geq 0.99$). Более того, накопление фазы равно нулю, и дополнительная коррекция не требуется. В итоге, общее время выполнения квантовой операции CNOT имеет один порядок со средним временем выполнения однокубитных операций и составляет $\tau_{CNOT} \approx 1.044 \times 10^4 \omega_c^{-1}$.

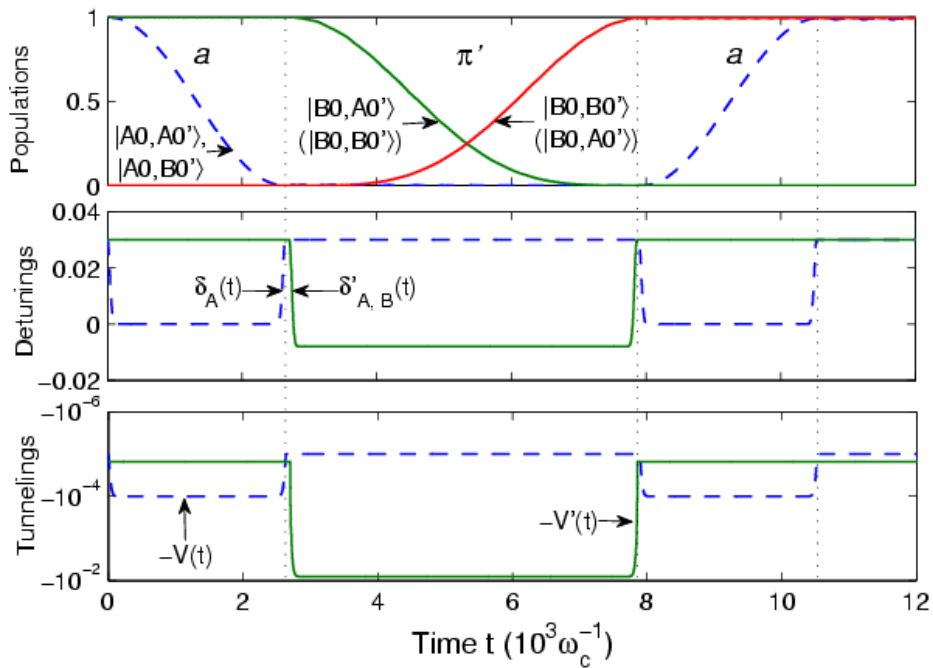


Рис. 8.8. Зависимость населенностей логических состояний, отстройки и туннелирования от времени для операции CNOT. Отстройка $\delta_B(t) \equiv 0.03\omega_c$ не показана. Значения энергии приведены в единицах ω_c , а время дано в единицах $10^3 \omega_c^{-1}$.

Заметим, что близкий подход был развит для условных двухкубитных вращений атомных кубитов, движущихся через резонатор Фабри-Перо [263]. В этом случае, однако, обмен фотонами между атомом и резонатором прямо приводит к операции NOT. Это стало возможным, поскольку логическими состояниями кубита являются основное и возбужденное состояние атома. В нашем случае необходим более сложный подход, включающий в себя вспомогательные состояния, поскольку логическими состояниями являются два основных состояния ДКТ. Предложенная условность может быть отнесена к виду, где степень воздействия внешнего поля (в данном случае, квантового поля МР) на управляемый кубит зависит от состояния управляющего кубита. В этом случае, управляющее поле МР не может рассматриваться как независимое от состояния кубитов в отличие от классического многофотонного поля лазера. Другими словами, управляющий кубит действует на фотонное состояние МР через сильные квантовые электродинамические корреляции между веществом и полем.

В качестве примера квантовой операции с большим числом кубитов рассмотрим реализацию кодировки Шора, где задействованы девять ДКТ кубитов [1]. В Главе 6 для этого мы использовали последовательность обусловленных транспозиций пробного электрона, вызванных возбуждением лазера во вспомогательной структуре из КТ. Здесь же пробный электрон заменяется фотоном МР. Как и выше, логическое состояние кубита $|0(1)\rangle$ мы свяжем с состоянием $|A(B)0\rangle$ ДКТ. В начале процедуры кодировки кубит (скажем, первый), состояние которого нам необходимо защитить от ошибок, находится в произвольной суперпозиции $|\Psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$ своих логических состояний. Остальные восемь кубитов загружаются в нулевое состояние. Кодировка означает трансформацию состояния данного кубита в сильно запутанное (коррелированное) состояние $|\Psi\rangle_s = c_0|0\rangle_s + c_1|1\rangle_s$ в базисе Шора $|0(1)\rangle_s = 2^{-3/2}(|000\rangle \pm |111\rangle)(|000\rangle \pm |111\rangle)(|000\rangle \pm |111\rangle)$ всего девятикубитного кластера. Последовательность импульсов, осуществляющих эту трансформацию, включает три типа импульсов, рассмотренных ранее (а именно, h -импульс, a -импульс и π -импульс). Пусть их нижние индексы обозначают номер кубита, на который данный импульс должен действовать. Тогда искомая последовательность импульсов будет выглядеть следующим образом:

$$U_s = U_0 U_1 U_4 U_7, \quad (8.14)$$

где $U_0 = a_1 \pi_4 \pi_7 a_1$, $U_k = h_k a_k \pi_{k+1} \pi_{k+2} a_k$ ($k = 1, 4, 7$), а операторы действуют слева направо. Первый оператор U_0 последовательно реализует две операции CNOT, причем для запутывания

состояний всего кластера первый кубит должен являться управляющим, а четвертый и седьмой – управляемыми. Далее операторы U_k ($k = 1, 4, 7$) запутывают k -й, $k+1$ -й и $k+2$ -й кубиты с помощью операции CNOT, где k -й (главный) кубит является управляющим, а $k+1$ -й and $k+2$ -й – управляемыми. Отметим, что применение вентилей Адамара перед операциями CNOT в U_k приводит к требуемой форме кодированных состояний, иначе мы бы получили обобщенное девятикубитное состояние Гринбергера-Хорна-Цайлингера (или «кота Шредингера»).

Используя описанный подход, можно осуществить произвольную квантовую операцию. Например, для выполнения трехкубитного вентиля Тоффоли (CCNOT) требуется последовательность импульсов $U_{CCNOT} = a_1 a_2 \pi_3 a_2 a_1$, которая инвертирует третий (управляемый) кубит тогда и только тогда, когда первый и второй (управляющие) кубиты находятся в логическом состоянии «единица». Стандартное разложение вентиля CCNOT в последовательность универсальных затворов включает в себя десять однокубитных вращений и шесть операций CNOT [1]. Здесь же всего лишь пять быстрых процедур обеспечивают реализацию этого важного вентиля, что позволяет считать нашу схему универсальной и экономичной.

8.1.4. Масштабируемая схема квантового регистра

Обсудим возможность создания предложенного кубита на практике, принимая во внимание последние экспериментальные достижения в данной области. Как уже упоминалось в Главе 1, в последние годы был достигнут заметный прогресс в позиционировании КТ в полупроводниковых микро- и нанорезонаторах. Для оптимизации взаимодействия кубита с МР необходимо, чтобы КТ находилась точно в пучности поля его моды. В противоположность неконтролируемому фазовому переходу Странского-Крастанова, стимулирующего стохастическую конденсацию неупорядоченного ансамбля КТ в гетероструктурах InAs/GaAs [43], [76], [77] улучшенные технологии, фиксирующие положение зародышей КТ [80], [81], [92], [95], [262], приводят к формированию их регулярных массивов. В этих методах положение КТ (и частично ее геометрия) точно определяется, в частности, с помощью поверхностной диффузии адсорбированных атомов [95], или за счет выборочного литографического структурирования поверхности [81], [81], [92]. В альтернативном подходе используется оптическая идентификация одиночной КТ на подложке с последующим формированием резонатора вокруг КТ [262]. Характерный размер получаемых КТ варьируется от нескольких нанометров до нескольких десятков нанометров. Соответствующие частоты внутризонных переходов электрона лежат в интервале от нескольких сотен до нескольких десятков миллиэлектронвольт. Заметим, что скачок между зонами проводимости для InAs и GaAs в

гетероструктуре (и, следовательно, глубина потенциальной ямы КТ) составляет около 250 мэВ. Область, которую занимает мода резонатора в дефекте фотонного кристалла, обычно ограничена несколькими сотнями нанометров. Это позволяет считать электромагнитное поле (а, значит, и взаимодействие) однородным по объему КТ, если та помещена в пучность поля. Квантовые точки во втором слое гетероструктуры InGaAs формируются непосредственно над точками в первом слое InGaAs [92], причем верхние КТ будут воспроизводить форму и размер нижних. Таким образом, комбинируя эти методы, можно получить массив ДКТ с высокой степенью симметрии, состоящий из множества пар практически одинаковых одиночных КТ. Инжекция электрона в ДКТ [56], наряду с подстройкой ее частоты (и величины туннелирования), можно реализовать с помощью электростатического затвора (или затворов) [107], [108]. Как показано в работе [108], параметры КТ в различных слоях можно задавать независимо, что позволяет сделать контроль над динамикой кубита более простым.

Определим рабочие параметры нашего кубита. Частоту $\omega_{A(B)m}$ перехода в ДКТ можно оценить из разности $\Delta\varepsilon_{10} = 3\pi^2\hbar^2/2m^*a^2 \approx (m_e/m^*)a^{-2}$ (в эВ) между энергиями основного и первого возбужденного состояний одиночной кубической КТ, где m_e - масса свободного электрона, m^* - эффективная масса электрона, а длина a стороны куба берется в нанометрах. Эта величина задает частоту МР как $\omega_c \approx \omega_{A,Bm} \approx \Delta\varepsilon_{10}/\hbar$. Для $a = 15$ нм (среднее значение a в экспериментах) и $m^* \approx 0.067 m_e$ в $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ($x < 0.5$) мы получаем $\hbar\omega_c \approx 80$ мэВ. С другой стороны, частота Раби равна $g \sim eaE_{c,0}$, где напряженность поля $E_{c,0}$ в пучности определяется материалом и геометрией резонатора. При $E_{c,0} = 10$ В/см мы получаем следующую оценку коэффициента связи: $g \approx 1.5 \times 10^{-5}$ эВ. При расчете мы брали $g = 6 \times 10^{-4} \omega_c$ или 4.8×10^{-5} эВ для полученных значений ω_c , что хорошо согласуется с только что найденным значением. Кроме того, используемая в работе величина энергии туннелирования $V_0 = 0.008 \omega_c \approx 0.64$ мэВ также согласуется с экспериментом. Поскольку V_0 зависит как от ширины l , так и от высоты ΔU барьера, разделяющего КТ A и B , такой выбор описывает множество способов реализации структуры. Отстройки $\delta_{A,Bm}$ и $\delta'_{A,Bm}$ электрических импульсов равны $0.03 \omega_c$ или 2.4 эВ, что требует напряжения на затворах порядка нескольких вольт [107]. И, наконец, быстрые однокубитные вращения (инверсия и фазовый сдвиг) выполняются за время $\tau_p \approx 40$ пс, в то время как двухкубитная операция занимает $\tau_{CNOT} \approx 100$ пс.

Масштабирование кубита означает создание упорядоченного массива ДКТ, где каждый кубит связан с пучностью моды МР и контролируется индивидуальным электрическим

затвором. На рис. 8.9 схематично показана одна из возможных конструкций квантового регистра на основе ДКТ-кубитов. База регистра (то есть некоторое количество ДКТ, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга) может быть выращена на гетероструктуре InGaAs/GaAs по технологии, описанной в [92]. Затем на нее литографически наносится решетка фотонного кристалла, причем в областях, где расположена одиночная ДКТ (точечный дефект) и волновод (линейный дефект), отверстия не изготавливаются. Мы предполагаем, что величина взаимодействия дефекта-резонатора и волновода намного превосходит величину взаимодействия резонатора и ДКТ. Таким образом, стационарная общая мода формируется за счет перескока фотонов между модами отдельных МР и волновода [102].

Существует несколько источников потери когерентности, которые снижают вероятность выполнения квантовых операций в полупроводниковых зарядовых ДКТ-кубитах. Перечислим наиболее важные среди них. Во-первых, это релаксация и дефазировка кубита, вызываемые фононами, во-вторых, дефазировка кубита, вызываемая флуктуациями напряжения на электрическом затворе, в третьих, дефазировка за счет неуправляемого взаимодействия между кубитами, в четвертых, ошибки эволюции, связанные с неидеальностью импульсов, и в пятых, релаксация фотонов из МР (возможно, вызываемая затворами или другими элементами электрической схемы). Ниже мы приводим оценку времени потери когерентности для каждого из этих процессов.

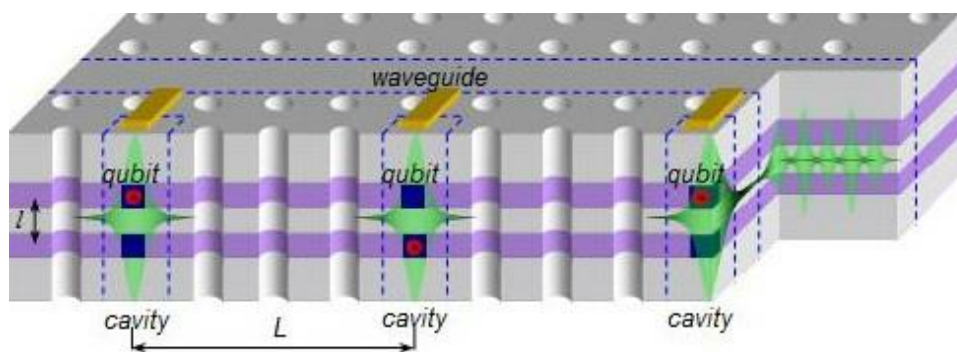


Рис. 8.9. Схема квантового регистра на основе ДКТ, помещенных в пучности мод индивидуальных резонаторов – дефектов фотонного кристалла, которые, в свою очередь, взаимодействуют между собой через общий волновод. Расстояние L между соседними кубитами существенно больше линейного размера l кубита.

Согласно результатам работы [264], время релаксации фотона $\tau_{1,ph} \sim \gamma^{-1}$ в самоорганизующихся ансамблях КТ в трехмерном полупроводнике меняется от 10^{-9} с до 10^{-8} с и сильно зависит от параметров структуры. Фононная дефазировка обычно характеризуется временем $\tau_{2,ph} \sim 10^{-9}$ с при температурах жидкого гелия. Число квантовых операций

определяется отношением $\min\{\tau_{1,ph}, \tau_{2,ph}\} / \tau_p$. Видно, что при $\tau_p \leq 10^{-10}$ с можно выполнить с приемлемой точностью только несколько квантовых операций. Однако приведенное выше время потери когерентности было получено для массивных полупроводников. Можно ожидать, что в тонких пластинах, изготовленных литографически, фононный спектр изменится. На сегодняшний день эксперименты позволяют утверждать, что фононы не препятствуют наблюдению экситонных осцилляций Раби в КТ [260], и поэтому, по крайней мере, амплитудная когерентность кубита сохраняется на среднем уровне.

Влияние электродов металлических затворов на динамику заряда в ДКТ было изучено в работах [265] и [266] в различных приближениях. Авторы заключили, что электростатическое взаимодействие между затвором (затворами) и кубитом приводит к достаточно медленной дефазировке последнего. При условии, что расстояние между затвором и кубитом большое (≥ 100 нм), а ширина барьера между точками мала (≤ 50 нм), время дефазировки варьируется от 10^{-8} с до 10^{-7} с. Это время намного больше времени фононной дефазировки $\tau_{2,ph}$, поэтому на данном этапе исследований можно пренебречь влиянием затвора на кубит. В дальнейшем негативное влияние элементов электрической схемы регистра, включающее в себя сильное поверхностное рассеяние в металлических затворах, должно быть изучено детально.

Чтобы подавить нежелательные кулоновские корреляции электронов в соседних ДКТ, необходимо располагать соседние кубиты на больших расстояниях $L \gg l$ друг от друга. Например, в работе [92] расстояние между точками l было приблизительно 10 нм и, следовательно, L должно быть порядка нескольких микрон. При больших L два ДКТ-кубита взаимодействуют как два точечных заряда. Энергия кулоновского отталкивания электронов в двух соседних ДКТ-кубитах (i -го и $i + 1$ -го) равна $U_{k,l}^{e-e} = e^2 / \kappa |\mathbf{r}_{i,k} - \mathbf{r}_{i+1,l}|$, где $\mathbf{r}_{i,k}$ - радиус-вектор электрона в i -й ДКТ, κ – диэлектрическая проницаемость, а $k, l = A, B$ - индексы единичных КТ. Небольшая разность $\Delta U^{e-e} = U_{AA}^{e-e} - U_{AB}^{e-e}$ энергий взаимодействия, соответствующая двум различным двухэлектронным конфигурациям, приводит к дефазировке [267]. При $L \gg l$ легко видеть, что $\Delta U^{e-e} / U_{AA}^{e-e} \approx l^2 / 2L^2$. Например, если $L = 3$ мкм и $l = 30$ нм мы получаем, что для GaAs $U_{AA}^{e-e} = 2 \cdot 10^{-5}$ эВ и $\Delta U^{e-e} = 10^{-9}$ эВ, что соответствует времени дефазировки $\tau_{e-e} \sim \hbar / \Delta U^{e-e}$ в несколько сотен наносекунд, что на три порядка меньше времени операции $\tau_p \leq 10^{-10}$ с.

В Главе 3 мы вывели аналитическое выражение для вероятности переноса электрона в ДКТ как функцию отклонений параметров лазерного импульса от заданных значений. В частности, ошибка резонансного переноса пропорциональна δ^2 / g^2 (δ – отстройка частоты), в

то время как фазовая ошибка ведет себя как δ / g . Несмотря на то, что когерентность кубита сохраняется при погрешности выбора отстройки и времени действия импульса, мы предполагаем, что эти ошибки будут достаточно серьезными при резонансном управлении. Успешное применение рассмотренных вентилях требует тонкой электростатической настройки частоты КТ с точностью не менее чем 10^{-7} эВ, а длительность электрического импульса необходимо контролировать с точностью, лучшей, чем 10^{-12} с.

На сегодняшний день для одномерного фотонного кристалла, допированного КТ, наибольшая достигнутая добротность равна $Q = 25000$, при этом для недопированного МР расчет дает $Q > 10^7$ [83]. Кроме того, в работе [83] было получено наибольшее значение отношения коэффициента связи g к скорости диссипации фотонов κ и наблюдалось вакуумное расщепление Раби. В то же время, такая величина добротности слишком мала для создания квантового компьютера. Здесь мы использовали значение добротности $Q > 10^6$ для МР, что почти на два порядка больше величины, достигнутой в работе [83]. В настоящее время такая добротность остается достаточно оптимистичной для эксперимента, тем не менее, можно сказать, что в ближайшем будущем она весьма ожидаема, что связано с быстрым прогрессом технологии изготовления высокодобротных полупроводниковых МР. Возможное решение, позволяющее повысить добротность, состоит в лучшей очистке материала и оптимизации геометрии МР. Мы должны заметить, что затворы еще больше уменьшают добротность, поэтому необходимо тщательно разработать их конструкцию. При частотах $\omega_c \approx 80$ мэВ мы получаем время релаксации фотона $\tau_c = 1/\kappa = Q/\omega_c \sim 10^{-8}$ с. Принимая во внимание, что время τ_p квантовой операции лежит в диапазоне $10^{-11} - 10^{-10}$ с, с помощью локализованного в МР фотона можно выполнить несколько десятков операций, до того как он покинет МР, что достаточно для принципиальной демонстрации схемы. Альтернативный подход состоит в использовании одного фотона на один вентиль. В этом случае точность квантовой операции будет намного выше, но схема станет более сложной из-за необходимости контролировать транспортировку фотона в МР и из него до и после выполнения каждой операции.

Следующая серьезная проблема, которая связана с использованием структурированного волновода, состоящего из большого числа МР [268], может возникнуть из-за необходимости селективной заселенности одной рабочей моды. Такой волновод больше подходит для опосредования взаимодействия между кубитами, чем волновод на основе протяженного линейного дефекта [102]. Однако число гибридизированных мод волновода будет возрастать с увеличением количества МР, в то время как ширина дефектной зоны, зависящая только от величины перескока фотонов между МР, останется неизменной (ср. с одноэлектронной сетью,

Глава 6). В результате возрастет плотность мод волновода, и селективная адресация к фотонной моде будет затруднена. В работе [268] продемонстрировано удовлетворительное разрешение в волноводах, составленных из нескольких сотен резонаторов. Для преодоления проблемы перескока в линейной цепочке из идентичных узлов можно разрушить идентичность, отдаляя моды одну от другой. Авторами работы [269] была экспериментально продемонстрирована оптическая связь двух МР, сформированных в фотонном кристалле на гетероструктуре и допированных КТ, и присоединенных к волноводу. Спектры экситонов КТ независимо настраивались электростатическими затворами. Расстояние между МР (то есть между рабочими КТ) было около 3 мкм. Данный результат в принципе подтверждает возможность реализации нашей схемы. Такая методика, дополненная техникой контроля над положением КТ [92], может непосредственно использоваться при изготовлении масштабируемого квантового регистра. Уже сейчас эксперименты, поставленные в работе [269], подтверждают справедливость многих предположений, сделанных выше. Однако некоторые из них, особенно те, которые касаются характеристик МР и электрического импульса, все еще остаются довольно оптимистическими.

В качестве последнего замечания обсудим возможность применения метода вторичного квантования для описания эволюции кубитов в МР вместо пространственно-временного подхода в рамках микроскопической модели ДКТ. Такой подход становится все более популярным, превращаясь в традиционный инструмент для анализа поведения кубитов во внешних полях. Все параметры в выражении (8.1) извлекаются из экспериментальных данных для конкретной (уже изготовленной и протестированной) структуры. Коэффициенты связи $g_{A,B}$ можно определить из вакуумного расщепления Раби в экспериментах по отражению и прохождению фотонов через структуру, частоты $\omega_{A,B}$ КТ и величина $V_{0,m}$ туннелирования между КТ находятся из анализа данных фотолюминесценции, коэффициенты диссипации γ и κ определяются на основании исследований эмиссионного спектра ДКТ. Данные по отстройке и туннелированию можно получить аналогичными методами.

Отметим, что в модели не исследовалось влияние паразитных эффектов, связанных с влиянием электронного континуума или с асимметрией ДКТ, на квантовые операции. Кроме того, мы получили наши результаты в когерентном приближении, пренебрегая каналами диссипации. Также мы ограничились простым случаем, когда только один кубит взаимодействует с резонатором. Ситуация, когда частоты двух или более кубитов одновременно настроены в соответствии с частотой МР, более сложна и интересна, и может привести к альтернативной реализации многокубитных операций.

Мы исследовали механизм управления состоянием зарядового кубита, использующий квантовое электрическое поле полупроводникового МР. Помимо точного размещения КТ

внутри МР, он базируется на использовании последовательности электрических импульсов, необходимой для надежной электростатической настройки частоты кубита с частотой МР. Современные технологии уже достигли того уровня, при котором данная схема может быть реализована. На сегодняшний день режим сильного взаимодействия одноэлектронного зарядового кубита и МР еще не продемонстрирован. Однако успешное развитие существующих экситонных КТ-кубитов в МР позволяет считать перспективными и их зарядовые аналоги.

8.2. Квантовые операции на зарядовых ДКТ кубитах в МР с электростатическим управлением в режиме ридберговской блокады

8.2.1. Модель взаимодействующих ДКТ и МР в многофотонном режиме

Мы видели, что электрон в возбужденном состоянии КТ, лежащем вблизи вершины барьера, оказывается делокализованным и может туннелировать между КТ. Данное обстоятельство приводит к гибридизации возбужденных состояний отдельных КТ и образованию дублета собственных состояний ДКТ. Как было показано в Главе 3, при определенных значениях ширины и высоты барьера верхнее состояние данного дублета выталкивается в непрерывный спектр. Таким образом, в ДКТ остаются три связанных электронных состояния (переобозначенные в соответствии с принятыми обозначениями для трехуровневой схемы): основные состояния $|L\rangle \equiv |A0\rangle$ и $|R\rangle \equiv |B0\rangle$ с энергиями ε_L и ε_R , а также возбужденное (нижнее) состояние $|T\rangle = (|A1\rangle + |B1\rangle)/\sqrt{2}$ с энергией ε_T . Гамильтониан системы ДКТ + МР в условиях режима сильного взаимодействия ($|g_{L,R}| \gg \gamma, \kappa$) имеет вид:

$$H = H_c + H_q + H_{c-q}, \quad (8.15)$$

где

$$H_c = \hbar\omega_c(a^\dagger a + 1/2) \quad (8.16)$$

- гамильтониан МР в одномодовом приближении;

$$H_q = \varepsilon_L |L\rangle\langle L| + \varepsilon_R |R\rangle\langle R| + \varepsilon_T |T\rangle\langle T| \quad (8.17)$$

- гамильтониан кубита (ДКТ) в трехуровневом приближении;

$$H_{c-q} = g_L |L\rangle\langle T| a^\dagger + g_R |R\rangle\langle T| a^\dagger + H.c. \quad (8.18)$$

- гамильтониан взаимодействия МР и кубита в приближении вращающейся волны, предполагающем выполнение условия $|g_{L,R}|, |\varepsilon_L - \varepsilon_R| \ll \hbar\omega_c$. Здесь коэффициенты взаимодействия электрона и поля МР, $g_L = \langle L | -e\mathbf{E}_c \mathbf{r} | T \rangle$ и $g_R = \langle R | -e\mathbf{E}_c \mathbf{r} | T \rangle$, определяют скорость электронных переходов в левой и правой КТ, соответственно.

Гамильтониан (8.15) представляет собой обобщение известного в квантовой оптике гамильтониана Джейнса-Каммингса для *трехуровневой* системы. В отличие от гамильтониана (8.1) для *четырёхуровневой* системы, применимом при *произвольной* величине туннельного взаимодействия между КТ, выражение (8.15) справедливо только для сильной туннельной связи. Нетрудно видеть, что оптический переход электрона из основного состояния ДКТ в возбужденное состояние сопровождается поглощением фотона МР. Поскольку рассматриваемая трехуровневая система способна поглотить (и испустить) только один фотон, то и количество квантов в МР может меняться только на единицу. Это значит, что если для основного состояния ДКТ резонатор содержит n фотонов, то после возбуждения ДКТ резонатор переходит в состояние с $n - 1$ фотонами. Таким образом, вектор состояния системы можно представить в следующем виде:

$$|\Psi\rangle = c_{L,n} \exp(-i\varepsilon_{L,n}t/\hbar) |L, n\rangle + c_{R,n} \exp(-i\varepsilon_{R,n}t/\hbar) |R, n\rangle + c_{T,n-1} \exp(-i\varepsilon_{T,n-1}t/\hbar) |T, n-1\rangle, \quad (8.19)$$

где $c_{k,n}$ ($k = L, R, T$) - амплитуда вероятности найти электрон в состоянии $|k\rangle$ ДКТ при наличии n фотонов в МР.

Подставляя выражения (8.15) – (8.19) в уравнение Шредингера, мы получаем систему уравнений для амплитуд вероятности,

$$\begin{cases} i\hbar\dot{c}_{L,n} = g_L \sqrt{n} c_{T,n-1} \exp(i\delta_L t) \\ i\hbar\dot{c}_{R,n} = g_R \sqrt{n} c_{T,n-1} \exp(i\delta_R t) \\ i\hbar\dot{c}_{T,n-1} = g_L^* \sqrt{n} c_{L,n} \exp(-i\delta_L t) + g_R^* \sqrt{n} c_{R,n} \exp(-i\delta_R t) \end{cases}, \quad (8.20)$$

где $\delta_{L(R)} = \omega_c - \omega_{L(R)}$ - отстройка частоты электронного перехода $|L(R)\rangle \leftrightarrow |T\rangle$ в ДКТ от частоты резонатора. Сравнение системы уравнений (8.20) с полуклассическими уравнениями указывает на математическую эквивалентность обоих подходов к описанию трехуровневой ДКТ во внешнем резонансном поле. Однако, с физической точки зрения, система (8.20) имеет более глубокую структуру и подразумевает корреляцию (запутывание) состояния квантового поля МР и состояния искусственного атома. Подчеркнем, что это свойство присуще только полям,

которые «чувствуют» приход/уход одиночных фотонов, то есть электромагнитным полям с небольшим числом квантов.

8.2.2. Однокубитные повороты в многофотонном поле МР

В общем случае решение системы (8.20) описывает сложные колебательные процессы с несколькими характерными частотами. Ниже мы рассмотрим частный случай осцилляций Раби, представляющих самый простой и наиболее распространенный в квантовой информатике физический инструмент реализации логических операций. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ волновая функция электрона локализована в логическом подпространстве $\{|L\rangle, |R\rangle\}$ ДКТ, а МР содержит n фотонов. Для симметричной структуры, состоящей из двух одинаковых КТ, $\delta_L = \delta_R = \delta$, $g_L = g_R = g$, и зависимости амплитуд вероятности состояний ДКТ в момент времени t при *строгом совпадении частот* ДКТ и МР ($\delta = 0$) представляются в виде

$$\begin{aligned} c_{L,n}(t) &= c_{L,n}(0)\cos^2(\Omega t) - c_{R,n}(0)\sin^2(\Omega t), \\ c_{R,n}(t) &= c_{R,n}(0)\cos^2(\Omega t) - c_{L,n}(0)\sin^2(\Omega t), \\ c_{T,n-1}(t) &= [c_{L,n}(0) + c_{R,n}(0)] \frac{\arg(g)}{i\sqrt{2}} \sin(2\Omega t), \end{aligned} \quad (8.21)$$

где $\Omega = |g|\sqrt{n}/\hbar\sqrt{2}$, а в случае *больших отстроек частот* ($|\delta| \gg |g/\hbar|$) они равны

$$\begin{aligned} c_{L,n}(t) &= \exp(-i\Omega t) [c_{L,n}(0)\cos(\Omega t) - ic_{R,n}(0)\sin(\Omega t)], \\ c_{R,n}(t) &= \exp(-i\Omega t) [c_{R,n}(0)\cos(\Omega t) - ic_{L,n}(0)\sin(\Omega t)], \\ c_{T,n-1}(t) &\approx 0, \end{aligned} \quad (8.22)$$

где $\Omega = |g|^2 n / \hbar^2 \delta$. Как можно видеть из выражений (8.21) и (8.22), транспозиция электрона между основными состояниями ДКТ будет совершаться в моменты времени $T = \pi/2\Omega + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ с точностью до знака. Отметим, что резонансное решение (8.21) описывает стробоскопическую эволюцию кубита, когда электронная плотность находится в логическом подпространстве $\{|L\rangle, |R\rangle\}$ только в определенные моменты времени, тогда как нерезонансное решение (8.22) соответствует непрерывному вращению вектора состояния кубита вокруг оси X по сфере Блоха. Это обстоятельство делает нерезонансную схему транспозиции более привлекательной по сравнению с резонансной схемой. Кроме того, заселенность возбужденного состояния в этом случае очень мала, $|c_{T,n-1}(t)|^2 \sim (|g|n/\hbar\delta)^2 \ll 1$, что значительно снижает вероятность спонтанной эмиссии в процессе переноса, поскольку $\gamma \sim |c_{T,n-1}(t)|^2$. При этом,

однако, следует помнить, что нерезонансная схема работает значительно медленнее, чем резонансная.

Как известно, для реализации произвольной однокубитной операции необходимо уметь поворачивать вектор состояния кубита вокруг двух ортогональных осей сферы Блоха на произвольные углы. Обычно в качестве второй такой оси выбирают ось Z, а соответствующее азимутальное вращение отвечает контролируемому изменению относительной фазы φ логических состояний кубита. Если плавно изменять энергии уровней, то $\varphi(t) = \int_0^t [(\varepsilon_R - \varepsilon_L)/\hbar] dt'$; при этом оптические переходы в ДКТ должны быть подавлены. Обе задачи могут быть решены за счет подачи электрического потенциала V_g на затвор, расположенный вблизи КТ на поверхности МР. Вызываемое им изменение частот ДКТ приводит к выводу ее из резонанса с управляющей модой МР, а небольшое варьирование разности энергий в течение определенного промежутка времени позволяет накопить требуемую разность фаз. Помимо этого, при помощи внешнего потенциала можно управлять туннелированием возбужденного электрона между КТ. Например, полное подавление электронного переноса в ДКТ достигается, если $eV_g \geq \tau$ (τ - матричный элемент туннелирования). Данный эффект будет использован нами при разработке условных двухкубитных операций.

8.2.3. Двухкубитные операции в режиме ридберговской блокады

Реализация многокубитных операций в квантовом регистре предполагает выбор физического механизма, обеспечивающего прямое или косвенное взаимодействие двух и более кубитов. Идеальной представляется та ситуация, где этот механизм допускает прямой контроль (включение/выключение, задание зависимости коэффициента взаимодействия от времени и т.д.) со стороны экспериментатора. Подобный вариант управления состоянием регистра, как правило, означает, что кубиты взаимодействуют друг с другом не напрямую, а через некоторую вспомогательную систему. Это дает большую свободу при проектировании архитектуры регистра по сравнению с механизмом, обуславливающим прямой контакт между кубитами, поскольку теперь нет жестких ограничений на расстояние между кубитами, и отсутствует необходимость динамического подавления паразитной эволюции внутри регистра, вызываемой постоянно присутствующим взаимодействием кубитов.

В схеме реализации нетривиальных двухкубитных операций мы следуем данной стратегии и в качестве вспомогательного объекта выбираем фотонное поле МР. Дизайн регистра, альтернативный показанному на рис. 8.9 и использующий дисковый (тороидальный,

сферический) резонатор, приведен на рис. 8.10. Здесь зарядовые ДКТ-кубиты (показано два) формируются в пучностях так называемой моды «шепчущей галереи» (whispering gallery mode, WGM), которые располагаются вдоль края МР. Как свидетельствуют результаты работы [92], так можно разместить некоторое количество одиночных КТ на примерно одинаковом расстоянии друг от друга. Далее, использование методики формирования второго слоя КТ непосредственно над первым создает перспективу изготовления ДКТ-регистра внутри WGM-резонатора. Наконец, литографическое нанесение управляющих затворов на поверхность МР и совмещение питающего волновода с МР завершает компоновку данного устройства. В отличие от МР на основе дефектных мод твердотельного фотонного кристалла (рис. 8.9) или оптических резонаторов-ловушек для атомов [10], в данной архитектуре регистра нет необходимости в системе волноводов, связывающих отдельные МР с одиночными кубитами в единую сеть. Здесь, как и в схеме регистра на ионном кристалле с общей фононной модой [1], фотонная мода играет роль и элемента, опосредующего взаимодействие кубитов, и трансдюсера между электронными и фотонными степенями свободы регистра.

Количественное описание динамики регистра при варьировании частот кубитов потенциалом затворов и изменении количества фотонов в МР строится на квантово-полевой модели взаимодействия электронов ДКТ и поля. Гамильтониан двух ДКТ-кубитов в МР имеет вид

$$H = H_c + H_{q,1} + H_{q,2} + H_{c-q,1} + H_{c-q,2} + H_{q-q}, \quad (8.23)$$

где первые пять слагаемых аналогичны выражениям (8.16) – (8.18), а индексы 1 и 2 относятся к первому и второму ДКТ-кубитам. Базисные состояния двухкубитной системы (а также проекторы, входящие в гамильтониан) представлены набором векторов $|k_1, k_2\rangle, k = L, R, T$. Последнее слагаемое в (8.23) вводится для описания прямого взаимодействия между ДКТ. Отметим, что в отличие от стандартного варианта такого гамильтониана, где учитываются энергетические сдвиги всех логических состояний, здесь мы ограничиваемся рассмотрением ситуации, когда оба электрона возбуждены и находятся во вспомогательном состоянии $|T_1, T_2\rangle$, а именно

$$H_{q-q} = V|T_1, T_2\rangle\langle T_1, T_2|. \quad (8.24)$$

Здесь $V > 0$ - кулоновское взаимодействие двух электронов. Это предположение обусловлено тем обстоятельством, что в возбужденном состоянии ДКТ электронная волновая функция делокализована, и поэтому орбитали $|T_1\rangle$ и $|T_2\rangle$ разных ДКТ перекрываются значительно

сильнее, чем их основные орбитали. Подобный эффект или, как его называют, диполь-дипольная блокада, наблюдается в ансамблях ридберговских атомов и используется там при генерации условных фазовых сдвигов.

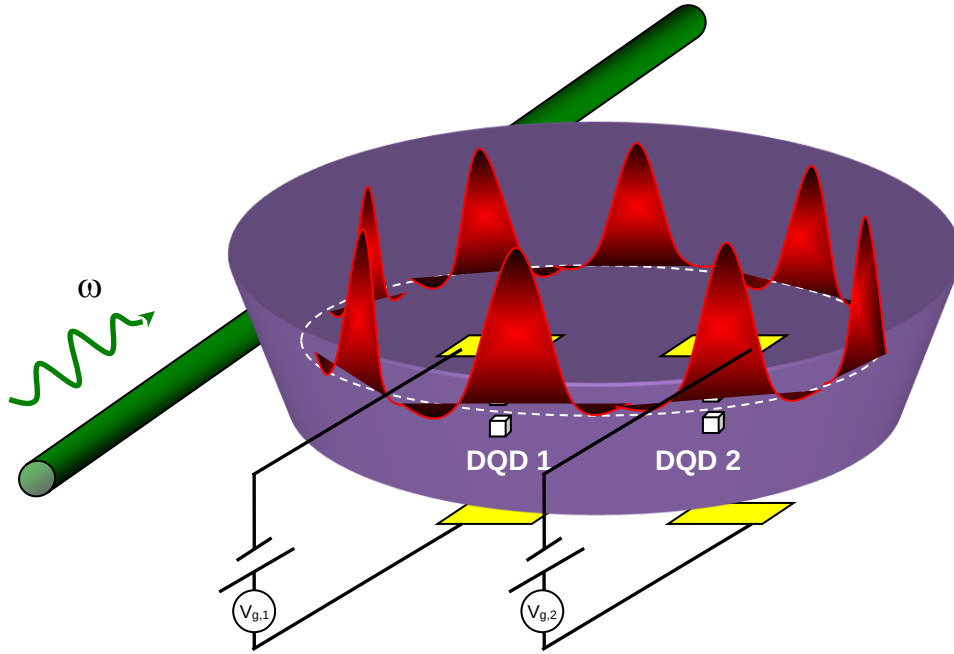


Рис. 8.10. Принципиальная схема двухкубитного ДКТ-регистра с электростатическим управлением, сформированного внутри WGM-резонатора (микродиска). Кубиты расположены в пучностях собственной моды МР. Независимое варьирование напряжений $V_{g,1}$ и $V_{g,2}$ на клеммах затворов обеспечивает настройку резонансных частот кубитов. Количество фотонов в МР контролируется волноводом.

Для электронных систем в наноструктурах на основе КТ кулоновское взаимодействие делокализованного вспомогательного электрона и КТ-кубитов рассматривалось в схемах реализации двух- и трехкубитных вентилях в Главах 5 и 6. Следует иметь в виду, что одновременное возбуждение двух электронов соответствует уходу двух фотонов из МР.

Представим вектор состояния нашей системы в виде суммы трех компонент: $|\Psi\rangle = |\Psi_n\rangle + |\Psi_{n-1}\rangle + |\Psi_{n-2}\rangle$. Первая компонента отвечает локализации электронов в логических состояниях обеих ДКТ и n фотонам в МР:

$$|\Psi_n\rangle = \sum_{\substack{k_1=L_1, R_1 \\ k_2=L_2, R_2}} c_{k_1, k_2, n} \exp(-i \varepsilon_{k_1, k_2, n} t / \hbar) |k_1, k_2\rangle |n\rangle, \quad \varepsilon_{k_1, k_2, n} = \varepsilon_{k_1} + \varepsilon_{k_2} + \hbar \omega_c n; \quad (8.25)$$

вторая компонента характеризует однократное возбуждение электрона в какой-либо из ДКТ и присутствие $n - 1$ фотонов в МР:

$$\begin{aligned}
|\Psi_{n-1}\rangle &= \sum_{k_2=L_2, R_2} c_{T_1, k_2, n-1} \exp(-i \varepsilon_{T_1, k_2, n-1} t / \hbar) |T_1, k_2\rangle |n-1\rangle + \\
&+ \sum_{k_1=L_1, R_1} c_{k_1, T_2, n-1} \exp(-i \varepsilon_{k_1, T_2, n-1} t / \hbar) |k_1, T_2\rangle |n-1\rangle, \\
\varepsilon_{k_1, k_2, n-1} &= \varepsilon_{k_1} + \varepsilon_{k_2} + \hbar \omega_c (n-1);
\end{aligned} \tag{8.26}$$

и, наконец, третья компонента описывает двукратное возбуждение в системе ДКТ и наличие $n - 2$ фотонов в МР:

$$|\Psi_{n-2}\rangle = c_{T_1, T_2, n-2} \exp(-i \varepsilon_{T_1, T_2, n-2} t / \hbar) |T_1, T_2\rangle |n-2\rangle, \quad \varepsilon_{T_1, T_2, n-2} = \varepsilon_{T_1} + \varepsilon_{T_2} + V + \hbar \omega_c (n-2) \tag{8.27}$$

Эволюция вектора состояния описывается уравнением Шредингера с гамильтонианом (8.23) и эквивалентна эволюции амплитуд вероятности базисных компонент. Переобозначим их следующим образом:

$$\begin{aligned}
c_1 &= c_{L_1, L_2, n}, \quad c_2 = c_{R_1, R_2, n}, \quad c_3 = c_{L_1, R_2, n}, \quad c_4 = c_{R_1, L_2, n}, \\
c_5 &= c_{L_1, T_2, n-1}, \quad c_6 = c_{R_1, T_2, n-1}, \quad c_7 = c_{T_1, L_2, n-1}, \quad c_8 = c_{T_1, R_2, n-1}, \\
c_9 &= c_{T_1, T_2, n-2}.
\end{aligned} \tag{8.28}$$

Тогда система уравнений, определяющая эволюцию структуры, принимает следующую форму:

$$\begin{cases}
i\hbar \dot{c}_1 = g_{L,2} \sqrt{n} c_5 \exp(i\delta_{L,2}t) + g_{L,1} \sqrt{n} c_7 \exp(i\delta_{L,1}t) \\
i\hbar \dot{c}_2 = g_{R,2} \sqrt{n} c_6 \exp(i\delta_{R,2}t) + g_{R,1} \sqrt{n} c_8 \exp(i\delta_{R,1}t) \\
i\hbar \dot{c}_3 = g_{L,1} \sqrt{n} c_8 \exp(i\delta_{L,1}t) + g_{R,2} \sqrt{n} c_5 \exp(i\delta_{R,2}t) \\
i\hbar \dot{c}_4 = g_{R,1} \sqrt{n} c_7 \exp(i\delta_{R,1}t) + g_{L,2} \sqrt{n} c_6 \exp(i\delta_{L,2}t) \\
i\hbar \dot{c}_5 = g_{L,2}^* \sqrt{n} c_1 \exp(-i\delta_{L,2}t) + g_{R,2}^* \sqrt{n} c_3 \exp(-i\delta_{R,2}t) + g_{L,1} \sqrt{n-1} c_9 \exp(i\tilde{\delta}_{L,1}t) \\
i\hbar \dot{c}_6 = g_{L,2}^* \sqrt{n} c_4 \exp(-i\delta_{L,2}t) + g_{R,2}^* \sqrt{n} c_2 \exp(-i\delta_{R,2}t) + g_{R,1} \sqrt{n-1} c_9 \exp(i\tilde{\delta}_{R,1}t) \\
i\hbar \dot{c}_7 = g_{L,1}^* \sqrt{n} c_1 \exp(-i\delta_{L,1}t) + g_{R,1}^* \sqrt{n} c_4 \exp(-i\delta_{R,1}t) + g_{L,2} \sqrt{n-1} c_9 \exp(i\tilde{\delta}_{L,2}t) \\
i\hbar \dot{c}_8 = g_{L,1}^* \sqrt{n} c_3 \exp(-i\delta_{L,1}t) + g_{R,1}^* \sqrt{n} c_2 \exp(-i\delta_{R,1}t) + g_{R,2} \sqrt{n-1} c_9 \exp(i\tilde{\delta}_{R,2}t) \\
i\hbar \dot{c}_9 = \sqrt{n-1} [g_{L,1}^* c_5 \exp(-i\tilde{\delta}_{L,1}t) + g_{R,1}^* c_6 \exp(-i\tilde{\delta}_{R,1}t) + g_{L,2}^* c_7 \exp(-i\tilde{\delta}_{L,2}t) + g_{R,2}^* c_8 \exp(-i\tilde{\delta}_{R,2}t)]
\end{cases} \tag{8.29}$$

Здесь $g_{L(R),1(2)} = \langle L(R)_{1(2)} | -e \mathbf{E}_c \mathbf{r} | T_{1(2)} \rangle$ - коэффициент взаимодействия электрона, находящегося в КТ $L(R)$ ДКТ с индексом $1(2)$, с полем МР, а $\delta_{L(R),1(2)} = \omega_c - \omega_{L(R),1(2)}$ и $\tilde{\delta}_{L(R),1(2)} = \delta_{L(R),1(2)} + V/\hbar$ - отстройки частот $\omega_{L(R),1(2)} = (\varepsilon_{T_1} - \varepsilon_{L(R),1(2)})/\hbar$ переходов в ДКТ от частоты ω_c моды МР с учетом кулоновского взаимодействия V двух возбужденных электронов. Схема переходов, описываемых уравнениями (8.29), показана на рис. 8.11.

Чтобы осуществить какую-либо нетривиальную квантовую операцию на двух кубитах, необходимо подобрать параметры системы так, чтобы эволюция одного (контролируемого) кубита была обусловлена состоянием второго (контролирующего) кубита. Для зарядовых кубитов на квантовых точках это достигается за счет комплексного управления электронными переходами между состояниями двухкубитной системы или подходящего выбора взаимной ориентации кубитов, а также путем введения вспомогательного контролирующего кубита. Здесь мы разработали принципиально иной способ реализации основных двухкубитных вентилей, базирующийся на зависимости скорости совместной эволюции двух кубитов от состояния одного из них. Ниже мы опишем алгоритмы, приводящие к выполнению таких важных операций, как контролируемое-НЕ (CNOT) и контролируемое-Z (CZ).

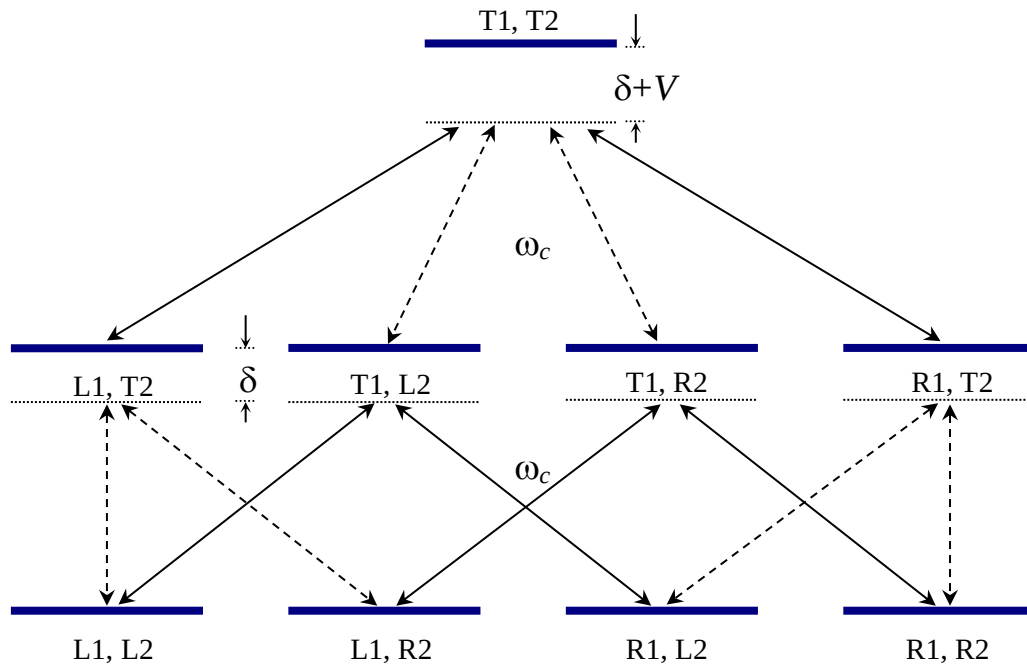


Рис. 8.11. Схема возможных переходов в системе из двух одинаковых симметричных ДКТ, помещенных в МР с частотой ω_c . Переходы в ДКТ 1(2) обозначены сплошными (пунктирными) стрелками.

Итак, операция CNOT предполагает, что контролируемый кубит будет инвертирован, если контролирующий кубит находится в заданном логическом состоянии (как правило, «единица»). Без ограничения общности, выберем в качестве контролирующего кубита ДКТ 2. Для достижения полной инверсии в трехуровневом бистабильном потенциале контролируемого кубита (ДКТ 1) необходимо выполнение следующих условий: $\delta_{L,1} = \delta_{R,1} = \delta_1$ и $g_{L,1} = g_{R,1} = g_1$. Как теперь сделать так, чтобы частота Раби осцилляций электрона в ДКТ 1, приводящих к инверсии его состояния, зависела от состояния электрона в ДКТ 2? Мы будем предполагать, что прямое кулоновское взаимодействие V двух возбужденных электронов

достаточно большое, чтобы выполнялось сильное неравенство $|g_{R(L),1(2)} / \hbar| \ll |\tilde{\delta}_{R(L),1(2)}|$. Если при этом $|g_{L(R),1(2)} / \hbar| \geq |\delta_{L(R),1(2)}|$, то вкладом состояния $|T_1, T_2, n-2\rangle$ в динамику системы можно пренебречь и положить в (8.29) $|c_9| \ll 1$. Аналогичный эффект будет иметь место при наличии в МР только одного фотона ($n = 1$) даже когда $V = 0$. Следовательно, единственным механизмом, объединяющим эволюцию кубитов, является обмен фотоном между ними и полем. Допустим, что фотон может поглощаться и испускаться обеими ДКТ. В этом случае будет происходить формирование суперпозиции их состояний с одним возбужденным электроном, аналогичной состоянию Дика в атомной оптике. Частота Раби этого процесса будет зависеть от параметров обеих ДКТ. Теперь предположим, что контролирующая ДКТ 2 может поглотить фотон МР только будучи в определенном основном (логическом) состоянии, например, в состоянии $|L_2\rangle$. В состоянии же $|R_2\rangle$ ДКТ 2 по какой-либо причине не может поглотить квант энергии, и ДКТ 2 не эволюционирует; при этом частота Раби двухкубитной системы будет зависеть только от параметров ДКТ 1. Таким образом, для двух разных логических состояний ДКТ 2 имеем две различные частоты Раби. Подбирая в общем случае произвольной суперпозиции состояний ДКТ 2 время взаимодействия T кубитов с полем так, чтобы электронная компонента ДКТ 1, соответствующая $|L_2\rangle$, инвертировалась, а компонента, соответствующая $|R_2\rangle$, вернулась в начальное состояние, мы реализуем операцию CNOT.

Подавить переход из состояния $|R_2\rangle$ в возбужденное состояние $|T_2\rangle$ можно, выведя его из резонанса с фотонным полем. Эта блокировка проводится путем подачи сильного напряжения V_{g2} на затвор ДКТ 2. Условие, соответствующее данной процедуре, может быть сформулировано как $|\delta_{R,2}| \gg |g_{R,2} / \hbar|$. При этом происходит и модификация спектра ДКТ 2: туннельная связь двух возбужденных состояний отдельных КТ разрывается, и трехуровневая схема переходов сводится к двухуровневой. Мы будем продолжать обозначать возбужденное состояние КТ L ДКТ 2 через $|T_2\rangle$, а отстройку и коэффициент взаимодействия переобозначим: $\delta_{L,2} = \delta_2$ и $g_{L,2} = g_2$. Учитывая, что множитель $\exp(i\delta_{R,2}t)$ в системе уравнений (8.29) является быстро осциллирующим по отношению к другим величинам, зависящим от времени, можно применить приближение вращающейся волны и исключить соответствующие компоненты. Помимо этого, в системе уравнений (8.29) удобно перейти от амплитуд вероятности c_1, c_4, c_5, c_6 к их линейным комбинациям $c_1 \pm c_4, c_5 \pm c_6$. В результате система (8.29) распадается на три независимые системы:

$$\begin{cases} i\hbar\dot{c}_2 = g_1\sqrt{nc_8}\exp(i\delta_1t) \\ i\hbar\dot{c}_3 = g_1\sqrt{nc_8}\exp(i\delta_1t) \\ i\hbar\dot{c}_8 = g_1^*\sqrt{nc_3}\exp(-i\delta_1t) + g_1^*\sqrt{nc_2}\exp(-i\delta_1t) \end{cases}; \quad (8.30)$$

$$\begin{cases} i\hbar(\dot{c}_1 - \dot{c}_4) = g_2\sqrt{n}(c_5 - c_6)\exp(i\delta_2t) \\ i\hbar(\dot{c}_5 - \dot{c}_6) = g_2^*\sqrt{n}(c_1 - c_4)\exp(-i\delta_2t) \end{cases}; \quad (8.31)$$

$$\begin{cases} i\hbar(\dot{c}_1 + \dot{c}_4) = 2g_1\sqrt{nc_7}\exp(i\delta_1t) + g_2\sqrt{n}(c_5 + c_6)\exp(i\delta_1t) \\ i\hbar(\dot{c}_5 + \dot{c}_6) = g_2^*\sqrt{n}\exp(-i\delta_2t)(c_1 + c_4) \\ i\hbar\dot{c}_7 = g_1^*\sqrt{n}\exp(-i\delta_1t)(c_1 + c_4) \end{cases}. \quad (8.32)$$

Нетрудно видеть, что система (8.30) эквивалентна системе (8.20) и описывает перенос электрона в ДКТ 1 при условии, что электрон ДКТ 2 локализован в состоянии $|R_2\rangle$. Система (8.31) описывает двухуровневые, а система (8.32) – трехуровневые осцилляции Раби в новом базисе, когда электрон ДКТ 2 находится в КТ L .

Рассмотрим решения (8.30) – (8.32) для некоторых частных случаев, иллюстрирующих возможность выполнения операции CNOT. В нерезонансном режиме, когда $|\delta_{1,2}| \gg |g_{1,2}/\hbar|$, электрон в ДКТ 1 совершает медленные осцилляции (8.22) между КТ L и КТ R с частотой Раби $\Omega_1 = |g_1|^2 n / \hbar^2 \delta_1$, независимо от того, в какой из КТ локализован электрон в ДКТ 2. Если он находится в состоянии $|L_2\rangle$, то решение (8.22) умножается на $\exp(-i\Omega_2 t)$, где $\Omega_2 = |g_2|^2 / \hbar^2 \delta_2$. Вероятность возбуждения электрона в ДКТ 2 очень мала, и мы видим, что его влияние на динамику системы сводится лишь к появлению дополнительного фазового множителя. При этом, поскольку мы предположили, что $|\delta_{R,2}| \gg |\delta_{L,2}|$, аналогичным множителем, когда электрон локализован в состоянии $|R_2\rangle$, можно пренебречь. Нетрудно видеть, что в данном случае реализация контролируемой инверсии невозможна.

Пусть теперь левая точка ДКТ 2 находится в строгом резонансе с модой диска ($\delta_2 = 0$), а частота ДКТ 1 сильно отстроена от частоты моды на величину $|\delta_1| \gg |g_1/\hbar|$. Если электрон в ДКТ 2 находится в «темной» (выведенной из резонанса) правой КТ R , то эволюция ДКТ 1 снова описывается уравнениями (8.22) для c_2 и c_3 . Если же он находится в «светлой» КТ L , то амплитуды вероятности c_1 и c_4 отражают быстрые двухуровневые осцилляции электрона в этой точке, модулирующиеся медленной эволюцией ДКТ 1:

$$c_{1,4} = \pm \frac{c_1(0) - c_4(0)}{2} \cos(\Omega_1 t) + \frac{c_1(0) + c_4(0)}{2} \exp(-i\Omega_2 t) \left[\cos(\Omega_3 t) - i \frac{\Omega_2}{\Omega_3} \sin(\Omega_3 t) \right], \quad (8.33)$$

где $\Omega_1 = |g_2| \sqrt{n} / \hbar$, $\Omega_2 = |g_1|^2 n / \hbar^2 \delta_1$ и $\Omega_3 = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$. Полагая $\Omega_1 T = \pi(2m_1 + 1)$, $\Omega_2 T = 2\pi m_2$ и $\Omega_3 T = 2\pi m_3$, мы получаем инверсию данных амплитуд, то есть вентиль CNOT.

Если же частота ДКТ 1 равна частоте моды МР ($\delta_1 = 0$), и левая точка ДКТ 2 выведена из резонанса ($|\delta_2| \gg |g_2 / \hbar|$), то решения для c_1 и c_4 имеют вид:

$$c_{1,4} = \pm \frac{c_1(0) - c_4(0)}{2} \exp(-i2\Omega_1 t) + \frac{c_1(0) + c_4(0)}{2} \exp(-i\Omega_1 t) \left[\cos(\Omega_3 t) - i \frac{\Omega_1}{\Omega_3} \sin(\Omega_3 t) \right], \quad (8.34)$$

где $\Omega_1 = |g_2|^2 n / 2\hbar^2 \delta_2$, $\Omega_2 = |g_1| \sqrt{2n} / \hbar$ и $\Omega_3 = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$. При этом амплитуды c_2 и c_3 удовлетворяют резонансному решению (8.21) с частотой Раби Ω_2 , а условия выполнения CNOT формулируются опять как $\Omega_1 T = \pi(2m_1 + 1)$, $\Omega_2 T = 2\pi m_2$ и $\Omega_3 T = 2\pi m_3$.

Когда обе ДКТ находятся в строгом резонансе с полем ($\delta_1 = \delta_2 = 0$), решения c_2 и c_3 для ситуации с электроном ДКТ 2, локализованным в состоянии $|R_2\rangle$, аналогичны (8.21). Динамика системы в случае нахождения электрона ДКТ 2 в КТ L дается уравнениями

$$\begin{aligned} c_1 &= c_1(0) \cos(\Omega_1 t) \cos(\Omega_2 t) - c_4(0) \sin(\Omega_1 t) \sin(\Omega_2 t), \\ c_4 &= c_4(0) \cos(\Omega_1 t) \cos(\Omega_2 t) - c_1(0) \sin(\Omega_1 t) \sin(\Omega_2 t) \end{aligned} \quad (8.35)$$

с частотами Раби $\Omega_{1(2)} = \left(\sqrt{2|g_1|^2 n + |g_2|^2 n} \pm |g_2| \sqrt{n} \right) / 2\hbar$. В этом случае CNOT достигается при $|g_1| \sqrt{2n} T / \hbar = \pi m_1$, $\Omega_1 T = \pi/2 + 2\pi m_2$ и $\Omega_2 T = \pi/2 + 2\pi m_3$. Из формул (8.33) – (8.35) можно получить и решения для каждой ДКТ в отдельности, приравнявая коэффициент g_1 или g_2 к нулю.

Несложно заметить, что условия выполнения CNOT в каждом из рассмотренных случаев приводят к уравнениям вида $f(m_1, m_2, m_3) = 0$, связывающим целочисленные параметры m_1, m_2, m_3 . Подобрать эти числа так, чтобы указанные уравнения удовлетворялись точно, крайне трудно. Тем не менее, даже приближенное решение дает очень хорошую вероятность реализации CNOT благодаря плавной зависимости от времени заселенностей логических состояний вблизи максимумов/минимумов: $P \sim (t - T_{\min/\max})^4$. Подбор параметров может быть

осуществлен и так, что «темное» состояние $|R_2\rangle$ будет играть роль логического состояния «1». В качестве примера на рис. 8.12 показана реализация такого вентиля CNOT, когда $\delta_1 = \delta_2 = 0$, $c_{1(4)}(0) \rightarrow c_{1(4)}(0)$ и $c_{2(3)}(0) \rightarrow c_{3(2)}(0)$.

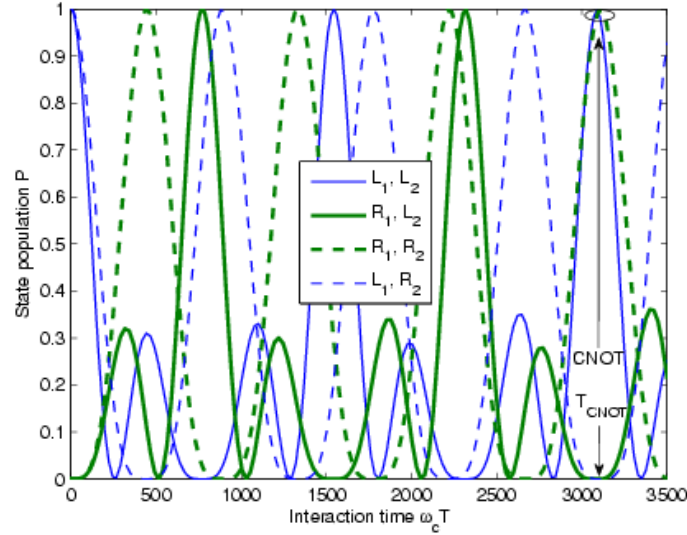


Рис. 8.12. Вентиль CNOT в резонансном исполнении; при $\omega_c T = 3095$ $P_2 = 0.995$. Здесь $g_1 = 0.005\hbar\omega_c$ и $g_2 = 0.005\sqrt{21/32}\hbar\omega_c$.

Вернемся к рассмотрению ситуации, когда в системе возможно одновременное возбуждение двух электронов. Поскольку частота перехода из основных состояний двухкубитной системы с амплитудами вероятности $c_1 - c_4$ в состояния $c_5 - c_8$ с однократным возбуждением отличается от частоты перехода из состояний $c_5 - c_8$ в состояние c_9 на величину V , то можно, адиабатически исключая состояния $c_5 - c_8$, организовать переход из заданного основного состояния в состояние $|T_1, T_2, n-2\rangle$. Далее, используя трехуровневую схему, осуществляем переходы между различными основными состояниями, используя данное состояние как промежуточное. Адиабатическое исключение состояний с однократным возбуждением в какой-либо ДКТ и двухфотонный резонанс основных состояний с состоянием двукратного возбуждения достигаются при соблюдении следующих условий: $|\delta_{1,2}| \gg |g_{1,2}/\hbar|$ и

$$\delta_1 + \delta_2 = \alpha - V/\hbar, \text{ где } \alpha = \left[\frac{|g_2|^2}{\hbar^2 \delta_1} + 2 \frac{|g_1|^2}{\hbar^2 \delta_2} \right] (n-1) - \left[\frac{|g_2|^2}{\hbar^2 \delta_2} + 2 \frac{|g_1|^2}{\hbar^2 \delta_1} \right] n. \text{ В этом случае решения для } c_1$$

и c_4 имеют вид

$$c_{1(4)} = \frac{1}{2} \exp\left(-i|g_2|^2 nt/\hbar^2 \delta_2\right) \left[[c_1(0) + c_4(0)] \exp(-i\Omega_1 t) \cos(\Omega_2 t) \pm [c_1(0) - c_4(0)] \right], \quad (8.36)$$

где $\Omega_1 = 2|g_1|^2 n / \hbar^2 \delta_1$, $\Omega_2 = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\hbar^2 \delta_1 \delta_2} g_1 g_2 \sqrt{2n(n-1)}$ - частоты Раби. Решения для c_2 и c_3 даются формулами (8.22) с $\Omega = \Omega_1$. Заметим, что в отличие от классического подхода, при квантовом описании поля резонатора двухфотонный режим требует дополнительной подстройки α , чтобы скомпенсировать штарковский сдвиг уровней ДКТ. Итак, полагая $\Omega_1 T = 2\pi m_1$ и $\Omega_2 T = \pi(2m_2 + 1)$, мы получаем вентиль CNOT с точностью до общего множителя перед фигурными скобками в (8.36).

Наконец, обсудим возможность выполнения вентиль CZ, приводящего к изменению знака базисного состояния $|11\rangle \equiv |L_1, L_2\rangle$ нашего двухкубитного регистра для случая, когда $V \neq 0$. Подавая на затворы обеих ДКТ такое напряжение, чтобы выполнялись условия $\delta_{L,1} = \delta_{L,2} = \delta$, $|g_{L,1(2)} / \hbar| \ll |\delta| \ll |\delta_{R,1(2)}|$ и $\delta = -V/2$, мы реализуем двухфотонный рабиевский переход из состояния $|L_1, L_2\rangle$ в состояние $|T_1, T_2\rangle$ и обратно с изменением фазы на π . Оставшиеся три базисных состояния не эволюционируют, поскольку для них не соблюдены условия двухфотонного резонанса. Как показывают численные расчеты, эволюция регистра описывается каноническими решениями Раби

$$c_1 = \exp(-i\Omega_1 t) \cos(\Omega_2 t), \quad c_9 = -i \exp(-i\Omega_1 t) \sin(\Omega_2 t), \quad (8.37)$$

где $\Omega_1 = \frac{|g_{L,1}|^2 + |g_{L,2}|^2}{\hbar^2 \delta} n$ и $\Omega_2 = 2 \left| \frac{g_{L,1} g_{L,2}}{\hbar^2 \delta} \right| \sqrt{n(n-1)}$, только в случае достаточно больших $V \sim \hbar \omega_c$.

Тем не менее, и для сравнительно малых $V \sim 0.01 \hbar \omega_c$ наблюдаются осцилляции более сложной природы, приводящие к требуемому условному накоплению фазы. Таким образом, мы продемонстрировали возможность выполнения как одно-, так и двухкубитных операций на двух ДКТ-кубитах, помещенных в оптический МР с электрическим контролем частот кубитов.

8.3. Принципы формирования фотонных структур с КТ из отдельных МР

8.3.1. Общие сведения о фотонных молекулах и модель сильной связи

В последние несколько лет, параллельно с совершенствованием методов контроля состояния зарядовых кубитов на КТ, наблюдается и быстрое развитие теории и технологии изготовления твердотельных оптических систем [66], [67] – волноводов, фотонных кристаллов и резонаторов (см. Главу 1). Ведется разработка способов интегрирования КТ в данные структуры, в частности, с целью организации взаимодействия между двумя удаленными КТ за счет когерентного обмена квантом возбуждения через транспортную фотонную моду. Однако

функциональные свойства подобных гибридных КТ-систем существенным образом зависят от типа, материала, размера и, очевидно, от качества изготовления фотонной структуры. В этой связи представляется интересным и актуальным исследование путей поиска оптимальных конфигураций и параметров фотонных сетей, подобных показанной на рис. 8.9, которые обеспечивали бы надежную связь между произвольными КТ-кубитами в регистре.

Чтобы сформулировать условия, которые должны предъявляться к волноводам и МР, необходимо рассмотреть уже существующие оптические системы и проанализировать их достоинства и недостатки. Ниже мы коснемся некоторых аспектов теории взаимодействующих резонаторов – так называемых фотонных молекул – и опишем способы экспериментальной реализации подобных систем при помощи современных микро- и нанотехнологий. Как следует из названия, фотонные молекулы (ФМ) являются физическими объектами, принципы описания энергетического спектра которых имеют много общего с известными квантовомеханическими подходами, применяемыми для нахождения и классификации спектров обычных молекул из двух и более атомов. Устойчивость естественных молекул обеспечивается благодаря кулоновскому взаимодействию положительно заряженных атомных ядер и отрицательно заряженных электронов атомных оболочек, а их свойства определяются типом и симметрией расположения атомов. Они хорошо описываются стандартными методами квантовой химии.

С другой стороны, образующим элементом любой ФМ является фотонный «атом» - твердотельный резонатор, а роль фермионов-электронов играют бозоны-фотоны, заселяющие моды резонатора. В отличие от энергетических уровней и собственных волновых функций атомов и молекул, которые удовлетворяют уравнению Шредингера, собственные частоты мод МР и пространственное распределение амплитуд полей мод находятся путем решения уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями. Этот факт ограничивает аналогию между электронной и фотонной системами, поскольку данные типы решений неэквивалентны. Отметим еще, что волновые функции электронов представляют собой многомерные скалярные объекты, тогда как напряженности полей суть трехмерные векторные объекты. Тем не менее, как мы сейчас увидим, существует теория, позволяющая описать обе системы, исходя из общих соображений.

Основной принцип, который поясняет особенности строения спектров ФМ, может быть проиллюстрирован с помощью модели связанных оптических осцилляторов – резонаторов. Для соединения двух отдельных МР в молекулу их необходимо зафиксировать друг относительно друга на расстоянии R так, чтобы электромагнитные поля собственных мод МР с близкими частотами перекрывались. Это перекрытие обеспечивает обмен фотонами между МР, что приводит к взаимодействию (гибридизации) мод изолированных МР и формированию общих

мод ФМ. Представим поле собственной моды ФМ, состоящей из двух *одинаковых* МР, в виде суперпозиции полей собственных мод изолированных МР:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = [c_1 \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) + c_2 \mathbf{E}_2(\mathbf{r})] \exp(-i\omega t), \quad (8.38)$$

с величинами c_1 , c_2 и ω , подлежащими определению. Напряженности полей $\mathbf{E}_{1,2}(\mathbf{r})$ являются нормированными собственными функциями волновых уравнений Гельмгольца

$$\nabla \times [\nabla \times \mathbf{E}_j(\mathbf{r})] = n_{r,j}^2(\mathbf{r}) \frac{\omega_0^2}{c^2} \mathbf{E}_j(\mathbf{r}), \quad \int n_{r,j}^2 \mathbf{E}_j^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 1, \quad j = 1, 2, \quad (8.39)$$

где c – скорость света в вакууме, и мы полагаем показатели преломления $n_{r,j}(\mathbf{r})$, функции $\mathbf{E}_j(\mathbf{r})$ и собственную частоту ω_0 отдельных МР известными.

Функция $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, в свою очередь, является решением волнового уравнения

$$\nabla \times [\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)] = n_r^2(\mathbf{r}) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (8.40)$$

Здесь $n_r(\mathbf{r})$ – показатель преломления ФМ. После подстановки выражения (8.38) в уравнение (8.40) с учетом (8.39), умножения на $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$ или $\mathbf{E}_2(\mathbf{r})$ и интегрирования по объему, получаем систему из двух однородных уравнений для коэффициентов c_1 и c_2 , нетривиальное решение которой существует для двух значений искомой частот

$$\omega_{\pm} = \omega_0 \sqrt{\frac{1 \mp \beta}{\alpha \mp \gamma}}, \quad (8.41)$$

где $\alpha = \int n_r^2(\mathbf{r}) \mathbf{E}_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$, $\beta = \int n_{r,1}^2(\mathbf{r}) \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$, $\gamma = \int n_r^2(\mathbf{r}) \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$. Для найденных таким образом собственных частот $\omega_{\pm}$ коэффициенты суперпозиции связаны соотношением $c_{1,\pm} = \mp c_{2,\pm}$. Следовательно, решения уравнения (8.40) в случае *симметричной* ФМ классифицируются по четности. Именно, собственной частоте $\omega_{\pm}$ отвечает нечетная (четная) равновзвешенная суперпозиция $\mathbf{E}_{\pm}(\mathbf{r}) = [\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) \mp \mathbf{E}_2(\mathbf{r})] / \sqrt{2}$ (множитель $1/\sqrt{2}$ введен из соображений нормировки). Далее, можно показать, что для достаточно удаленных (слабо связанных) резонаторов $\alpha \approx 1$, а $|\beta|, |\gamma| \ll 1$. В этом случае величина расщепления $\Delta\omega = \omega_+ - \omega_- \approx \omega_0(\gamma - \beta)$ частот собственных мод ФМ приближенно равна

$$\Delta\omega \approx \omega_0 \int [n_r^2(\mathbf{r}) - n_{r,1}^2(\mathbf{r})] \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) \mathbf{E}_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}) d\mathbf{r}, \quad (8.42)$$

где учтено, что $\mathbf{E}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r} - \mathbf{R})$. Поскольку в области локализации поля собственной моды первого (второго) МР напряженность поля моды второго (первого) МР незначительна, данный интеграл перекрытия представляет собой малую величину и набирается в области пространства, разделяющего МР.

Нетрудно видеть, что дублетная структура найденных таким образом гибридизированных мод симметричной двухатомной ФМ идентична строению собственных орбитальных состояний молекулярного иона водорода или одноэлектронной двойной квантовой точки. Это значит, что обе системы допускают описание в рамках единого квантового формализма Гамильтона, учитывающего когерентный обмен энергией (перескок электрона или фотона) между двумя подсистемами (узлами):

$$H = \hbar\omega_0(a_1^+a_1 + a_2^+a_2) - g_0(a_1^+a_2 + a_2^+a_1), \quad g_0 = \Delta\omega/2 > 0, \quad (8.43)$$

где $\hbar$ - постоянная Планка, а g_0 - коэффициент взаимодействия. Данный гамильтониан содержит операторы рождения a_j^+ и уничтожения a_j частицы, которые действуют в пространстве квантовых состояний $|0(1)\rangle_{j=1,2}$, соответствующих пустому (заселенному одной частицей) первому или второму узлу. Он представляет собой математическую формулировку т.н. приближения *сильной связи*, широко применяемого в квантовой теории твердых тел для описания зонной структуры электронных спектров. Собственные состояния гамильтониана (8.43), эквивалентные решениям уравнения (8.40) для одного фотона, будут иметь вид $|\pm\rangle = [|1\rangle_1 |0\rangle_2 \mp |0\rangle_1 |1\rangle_2] / \sqrt{2}$. Важно отметить, что частота и пространственное распределение напряженности электрического поля собственной моды резонатора, содержащего один фотон, связаны между собой соотношением

$$\int \frac{E_{\pm, vac}^2}{8\pi} d\mathbf{r} = \frac{1}{2} \frac{\hbar\omega_{\pm}}{2}, \quad (8.44)$$

где множитель 1/2 отражает равное распределение полной энергии кванта между электрической и магнитной компонентами поля.

Таким образом, с помощью приближения сильной связи, адаптированного для ФМ, можно получить ее спектр и собственные моды. Как мы увидим во второй части нашего обзора, особенно полезным оно оказывается при анализе многоатомных ФМ (фотонных изомеров). Вместе с тем, в ряде случаев возможно получение и точного решения уравнения (8.40) в координатном представлении.

8.3.2. Фотонная молекула из двух резонаторов Фабри – Перо

В качестве наглядного примера мы детально рассмотрим одномерную ФМ, сформированную из двух резонаторов (эталонов) Фабри-Перо A и B с длинами L_A и L_B , которые, в свою очередь, образуются тремя плоскопараллельными зеркалами F_l ($l = 1 - 3$), причем центральное зеркало F_2 является общим, как показано на рис. 8.13.

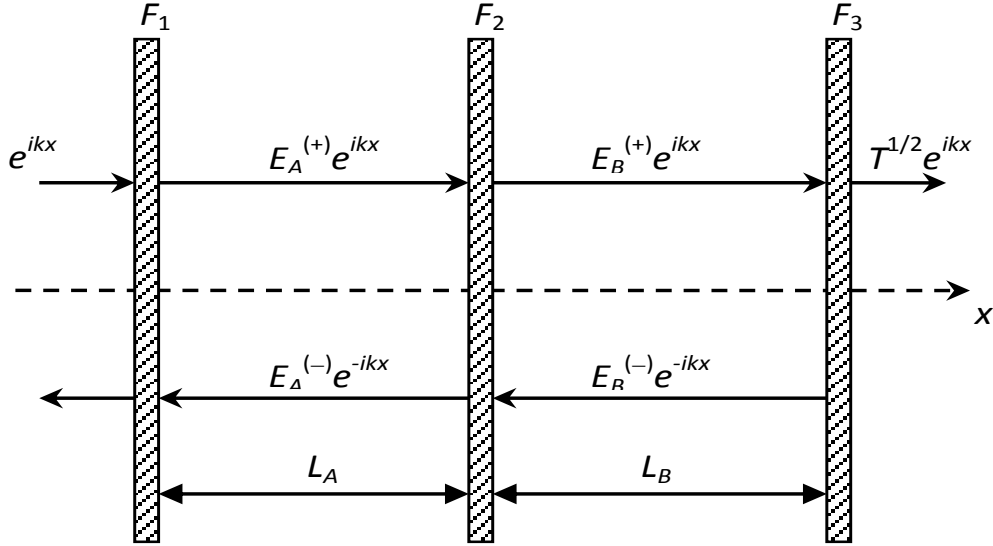


Рис. 8.13. Схема асимметричной фотонной молекулы из двух одномерных резонаторов Фабри-Перо.

Предположим, что монохроматическая волна $E(x, t) = \exp(-i\omega t + ikx)$ единичной амплитуды с частотой ω и волновым вектором k падает на левое зеркало F_1 под прямым углом. Амплитуда волны $E(x)$ внутри системы зеркал удовлетворяет одномерному волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} + n_r^2(x) \frac{\omega^2}{c^2} E(x) = 0, \quad (8.45)$$

где показатель преломления $n_r(x)$ является кусочно-непрерывной функцией координаты x , принимая значение $n_r = 1$ вне зеркал. В каждой из областей j , где функция $n_r(x)$ имеет постоянное значение $n_{r,j}$, будем искать решение уравнения (8.45) в виде линейной комбинации прошедшей и отраженной волн:

$$E_j(x) = E_j^{(-)} \exp(-ik_j x) + E_j^{(+)} \exp(ik_j x), \quad (8.46)$$

где $k_j = n_{r,j}\omega/c$ – волновой вектор в данной области. Амплитуды волн $E_j(x)$ и $E_{j+1}(x)$ в соседних областях j и $j + 1$ удовлетворяют граничным условиям $E_j(x_{j,j+1}) = E_{j+1}(x_{j,j+1})$ и $E'_j(x_{j,j+1}) = E'_{j+1}(x_{j,j+1})$, где $x_{j,j+1}$ – координата границы раздела областей.

Для описания взаимодействия световой волны с последовательностью зеркал удобно воспользоваться формализмом матрицы переноса. В самом деле, подставляя выражение (8.46) в граничные условия, можно получить связь между амплитудами прошедших и отраженных волн в соседних областях j и $j + 1$ с показателями преломления $n_{r,j}$ и $n_{r,j+1}$ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} E_{j+1}^{(+)} \\ E_{j+1}^{(-)} \end{pmatrix} = M_{j+1,j} M_j \begin{pmatrix} E_j^{(+)} \\ E_j^{(-)} \end{pmatrix}, \quad M_{j+1,j} = \frac{1}{n_{r,j+1}} \begin{pmatrix} n_{r,j+1} + n_{r,j} & n_{r,j+1} - n_{r,j} \\ n_{r,j+1} - n_{r,j} & n_{r,j+1} + n_{r,j} \end{pmatrix}, \quad M_j = \begin{pmatrix} \exp(ik_j l_j) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_j l_j) \end{pmatrix}, \quad (8.47)$$

где учтено, что распространение падающей и отраженной световых волн в области j с линейным размером l_j приводит к накоплению фаз $k_j l_j$ и $-k_j l_j$, соответственно.

Воспользовавшись выражениями (8.47), выпишем матрицу, которая связывает амплитуды волн в левой и правой областях по отношению к зеркалу F_l , имеющему толщину d_l и показатель преломления $n_{r,l}$:

$$\tilde{M}_l = \begin{pmatrix} 1/t_l^* & -r_l/t_l^* \\ -r_l/t_l & 1/t_l \end{pmatrix}, \quad l = 1-3. \quad (8.48)$$

Здесь $t_l = \left[\cos(k n_{r,l} d_l) - i \frac{1}{2} \left(n_{r,l} + \frac{1}{n_{r,l}} \right) \sin(k n_{r,l} d_l) \right]^{-1}$ и $r_l = i \frac{t_l}{2} \left(n_{r,l} - \frac{1}{n_{r,l}} \right) \sin(k n_{r,l} d_l)$ – амплитуды прохождения и отражения, соответственно, а k – волновой вектор в свободном пространстве. Отметим, что квадраты модулей этих величин связаны между собой: $|t_l|^2 + |r_l|^2 = 1$.

Таким образом, связь между амплитудами волн, распространяющихся в левом и правом полупространствах относительно нашей оптической системы, будет даваться 2×2 -матрицей переноса

$$M = \tilde{M}_3 M_B \tilde{M}_2 M_A \tilde{M}_1, \quad (8.49)$$

а коэффициент прохождения света через структуру – формулой

$$T = 1/|M(2,2)|^2, \quad (8.50)$$

где

$$M(2,2) = \frac{r_1^* r_3}{t_1^* t_2^* t_3} \exp[ik(L_A + L_B)] + \frac{r_1^* r_2}{t_1^* t_2 t_3} \exp[-ik(L_B - L_A)] + \frac{r_2^* r_3}{t_1 t_2^* t_3} \exp[ik(L_B - L_A)] + \frac{1}{t_1 t_2 t_3} \exp[-ik(L_A + L_B)]. \quad (8.51)$$

Как известно, наиболее четкие резонансные линии одиночного эталона Фабри – Перо наблюдаются, если отражающая способность зеркал высока: $|r_l| \approx 1$. Этого можно добиться, выбирая зеркала с большими показателями преломления, $n_{r,l} \gg 1$, и толщинами d_l , удовлетворяющими условию $kn_{r,l}d_l = \pi/2$. В этом случае мы имеем $t_l \approx 2i/n_{r,l}$ и $r_l \approx -1 + 2/n_{r,l}^2$. Получим приближенное аналитическое выражение для T , когда оба резонатора одинаковы, полагая $L_A = L_B = L$, $r_1 = r_3 = r_b$, $t_1 = t_3 = t_b$, $r_2 = r_c$ и $t_2 = t_c$. Тогда, с учетом сделанных допущений, формула (8.51) принимает вид

$$M(2,2) \approx -\frac{4i}{|t_b|^2 |t_c|} \left[\sin^2(kL) + \frac{|t_b|^2}{4} \exp(i2kL) - \frac{|t_b|^2 + |t_c|^2}{4} \right], \quad (8.52)$$

где $|t_b| \sim |t_c| \ll 1$. При совпадении частоты $\omega = kc$ падающей волны с одной из резонансных частот системы коэффициент прохождения T должен иметь максимум, а величина $M(2,2)$ – минимум. Следовательно, волновые векторы собственных мод двух взаимодействующих резонаторов Фабри – Перо должны удовлетворять уравнению $\text{Re}[M(2,2)] = 0$, решения которого можно искать в виде ряда по степеням малого параметра: $k = k^{(0)} + k^{(1)} + \dots$, где $k^{(s)} \sim |t_{b,c}|^s$. Подставляя это разложение в формулу (8.52), мы находим собственные волновые векторы и резонансные частоты ФМ с точностью до членов второго порядка малости:

$$k_{\pm,m} \approx k_m^{(0)} \left(1 \pm \frac{|t_c|}{2\pi} \right), \quad k_m^{(0)} = \frac{\pi m}{L}, \quad \omega_{\pm,m} \approx \omega_m^{(0)} \left(1 \pm \frac{|t_c|}{2\pi} \right), \quad \omega_m^{(0)} = \frac{\pi mc}{L}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (8.53)$$

и получаем приближенное выражение для T вблизи m -ого резонанса, рис. 8.14:

$$T \approx \frac{\Gamma_m^4}{(\omega - \omega_{+,m})^2 (\omega - \omega_{-,m})^2 + \Gamma_m^4}, \quad \Gamma_m = \frac{|t_b| \sqrt{|t_c|} \omega_m^{(0)}}{2\pi}. \quad (8.54)$$

Как видно из формулы (8.53), спектр ФМ состоит из набора дублетов, частоты которых смещены относительно частот $\omega_m^{(0)}$ одиночного резонатора на величины $\pm \Delta\omega_m/2$, причем расщепление $\Delta\omega_m = \omega_m^{(0)} |t_c| / \pi$ мод дублетов зависит от прозрачности центрального зеркала.

Добротность резонансов, характеризующая их разрешающую способность, определяется по стандартной формуле $Q = \omega_{\pm, m} / \Gamma_m \approx 2\pi / |t_b| \sqrt{|t_c|}$ (Γ_m – уширение мод m -ого дублета).

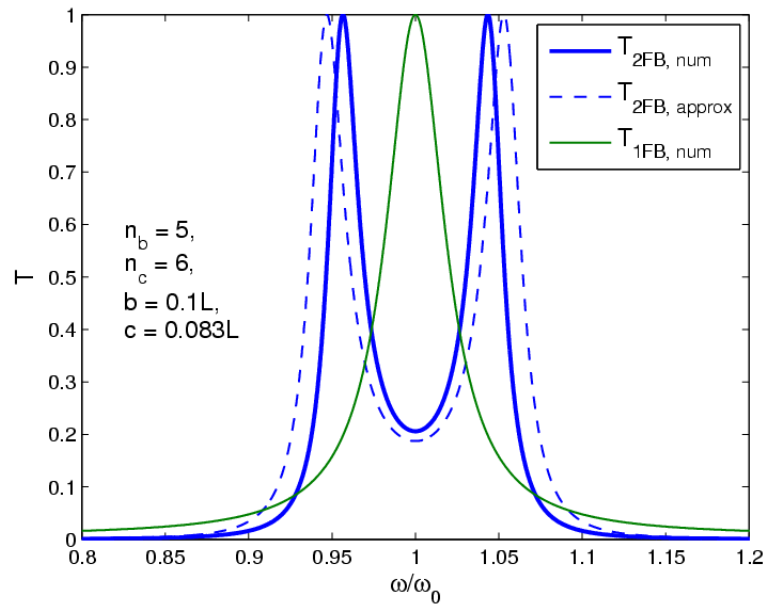


Рис. 8.14. Графики зависимостей коэффициента T прохождения от частоты ω внешнего поля для одиночного резонатора и симметричной фотонной молекулы (сплошные линии), а также график приближенной формулы (пунктир). Параметры зеркал указаны на графике.

Зависимости амплитуды электрического поля в областях резонаторов A и B и центрального зеркала F_2 , отвечающие найденным собственным модам, выглядят следующим образом (начало отсчета координаты выбрано в середине центрального зеркала):

$$E_{\pm}(x) \approx \begin{cases} n_b \sin k(x + d_2/2) + (n_b/n_c) \cos k(x + d_2/2), & A \\ (n_b/n_c) [\sin kn_c(x + d_2/2) + \cos kn_c(x + d_2/2)], & F_2. \\ \pm n_b \sin k(x - d_2/2) + (n_b/n_c) \cos k(x - d_2/2), & B \end{cases} \quad (8.55)$$

Как видно из данного выражения, мода $E_+(x) \approx [E_A(x) - E_B(x)] / \sqrt{2}$ является нечетной функцией координаты x и имеет минимум (узел) $E_+(x) = 0$ в точке $x = 0$, тогда как мода $E_-(x) \approx [E_A(x) + E_B(x)] / \sqrt{2}$ – четная (симметричная) функция, имеющая локальный максимум (пучность) в центре структуры. Данный результат находится в полном соответствии с выводами, сделанными в предыдущем разделе. Таким образом, в области зеркала F_2 , разделяющего резонаторы, для моды $E_-(x)$ наблюдается более высокая концентрация электромагнитной энергии, чем для моды $E_+(x)$. Благодаря этому обстоятельству симметричная (антисимметричная) мода называется связывающей (антисвязывающей) модой ФМ. Отметим, что по отношению к свободному пространству амплитуда поля внутри ФМ в n_b раз выше, что

обусловлено эффектом усиления поля за счет многократного отражения волны от внутренних поверхностей зеркал. Сравним найденные выражения с формулами, полученными в предыдущем разделе в рамках приближения сильной связи. Если нормировать решения (8.55) на единицу, то будем иметь $E_A(x) \sim 1$ в области резонатора A и $E_A(x) \sim 1/n_c$ в остальном пространстве. При этом $\Delta\omega \sim \omega_0/n_c = \omega_0|t_c|/2$, что качественно согласуется с формулой (8.41).

В общем случае, когда длины не совпадают, $L_A \neq L_B$, резонаторы имеют разные собственные частоты $\omega_A \neq \omega_B$. График зависимости коэффициента прохождения от разности длин резонаторов, рис. 8.15, демонстрирует особенность, присущую многим системам, которые включают в себя взаимодействующие осцилляторы. При сближении частот резонаторов с частотой падающей волны наблюдается так называемое *антипересечение* в трансмиссионном спектре, которое количественно характеризуется отклонением положений максимумов функции T от точки пересечения частот невзаимодействующих резонаторов. Его величина определяется в приближении сильной связи как

$$g \approx \sqrt{g_0^2 + (\omega_B - \omega_A)^2/4}. \quad (8.56)$$

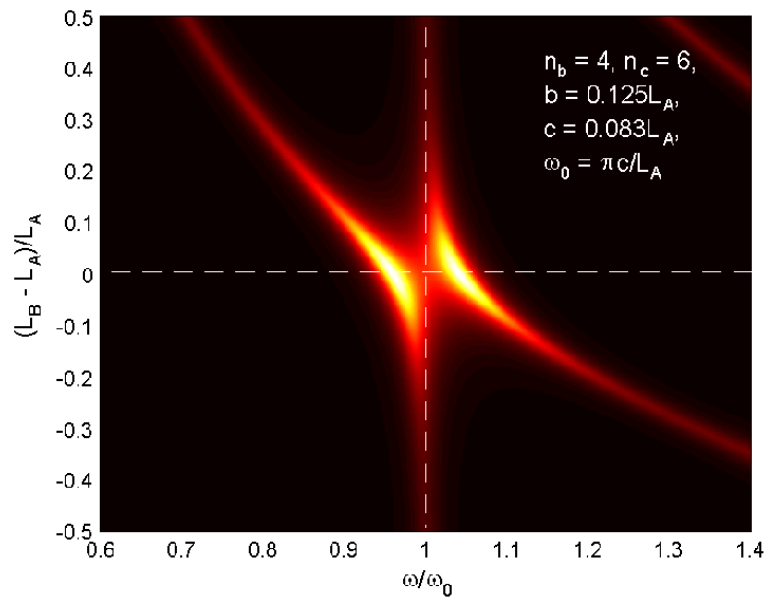


Рис. 8.15. График зависимости коэффициента T прохождения света через одномерную ФМ как функции частоты ω падающей волны (в единицах ω) и разности $L_B - L_A$ длин резонаторов, образующих ФМ (в единицах L_A). Толщины и показатели преломления зеркал указаны на графике.

Реализация подобных одномерных ФМ на практике сопряжена с существенными трудностями, главными из которых являются малость величины r и узость диапазона изменения показателя преломления n_r для материала зеркал. С целью увеличения отражающей

способности зеркала изготавливаются из полупроводниковых слоистых гетероструктур на основе GaAs [270], аморфного SiN [271] или пористого кремния [272], где одно зеркало формируется из последовательности 5 – 20 слоев, что увеличивает Q и существенно улучшает добротность резонаторов. В работах [270 – 272] наблюдалась дублетная структура спектра ФМ как при $T = 77$ К, так и при комнатной температуре. Расщепление мод оказывается пропорциональным коэффициенту прохождения центрального зеркала, как и предсказывает элементарная теория, развитая в данном разделе.

8.3.3. Примеры практической реализации элементов фотонных сетей на основе ФМ, МР, волноводов и КТ

Одно из серьезных препятствий на пути создания интегральных устройств на основе фотонных сетей с КТ заключается в том, что частоты КТ и МР, как правило, не совпадают, а их варьирование (настройка) в ходе эксперимента представляет собой отдельную технологическую проблему. Данное обстоятельство отражает стохастичность процесса самоконденсации КТ и связанную с ней неоднородность геометрических и спектральных свойств последних. В меньшей степени неопределенность параметров, вносимая на стадии изготовления, наблюдается в МР. Она связана с флуктуациями частот собственных мод, а также с умеренными значениями фактической добротности по сравнению с расчетными.

Авторы работы [273] впервые демонстрируют одновременный и независимый контроль длин волн эмиттера (КТ) и дефекта в двумерном фотонном кристалле (МР), интегрированных в единый квантовый чип. Устройство представляет собой две расположенные друг над другом параллельные GaAs ФК-мембраны толщиной 170 нм, разделенные зазором шириной 240 нм. Благодаря наличию p - и n -примесей в приповерхностных слоях мембран, в них были сформированы две p - i - n -диодные структуры с одной общей n -областью, расположенной в нижней части верхней мембраны. Одна диодная структура, объединяющая обе мембраны, обеспечивает их механическую деформацию за счет емкостной связи, вариацию геометрических размеров и эффективного показателя преломления и, как следствие, изменение оптических частот. Другая структура, локализованная на верхней мембране, которая содержит КТ-слой, генерирует вертикальное электростатическое поле. Благодаря ему частоты экситонных переходов ансамбля КТ могут смещаться обратимым образом (квантовый Штарк-эффект). Дефектная область (три пропущенных отверстия брэгговской решетки ФК) поддерживает четыре моды в окрестности 1330 нм, максимальный сдвиг частот которых 8.5 нм наблюдается при напряжении -4.5 В. Добротность мод колеблется в пределах 1000, что на порядок меньше, чем расчетная величина. Кроме того, добротность существенно падает в процессе настройки, что связано с нарушением условия полного внутреннего отражения при

сближении пластин. Спектроскопические измерения проводились при $T = 9$ К и разной мощности излучения накачки. Высокая мощность (50 мкВт) лазера способствует наблюдению эмиссии мод МР, подпитываемой распадом многоэкситонных комплексов, тогда как в режиме с малой мощностью накачки (80 нВт) становятся различимыми и линии отдельных КТ. Длина волны КТ уменьшалась на 7.5 нм при увеличении напряжения на соответствующем диоде от 0 до 0.6 В. При этом наблюдалось резкое усиление эмиссии на порядок величины, когда частоты некоторой КТ и одной из мод МР совпадали). К сожалению, в ходе эксперимента фиксировалось паразитное взаимовлияние двух диодов, которое, наряду с небольшим интервалом контролируемого изменения частот и малой добротностью, ограничивает применение данного подхода при создании твердотельных фотонных чипов.

Технология производства полупроводниковых микро- и наноустройств для квантовой информатики недавно получила новый импульс после того, как были спроектированы и изготовлены первые фотонные сети, в которых генерируются, эволюционируют и измеряются одиночные фотоны. Квантовые точки в такой сети могут служить и в качестве источников фотонов, и в качестве естественного интерфейса между локализованными носителями заряда и делокализованными однофотонными импульсами. Известно, что оптические свойства КТ модулируются расположенными рядом с ними МР или волноводами. В режиме слабого взаимодействия, который достигается для МР с умеренными значениями добротности ($Q \sim 1000$), возможна стимуляция эмиссии в КТ и последующее каналирование фотонов через систему волноводов. Работа [74] демонстрирует возможность контролируемой отправки фотонов по одному из двух волноводов, примыкающих к КТ-эмиттеру. Маршрутизатор (router) сконструирован на основе МР (Н1-дефект, одно пропущенное отверстие в решетке шестиугольного ФК), к граням которого подходят два волновода (линейные дефекты решетки ФК) под углом 120° друг к другу. Такая конфигурация дает возможность добиться спектрального и поляризационного соответствия одной из двух оптических мод МР и моды в одном из волноводов. Дистанция между волноводами и МР выбрана так, чтобы перекрытие полей их собственных мод было достаточно сильным, чтобы обеспечить эффективную фотонную связь между ними, но без существенного ухудшения добротности МР. На противоположных концах волноводов расположены полукольцевые резонаторы (outcouplers), оптимизирующие процесс сбора и измерения фотонов. Частота экситонного перехода в одиночной InAs КТ, как и в предыдущей работе, настраивается в резонанс с частотами МР с помощью электрического поля, создаваемого *p-i-n* диодной структурой. Следовательно, в зависимости от напряжения на клеммах диода, фотон, испускаемый КТ, может иметь частоту, которая близка к частоте одной из мод МР. Спектроскопические измерения проводились в гелиевом криостате при температуре $T = 5$ К. При большой мощности накачки от тех участков

поверхности чипа, на которых не была сформирована решетка ФК, наблюдалось свечение ансамбля КТ, а от области дефекта-резонатора – фотоны с частотами мод МР, которые имели добротность 1000 – 2000 и расщепление 1 – 4 нм. При малой мощности накачки линии одиночных КТ становятся различимы в спектре МР. Измерение люминесценции от области дефекта демонстрирует наличие сигнала от обеих мод. Сдвиг частот экситонных переходов в КТ, обусловленный эффектом Штарка, составляет 5 нм, что дает возможность настраивать их в резонанс с частотами каждой из мод. При этом наблюдается как эффект Перселла (усиление эмиссии при совпадении частот МР и КТ), так и переключение направления перемещения фотонов на чипе в зависимости от напряжения, приложенного к структуре. Последнее утверждение следует из сопоставления результатов измерения сигнала на выходе каждого из волноводов и сигнала от МР.

Интегрирование отдельных КТ в фотонные сети представляет собой технологическую проблему. Для оптимизации взаимодействия КТ и МР необходимо, чтобы КТ а) была расположена в определенном месте, б) ее частота соответствовала частоте одной из мод МР и в) ориентация дипольного момента КТ была близка к вектору поляризации поля данной моды. Только соблюдение перечисленных условий гарантирует усиление эмиссии КТ и перемещение фотонов от нее в заданном направлении. КТ, получаемые методом самоконденсации, характеризуются высоким оптическим качеством и малой шириной излучательного перехода, что объясняется высокой симметрией их геометрической формы и однородностью химического состава. С другой стороны, такие КТ образуются в виде неупорядоченных ансамблей, в которых длина волны имеет разброс 50 – 100 нм. Случайное местоположение КТ с требуемой длиной волны оставляет лишь один путь для интегрирования ее в фотонную сеть – формирование ФК-структуры вокруг данной КТ. Это превращает создание сетей с несколькими КТ в практически невыполнимую задачу. В этой связи представляется чрезвычайно актуальной разработка методов управляемого синтеза КТ в заранее определенных местах мембраны – основы для ФК. В работе [75] демонстрируется интегрирование одиночных КТ и двух МР (L3-дефектов ФК), образующих фотонную молекулу (ФМ). Для этого на поверхность мембраны литографически наносится треугольная сеть затравочных отверстий (пирамидальных углублений). В ходе роста GaAs-гетероструктуры с добавлением индия атомы последнего концентрируются в данных отверстиях, что приводит к образованию пирамидальных InGaAs КТ. Последующее изготовление ФМ с диагональной конфигурацией двух МР обеспечивает совмещение центров МР и КТ с точностью 50 нм, с расстоянием 690 нм между КТ. Четная и нечетная суперпозиции мод отдельных дефектов соответствуют модам ФМ с расщеплением 32.6 мэВ и добротностями $Q = 1600$ и $Q = 1300$. Заметим, что пирамидальные КТ обладают поляризационной изотропией в плоскости мембраны, и поэтому доминирование

горизонтальной или вертикальной составляющих в спектре указывает на их принадлежность к КТ, взаимодействующей с МР. Измерения фотолюминесценции проводились при $T = 10 - 60$ К, частота же КТ варьировалась в пределах 10 мЭВ вследствие температурной зависимости ширины запрещенной зоны $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$. КТ возбуждались независимо путем фокусировки лазера в области того или иного дефекта. Спектральное тестирование выявило несколько типов возбуждений (экситонов, биэкситонов и трионов). При сближении частот КТ с частотой моды ФМ при отстройках менее 1 мЭВ происходит частичная переориентация поляризации спектра фотолюминесценции с изотропной на линейную, совпадающую с поляризацией моды. Кроме того, наблюдается и усиление эмиссии в условиях резонанса.

8.4. Выводы к Главе 8

Мы рассмотрели одно- и двухкубитные операции на зарядовых кубитах, представляющих собой ДКТ с одним электроном в каждой. Точки формируются внутри высокодобротного полупроводникового МР (дефекта ФК, диска, тороида или сферы) в пучностях одной из его собственных оптических мод, а частоты переходов между основными (логическими) и возбужденным (вспомогательным) состояниями дискретного спектра электрона в КТ близки к частоте данной моды. Точная настройка частоты перехода производится путем подачи на управляющий затвор кубита электрического потенциала. В рамках аналитической модели кубитов, когерентно взаимодействующих с квантовым полем МР, разработаны несколько способов управления их состояниями. В частности, предлагаются различные варианты реализации нетривиальных двухкубитных вентилей CNOT и CZ, а также генерации запутанных состояний кубитов.

Говоря о свойствах и параметрах ФМ и КТ, мы представили результаты экспериментальных и теоретических исследований, которые иллюстрируют принципы работы гибридных фотонных структур. Изучив данные экспериментов, можно говорить о высоком качестве изготовленных на сегодняшний день ФМ и богатом технологическом арсенале методик контроля и мониторинга их свойств. Перспектива совершенствования ФМ, подразумевающая, в частности, увеличение добротности мод и оптимизацию управления состоянием ФМ, требует дальнейшего улучшения оптических характеристик материалов и поиска новых конфигурационных решений в области дизайна твердотельных фотонных чипов.

Мы показали, что описание структуры собственных мод ФМ, независимо от способа ее реализации, может быть дано в рамках приближения сильной связи, развитого в квантовой механике. Данная модель позволяет объяснить особенности спектра произвольной двухатомной ФМ, используя всего два параметра: разности частот и коэффициента взаимодействия

собственных мод образующих ФМ резонаторов. Вместе с тем, следует помнить, что ФМ являются классическими объектами, напряженности полей которых (независимо от количества заселяющих ФМ фотонов) суть решения волнового уравнения Гельмгольца. Переход от классической модели связанных осцилляторов к квантовой выполняется по стандартному алгоритму (замена напряженностей электрического и магнитного полей на линейные комбинации операторов рождения и уничтожения фотона). Помимо удобства и наглядности, данное приближение имеет большое практическое значение, поскольку при анализе гибридных систем (в том числе квантовых регистров), состоящих из ФМ и КТ, возможно только единое описание в рамках квантового подхода.

Перечислим преимущества нашей модели по сравнению с альтернативными (в том числе «электростатическим» и «экситонным») вариантами.

1. В основу реализации многокубитных вентилях в нашей схеме положен принцип непрямого взаимодействия кубитов через вспомогательное состояние. В качестве такого состояния выбирается фоковское состояние МР или ФМ, которое в одинаковой степени взаимодействует с каждым из КТ-кубитов. Данный принцип позволяет избежать трудностей, возникающих в схемах квантового компьютера с прямым (кулоновским) взаимодействием между кубитами. Перенос квантовой информации между КТ-кубитами, помещенными в высокодобротный оптический МР, осуществляется фотоном по общей моде МР (или ФМ), что позволяет выполнять не только одно- и двухкубитные операции, но и реализовывать многокубитные квантовые вентили различного типа между произвольными кубитами в регистре на расстояния порядка 1 см. Располагая кубиты достаточно далеко друг от друга, можно минимизировать их взаимное паразитное влияние.

2. Выбор основных состояний электрона КТ в качестве логических делает данный кубит устойчивым к электрон-фононной релаксации по сравнению с КТ-кубитами, в которых возбужденные состояния используются как логические. Реализация данного варианта КК основывается на использовании в качестве логических состояний орбитальных электронных состояний КТ, время потери когерентности которых составляет несколько десятков наносекунд. Экситонные состояния в КТ теряют свою когерентность за сотни пикосекунд.

3. Использование оптических средств управления состоянием кубита значительно упрощает дизайн и облегчает изготовление чипа, поскольку позволяет избежать необходимости напыления большого количества затворов, которые также могли бы приводить к дополнительным шумам. Скорость выполнения элементарных квантовых операций на КТ-кубите с оптическим управлением составляет около 10 - 100 пс, в то время как время выполнения надежных операций на КТ-кубитах с электростатическим управлением составляет

приблизительно 1 нс. Большой потенциал дизайнерских возможностей, который необходим при проектировании планарных квантовых структур на основе КТ и МР, обусловлен широким выбором форм и размеров КТ, а также возможностями интегрирования их в одномерные и двумерные оптические системы.

4. Структура фотонного чипа имеет большой потенциал для дальнейшего его совершенствования и подключения различных квантовых устройств для измерения, инициализации и диссипативной диагностики кубита.

5. Высокая степень интегрируемости электрон-фотонной квантовой структуры допускает использование других твердотельных наноструктур (оптоэлектромеханических, наноэлектромеханических, плазмонных систем) для дальнейшей оптимизации рабочих параметров кубита и чипа.

В завершении перечислим те проблемы, которые должны быть решены при создании работающего прототипа квантового вычислительного устройства (компьютера или симулятора), базирующегося на интегрированных в ФМ массивах КТ. В первую очередь, требуется дальнейшее совершенствование технологий, которое позволило бы увеличить добротности МР до величин $10^6 - 10^7$, а точность позиционирования внутри ФМ одиночных КТ заданной формы - до нескольких нанометров. В настоящее время добротности допированных ФМ не превышают величины 10^4 , а погрешности расположения КТ в полупроводниковой матрице оказываются не менее 50 нм. Далее, необходимо разрабатывать компактные устройства, управляющие динамикой КТ и ФМ, а также измерительную аппаратуру. К таким устройствам следует отнести однофотонные источники, генерирующие и направляющие потоки фотонов внутри системы, и высокочувствительные детекторы, фиксирующие приход фотона и, желательно, его поляризацию. Что касается элементной базы для квантовых вычислений, то сейчас основные усилия ученых направлены на поиск оптимальной геометрии твердотельного фотонного чипа. С одной стороны, кубиты регистра, размещенные внутри ФМ, должны когерентно взаимодействовать с их модами для быстрой и надежной связи. Здесь возможно несколько инженерных решений, дизайн которых зависит от типа используемых МР. С другой стороны, заселенность вспомогательных мод должна контролироваться с точностью до одного фотона. Наиболее распространенным инструментом управления динамикой как фотонов, так и возбуждений в КТ, служит настройка частот КТ и мод, осуществляемая несколькими способами. Выбирая нужным образом разность этих частот, можно ускорять или замедлять эволюцию системы, а также в какой-то степени влиять на скорость диссипативных процессов.

ГЛАВА 9. МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОГО ОТКЛИКА ЗАРЯДОВОГО КУБИТА В МИКРОРЕЗОНАТОРЕ

9.1. Общее представление о спектроскопии КТ-систем в квантовом режиме

Динамический контроль плотности заряда в полупроводниковых КТ является неотъемлемой частью любой квантовой операции. Возможности управления состоянием электрона или экситона, локализованных в ДКТ, включают в себя и электростатический контроль взаимного расположения энергетических уровней отдельных КТ, и резонансное взаимодействие структуры с внешними полями, см. Главы 2 - 6. Кроме того, туннельная связь между КТ может варьироваться за счет выбора толщины разделяющего их барьера в процессе изготовления [276]. В зависимости от параметров ДКТ и оптических полей эволюция электрона может проходить в двух режимах – когерентном (осцилляции Раби) и некогерентном (равновесное распределение электронной плотности). Для некоторых частных случаев возможно получение аналитического решения динамических уравнений в том или ином приближении. В общем же случае характерные частоты ДКТ, на которых наблюдается нетривиальная одноэлектронная динамика, выявляются с помощью спектроскопического моделирования в установившемся режиме. В качестве инструмента для анализа поведения системы мы будем использовать стандартный подход, базирующийся на решении уравнения Линдблада для матрицы плотности электрон-фотонной системы с учетом ухода фотонов из МР в континуум и релаксации возбужденного электрона с испусканием фотона или фонона.

Следуя общепринятому алгоритму, мы моделируем и анализируем спектроскопический отклик одноэлектронного ДКТ-кубита, взаимодействующего с квантовым полем высокочастотного МР и слабым пробным лазерным импульсом. Результаты спектроскопических исследований могут быть использованы при реализации однокубитных вентилях, создании статистической смеси локализованных состояний ДКТ, переносе электрона между локализованными состояниями ДКТ, конверсии фотонов лазерного многофотонного поля в однофотонные состояния МР, а также демонстрации принципов работы одноэлектронного и однофотонного транзисторов. Они могут быть применены при разработке новых физических систем на основе ДКТ для решения конкретных практических задач (например, использования ДКТ в качестве структурного элемента квантовой сети или для реализации однокубитных квантовых вентилях). Комбинированное воздействие классического лазерного поля и квантового поля МР позволяет получить требуемое распределение электронной плотности между основными состояниями КТ.

Ниже будет описана математическая модель, используемая нами для моделирования динамики электрона в ДКТ. Учет диссипативных эффектов, возникающих в системе, производится в рамках формализма Линдблада. Для описания некогерентной динамики вводится несколько диссипативных каналов, характеризующих неидеальность МР, спонтанные переходы между уровнями КТ, дефазировку и электрон-фононную релаксацию. Мы приведем графические результаты численного моделирования динамики электрона в ДКТ в резонансном и нерезонансном режимах Раби, а также исследование спектроскопического отклика системы при варьировании ряда параметров (энергии туннелирования, частоты возбуждения одной из КТ, частоты лазера и частоты МР) в установившемся режиме.

9.2. Модель и основные уравнения

Рассмотрим пару двухуровневых КТ (А и В), помещенных в одномодовый МР, которая содержит один электрон. Потенциальный профиль структуры в направлении роста и схема ее энергетических уровней показаны на рис. 9.1. Гамильтониан сформированной таким образом четырехуровневой одноэлектронной ДКТ и МР имеет вид

$$H_0 = \omega_c a^+ a + \varepsilon_{A0} |A0\rangle\langle A0| + \varepsilon_{B0} |B0\rangle\langle B0| + \varepsilon_{A1} |A1\rangle\langle A1| + \varepsilon_{B1} |B1\rangle\langle B1| - V(|A1\rangle\langle B1| + |B1\rangle\langle A1|), \quad (9.1)$$

где ω_c - частота моды МР, a – оператор уничтожения фотона в данной моде, $\varepsilon_{A0}, \varepsilon_{B0}, \varepsilon_{A1}, \varepsilon_{B1}$ - энергии уровней изолированных КТ, $V > 0$ – матричный элемент (энергия) туннелирования электрона между возбужденными уровнями КТ (здесь и далее полагаем постоянную Планка равной единице). Поле МР вызывает вертикальные переходы $|A0\rangle \leftrightarrow |A1\rangle$ и $|B0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$ между основными ($|A0\rangle$ и $|B0\rangle$) и возбужденными ($|A1\rangle$ и $|B1\rangle$) состояниями КТ, которые с учетом а) приближения вращающейся волны и б) дипольного приближения описываются гамильтонианом Джейнса-Каммингса

$$H_{JC} = g_A (|A0\rangle\langle A1| a^+ + |A1\rangle\langle A0| a) + g_B (|B0\rangle\langle B1| a^+ + |B1\rangle\langle B0| a), \quad (9.2)$$

где g_A и g_B - не зависящие от времени коэффициенты взаимодействия ДКТ и МР (частоты Раби). Частота электронного перехода в КТ А (В) равна разности энергий ее состояний: $\omega_{A(B)} = \varepsilon_{A(B)1} - \varepsilon_{A(B)0}$. Кроме квантового поля МР, ДКТ аналогичным образом взаимодействует еще и с лазерным (классическим) полем, задаваемым гамильтонианом

$$H_L = \Omega_A \cos(\omega_L t) (|A1\rangle\langle A0| + |A0\rangle\langle A1|) + \Omega_B \cos(\omega_L t) (|B1\rangle\langle B0| + |B0\rangle\langle B1|), \quad (9.3)$$

где Ω_A и Ω_B - не зависящие от времени амплитуды (частоты Раби) лазера в КТ A и B , а ω_L - частота лазера. Таким образом, полный гамильтониан ДКТ в квантовом и классическом полях представляется в виде суммы выражений (9.1), (9.2) и (9.3):

$$H = H_0 + H_{JC} + H_L. \quad (9.4)$$

а когерентная эволюция матрицы плотности ρ подчиняется уравнению Неймана $\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = -i[H(t), \rho(t)]$. Отметим, что, как всегда, в модели (9.4) мы пренебрегаем туннелированием между основными состояниями КТ, а также диагональными переходами $|A0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$ и $|B0\rangle \leftrightarrow |A1\rangle$.

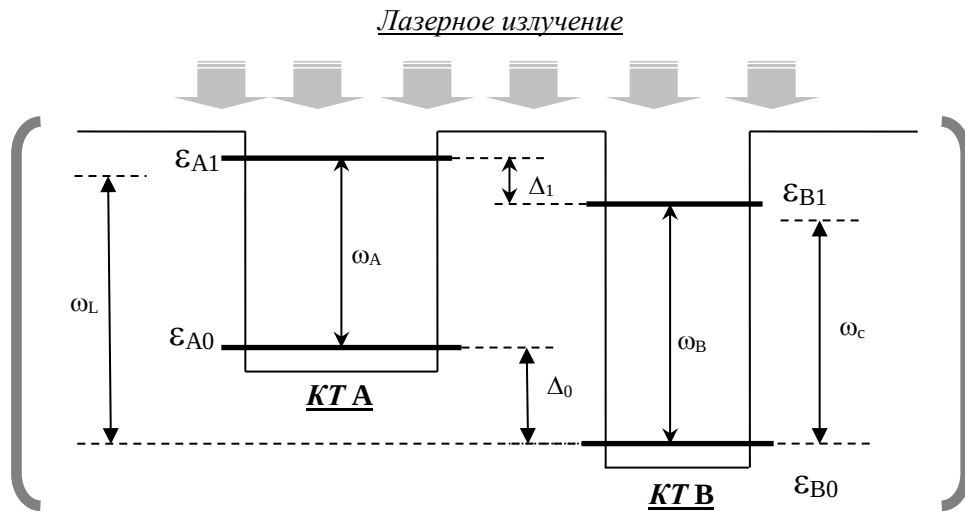


Рис. 9.1. Схема двойной квантовой точки в комбинированном поле лазера и резонатора.

Для дальнейшей работы с выражением (9.4) удобно перейти в систему отсчета, связанную с лазером, с помощью унитарного преобразования $T = \exp[-i\omega_L (|A1\rangle\langle A1| + |B1\rangle\langle B1| + a^\dagger a)t]$. При этом гамильтониан (9.4) преобразуется как

$$\tilde{H} = T^\dagger H T + i \frac{\partial T^\dagger}{\partial t} T = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_{JC} + \tilde{H}_L, \quad (9.5)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 = & \Delta a^\dagger a - \frac{1}{2}(\Delta_1 + \delta_A - \delta_B)(|A0\rangle\langle A0| - |B0\rangle\langle B0|) \\ & + \frac{1}{2}(\delta_A + \delta_B - \Delta_1)|A1\rangle\langle A1| + \frac{1}{2}(\delta_A + \delta_B + \Delta_1)|B1\rangle\langle B1| - V(|A1\rangle\langle B1| + |B1\rangle\langle A1|), \end{aligned} \quad (9.6)$$

$$\tilde{H}_L = \frac{\Omega_A}{2}(|A1\rangle\langle A0| + |A0\rangle\langle A1|) + \frac{\Omega_B}{2}(|B1\rangle\langle B0| + |B0\rangle\langle B1|), \quad \tilde{H}_{JC} = H_{JC},$$

и введены следующие обозначения: $\Delta_{0(1)} = \varepsilon_{B0(1)} - \varepsilon_{A0(1)}$ - разность энергий основных (возбужденных) состояний КТ А и КТ В, $\delta_{A(B)} = \omega_{A(B)} - \omega_L$ - отстройка частот перехода в КТ А (В) и лазера, $\Delta_{A(B)} = \omega_c - \omega_{A(B)}$ - отстройка частот МР и перехода в КТ А (В) и $\Delta = \omega_c - \omega_L$ - отстройка частот МР и лазера. Обращаем внимание на то, что в новой системе отсчета гамильтониан не зависит от времени.

Помимо взаимодействия с монохроматическими полями, МР и ДКТ контактируют с континуумом (резервуаром) фотонных и фононных мод, что приводит к потере когерентности электрон-фотонного состояния. Как правило, резервуар общего вида описывается ансамблем гармонических осцилляторов, линейно взаимодействующих с квантовой системой [277]. Для учета некогерентных процессов мы воспользуемся известным подходом, который базируется на включении в правую часть уравнения Неймана так называемых супероператоров Линдблада [114], описывающих распад фотонных состояний МР и электронных состояний ДКТ. Поскольку количество мод резервуара бесконечно велико, то его анализ невозможен без привлечения приближенных методов. Будем использовать в качестве отправной точки наших рассуждений стандартные положения теории управляющих уравнений [114], согласно которым а) структура окружения рассматривается в приближении Борна-Маркова и б) в каждый момент времени окружение находится в состоянии теплового равновесия при фиксированной температуре. Это позволяет провести прямое моделирование динамики гибридной системы «ДКТ + МР» с учетом механизмов как фотонного и фононного, так и комбинированного фотон-фононного рассеяния [119], [125]. Кроме того, ДКТ подвергается воздействию непрерывного лазерного поля, которое также приводит к диссипации. С учетом диссипативных каналов можно выписать уравнение Линдблада для редуцированного оператора ρ плотности ДКТ и МР:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[\tilde{H}, \rho] + L_{\Sigma}\rho, \quad (9.7)$$

где $L_{\Sigma}\rho = \sum_m \gamma_m L_m \rho$ - суммарный оператор Линдблада, а $L_m \rho = 2A_m \rho A_m^\dagger - A_m^\dagger A_m \rho - \rho A_m^\dagger A_m$ - парциальный оператор Линдблада, характеризующий распад некоторой величины, которой соответствует оператор A_m (γ_m - скорость распада). Пусть d - размерность пространства собственных векторов системы (см. ниже). Удобно «развернуть» матричное уравнение (9.7) в векторное [279]:

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = -i[\tilde{H} \otimes I - I \otimes \tilde{H}^T] \vec{\rho} + \sum_m 2\gamma_m \left\{ A_m \otimes A_m^* - \frac{1}{2} \left[A_m^+ A_m \otimes I + I \otimes (A_m^+ A_m)^T \right] \right\} \vec{\rho} = \tilde{L} \vec{\rho}, \quad (9.8)$$

где вектор $\vec{\rho}$ представлен столбцом длиной d^2 , который формируется из столбцов матрицы ρ (первый столбец матрицы ρ составляет первые d элементов вектора $\vec{\rho}$, второй столбец – вторые d элементов и т.д.), I – единичная матрица размером $d \times d$, а верхний индекс T означает операцию транспонирования. Диагональные элементы матрицы $\rho_{s,s}$ ($1 \leq s \leq d$), которые равны заселенностям базисных состояний, располагаются на позициях $s' = (s-1)d + s$ данного вектора. Феноменологические скорости и неэрмитовы операторы, соответствующие некогерентным процессам, имеют вид:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \kappa, A_1 = a; \\ \gamma_2 &= \gamma_A, A_2 = |A0\rangle\langle A1|; \gamma_3 = \gamma_B, A_3 = |B0\rangle\langle B1|; \gamma_4 = \gamma_{D,A0}, A_4 = |A0\rangle\langle A0|; \gamma_5 = \gamma_{D,A1}, A_5 = |A1\rangle\langle A1|; \\ \gamma_6 &= \gamma_{D,B0}, A_6 = |B0\rangle\langle B0|; \gamma_7 = \gamma_{D,B1}, A_7 = |B1\rangle\langle B1|; \gamma_8 = \gamma_{AB}, A_8 = |A1\rangle\langle B1|; \gamma_9 = \gamma_{BA}, A_9 = |B1\rangle\langle A1|; \\ \gamma_{10} &= \Gamma_{A1,a}, A_{10} = |A1\rangle\langle A0|a; \gamma_{11} = \Gamma_{A0,a^+}, A_{11} = a^+ |A0\rangle\langle A1|; \\ \gamma_{12} &= \Gamma_{B1,a}, A_{12} = |B1\rangle\langle B0|a; \gamma_{13} = \Gamma_{B0,a^+}, A_{13} = a^+ |B0\rangle\langle B1|; \\ \gamma_{14} &= \Gamma_{A1,L}, A_{14} = |A1\rangle\langle A0|; \gamma_{15} = \Gamma_{A0,L}, A_{15} = |A0\rangle\langle A1|; \\ \gamma_{16} &= \Gamma_{B1,L}, A_{16} = |B1\rangle\langle B0|; \gamma_{17} = \Gamma_{B0,L}, A_{17} = |B0\rangle\langle B1|. \end{aligned} \quad (9.9)$$

Скорости γ_m ($m = 1 - 17$) распада отвечают следующим физическим процессам: γ_1 – диссипация фотонов из МР, γ_2 и γ_3 – распад возбужденного состояния КТ А и В с испусканием фотона или оптического фонона, γ_{4-7} – дефазировка состояний ДКТ, $\gamma_{8(9)}$ – некогерентные переходы между возбужденными состояниями КТ с поглощением (испусканием) деформационного или пьезоакустического фонона, γ_{10-13} – процессы комбинированного фонон-фотонного рассеяния, γ_{14-17} – некогерентные процессы в ДКТ, обусловленные шумом лазера. Особенность корректного описания взаимодействия с фононами состоит в том, что оно требует перехода в новую систему отсчета с помощью поляронного преобразования Давыдова-Пестрякова [280]. Полученное управляющее уравнение учитывает когерентное электрон-фононное взаимодействие без привлечения теории возмущений (точно) с помощью среднего фононного смещения

$$\langle B \rangle = \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_q \left(\frac{\lambda_q}{\omega_q} \right)^2 (2n_q + 1) \right] = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^\infty d\omega \frac{J(\omega)}{\omega^2} \coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right) \right], \quad (9.10)$$

где $n_q \equiv n_q(\omega, T) = [\exp(\hbar\omega_q / k_B T) - 1]^{-1}$ есть среднее число фононов (распределение Бозе-Эйнштейна при температуре T в моде резервуара q с частотой ω_q , λ_q - коэффициент взаимодействия ДКТ с данной модой, k_B - постоянная Больцмана), а $J(\omega)$ - спектральная плотность фононов. Указанное преобразование приводит к дополнительному (поляронному) сдвигу уровней ДКТ, поглощаемому частотами ДКТ, и перенормировке частот Раби: $g'_A = \langle B \rangle g_A$, $g'_B = \langle B \rangle g_B$, $\Omega'_{L,A} = \langle B \rangle \Omega_{L,A}$, $\Omega'_{L,B} = \langle B \rangle \Omega_{L,B}$ и $V' = \langle B \rangle V$ (в дальнейшем мы опускаем штрихи). Важно отметить, что эти частоты зависят от температуры. Данная зависимость зачастую игнорируется в ходе анализа экспериментальных данных, и при этом компенсируется за счет изменения других подгоночных параметров. Подобная процедура может приводить к некорректным величинам для феноменологических скоростей диссипации и дефазировки.

В данной работе мы ограничимся рассмотрением диссипации фотонов из МР ($m = 1$) со скоростью $\varkappa$ и распадом возбужденных состояния КТ А ($m = 2$) и В ($m = 3$), обусловленным испусканием фотона или оптического фонона со скоростями γ_A и γ_B , соответственно:

$$A_1 = a, \gamma_1 = \varkappa; A_2 = |A0\rangle\langle A1|, \gamma_2 = \gamma_A; A_3 = |B0\rangle\langle B1|, \gamma_3 = \gamma_B.$$

Как правило, наиболее быстрым из этих процессов является уход фотона из МР в моды континуума. К сожалению, оптическое качество существующих полупроводниковых МР, содержащих КТ, довольно невысокое, а их добротность $Q = \omega_c / \varkappa$ обычно не превышает 10^5 . Для частоты МР $\omega_c \sim 10^{14}$ Гц, соответствующей частотам перехода $\omega_{A,B} \sim 0.1$ эВ в нашей ДКТ, получаем оценку $\varkappa \sim 10^{-5} \omega_c \sim 1$ ГГц. Релаксация возбужденной КТ, взаимодействующей с фононным резервуаром, в общем случае представляет собой многостадийный процесс, скорость которого резко зависит от частоты перехода в КТ [264]. В нашей работе мы будем полагать $\gamma_A = \gamma_B \sim 10^{-7} \omega_c$, что может быть реализовано в GaAs КТ при гелиевой температуре.

9.3. Некогерентные процессы в ДКТ

В отличие от естественных атомов, КТ обладают гораздо более сложными свойствами, связанными с анизотропией и неоднородностями их химического состава, с деформацией кристалла и с асимметрией удерживающего потенциала. Кроме того, КТ не являются изолированными системами, поскольку они находятся внутри макроскопического

полупроводника, и электрон, локализованный в КТ, взаимодействует с носителями заряда в других КТ, с дефектами кристаллической решетки и с ее механическими колебательными возбуждениями. Существует несколько подходов для описания механизмов фотонной и фононной релаксации электронного состояния в двухуровневых КТ. Мы рассмотрим вкратце каждый из них, а затем покажем, как применять их к нашей модели четырехуровневой ДКТ. Начнем с процессов спонтанного испускания/поглощения, скорость которых рассчитывается с помощью золотого правила Ферми в рамках теории возмущений первого порядка [16]:

$$\tau_{em/abs}^{-1}(\Delta E) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_q |M_q^{10}|^2 \delta(\Delta E \pm \hbar\omega_q) \left(n_q(\omega, T) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right). \quad (9.11)$$

Здесь ΔE – разность энергий начального и конечного состояний электрона, верхний (нижний) знак соответствует испусканию (поглощению) фотона или фонона, и $\hbar\omega_q$ – энергия фонона или фотона с волновым вектором q . Вычисление матричных элементов M_q^{10} в (9.11) подразумевает знание распределения электронной плотности в КТ и явный вид фурье-компоненты гамильтониана взаимодействия.

Электроны, заселяющие КТ, активно контактируют с полем механических возбуждений, которое представлено продольными оптическими и продольными/поперечными акустическими колебаниями кристаллической решетки – *фононами*. Существует три основных механизма взаимодействия носителей заряда в КТ и фононов [281]. Во-первых, кулоновское взаимодействие с поляризованной кристаллической решеткой, характеризующейся относительным сдвигом положительно и отрицательно заряженных подрешеток ионного кристалла, которое описывается при помощи продольных оптических фононов (LO). Во-вторых, взаимодействие с продольными акустическими фононами (LA), обусловленное смещением энергетических зон, которое вызывается растяжением/сжатием кристаллической решетки, и описываемое в приближении деформационного потенциала. В-третьих, кулоновское взаимодействие с пьезоэлектрическим полем, также возникающим при деформации кристалла (поперечные акустические фононы, TA). В трехмерных (кристаллы) или двумерных (квантовые ямы) полупроводниках основной канал релаксации связан с эмиссией LO-фонона, обусловленной электрон-фононным взаимодействием Фрелиха и происходящей за время порядка пикосекунды. Одной из особенностей нульмерных систем, связанной с дискретной природой их энергетического спектра, является эффект фононного «бутылочного горла» (phonon bottleneck effect) или просто *фононного горла*. Он был предсказан теоретически более чем 25 лет тому назад в ходе изучения процесса рассеяния электронов на фононах методом теории возмущений [282]. Его суть состоит в следующем. Волновая функция электрона КТ

локализована в объеме с характерным размером порядка десяти постоянных решетки, и акустические фононы не могут эффективно взаимодействовать с электроном вследствие большой разности их длин волн. В то же самое время оптические фононы имеют очень слабую дисперсию в окрестности $q = 0$, вследствие чего закон сохранения энергии (дельта-функция в уравнении 9.11) фиксирует строго определенную частоту перехода между уровнями спектра носителя в КТ. В самом деле, в главном порядке теории возмущений, релаксация в КТ возможна, только если разность энергий ΔE уровней КТ (частота перехода) равна энергии фонона $\hbar\omega_{LO}$, которая лежит в узком интервале (в гетеструктурах на основе GaAs/InAs центральная энергия интервала составляет ~ 36 мэВ). В общем случае данное условие не выполняется, и релаксация оказывается подавленной. Эта упрощенная модель отличается от другой, более сложной модели, в которой учитывается гибридизация электрона КТ и LO-фонона вследствие сильного взаимодействия между ними, приводящего к образованию квазичастицы – *полярона*, чья быстрая релаксация, обусловленная нестабильностью оптического фонона, в свою очередь, приводит и к релаксации электрона с энергией, примерно равной энергии данного фонона [283]. Для электронов в КТ эффект фононного горла был продемонстрирован в ходе серии трансмиссионных измерений [284]. С другой стороны, детектирование переходов в инфракрасной области между основным и возбужденным состояниями КТ позволило наблюдать ярко выраженные антипересечения при совпадении энергии электрона и LO-фонона в сильных магнитных полях, что указывает на формирование полярона [285]. Поляронные состояния распадаются за счет ангармонических эффектов в двухфононные состояния (LA+LA, LA+TA и TA+TA) [283]. Для каждого из этих каналов скорость релаксации резко уменьшается с уменьшением разности энергий электронных уровней. Это объясняется тремя причинами: уменьшением плотности состояний для двух акустических фононов, уменьшением коэффициента ангармонического взаимодействия и увеличением отстройки по отношению к энергии LO-фонона. Следовательно, скорость LO-эмиссии можно эффективно контролировать, варьируя частоту электронного перехода. Как следует из эксперимента, релаксация электрона в КТ обычно происходит в течение нескольких десятков пикосекунд. Данная величина соответствует расчетному значению с учетом ангармонизма поляронов, которые образуются в результате взаимодействия электрона и LO-фонона. Скорость ангармонической релаксации полярона в КТ вычисляется в рамках микроскопической модели:

$$\tau_{LO,anh}^{-1} = \frac{4\Delta E^2}{(\hbar\omega_{LO} + \Delta E)^2} \frac{V_f^2}{(\Delta E - \hbar\omega_{LO})^2 + V_f^2} \Gamma^{ph}(\Delta E), \quad (9.12)$$

где V_f - матричный элемент Фрелиха, а функция $\Gamma^{ph}(\Delta E)$ зависит от канала ангармонического распада [283]. Вместе с тем, некоторые работы, в которых рассматривается данный эффект, предсказывают гораздо большее время жизни для КТ с частотой перехода меньшей, чем частота ЛО-фонона. Так, в работе [264] было показано, что если частота перехода составляет несколько терагерц, то время жизни демонстрирует резкий скачок на три порядка величины на узком (15 мэВ) интервале энергий, достигая своего максимума 1.5 нс.

Поляронная релаксация в ДКТ может сопровождаться также и переходами между гибридизированными уровнями [286]. Как известно, туннельное взаимодействие между КТ приводит к расщеплению уровней двух изолированных КТ на нижнее (связывающее) и верхнее (антисвязывающее) состояния, причем величина расщепления может контролироваться за счет изменения ширины барьера. Варьирование туннельной энергии на широком интервале значений дает возможность наблюдать специфические особенности релаксации в ДКТ, вызываемой как акустическими, так и оптическими фононами. Если электрон находится в связывающем возбужденном состоянии КТ, то единственным каналом при низких температурах является прямой распад с испусканием кванта энергии (фотона или фононной пары). Если же он находится в антисвязывающем состоянии КТ, то имеются две возможности: прямой распад или же релаксация в связывающее состояние с последующим распадом. Преобладание того или иного канала определяется отношением времен ЛА-фононной релаксации и излучательного распада. Возникновение фононного горла ожидается, когда время эмиссии фонона становится сопоставимым или даже превосходит время испускания фотона.

Спектр ЛА-фононов ограничен интервалом от 0 до нескольких десятков мэВ, что значительно меньше частоты перехода в КТ, и соответствующий акт рассеяния требует участия многофононных процессов, которые являются достаточно медленными. Однофононная же ЛА-эмиссия является быстрым каналом релаксации в КТ в субтерагерцевом диапазоне (между 1 и 5 мэВ), который очень быстро становится неэффективным для больших частот переходов. Поэтому применительно к нашей структуре данный механизм может играть заметную роль только в туннельных процессах, так как энергия расщепления V соответствует данному интервалу. Кроме того, процесс туннелирования электрона в ДКТ модифицируется взаимодействием с пьезоэлектрическими акустическими фононами, возбуждение которых сопровождает туннельный переход электрона из одной КТ в другую КТ через разделяющий их потенциальный барьер [287]. Эти фононы интерферируют при взаимодействии с локализованным в ДКТ электроном подобно фотонам, проходящим через экран с двумя щелями. В результате их плотность демонстрирует осцилляции с характерным масштабом $\omega_d = c_s / d$, где c_s - скорость звука и d - расстояние между центрами КТ:

$$J_{pz}(\omega) \approx \frac{g}{\omega} \left[1 - \frac{\omega_d}{\omega} \sin\left(\frac{\omega}{\omega_d}\right) \right] e^{-\omega/\omega_c}, \quad g = \frac{\lambda^2}{\pi^2 c_s^3 \hbar^2}, \quad (9.13)$$

а λ^2 - матричный элемент взаимодействия с пьезофононами и ω_c - эффективная частота Дебая (для GaAs $g \approx 0.05$). Этот эффект оказывает непосредственное влияние на эффективность туннельной связи в ДКТ. Релаксация здесь связана с поглощением или испусканием фонона и спонтанными электронными переходами между верхними и нижними гибридизированными уровнями ДКТ.

Скорость спонтанной фотонной эмиссии выступает в качестве доминирующего канала при условии, что частоты переходов в КТ больше, чем 1 мэВ и, в то же самое время, отличаются не менее чем на несколько мэВ от частоты LO-фонона. В дипольном приближении, используя золотое правило Ферми и приближение Вигнера-Вайскопфа, мы получаем из (9.11) следующее выражение для скорости спонтанной эмиссии фотона в КТ [29]:

$$\tau_{photon}^{-1} = \frac{e^2}{2\pi\epsilon_0\hbar} \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} \left(\frac{\Delta E}{\hbar c} \right)^3 |\langle A(B)0|z|A(B)1 \rangle|^2, \quad (9.14)$$

если полупроводник, окружающий КТ, характеризуется такой же величиной диэлектрической проницаемости ϵ , что и КТ. Здесь z – декартова координата в направлении роста структуры, e – заряд электрона, c – скорость света и ϵ_0 - электрическая постоянная.

Поскольку поляронный (LO-фононный) и фотонный каналы распада возбужденных состояний ДКТ независимы друг от друга, то скорости релаксации возбужденных уровней ДКТ рассчитываются по формуле $\gamma_{A(B)} = \tau_{LO,anh}^{-1} + \tau_{photon}^{-1}$ для конкретного набора структурных параметров. Скорости некогерентных переходов между гибридизированными уровнями ДКТ, $|+\rangle = \cos(\theta/2)|A1\rangle + \sin(\theta/2)|B1\rangle$ и $|-\rangle = -\sin(\theta/2)|A1\rangle + \cos(\theta/2)|B1\rangle$, вычисляются с помощью выражений

$$\gamma_+ = \sin^2 \theta n_q(\Omega, T) J_{pz}(\Omega) \text{ и } \gamma_- = \sin^2 \theta [1 + n_q(\Omega, T)] J_{pz}(\Omega), \quad (9.15)$$

где $\Omega = \sqrt{\Delta_1 + 4V^2}$ и $\tan \theta = 2V/\Delta_1$ [288]. Их связь с величинами γ_{AB} и γ_{BA} дается обратным преобразованием к базису изолированных КТ.

Помимо релаксации, эксперименты указывают и на присутствие дефазировки. Этот канал обусловлен общим принципом формирования «одетых» состояний, когда отклик решетки и формирование фононной «шубы» представляет собой медленный процесс, вызываемый

быстрым (неадиабатическим) возбуждением носителя в КТ. Характерное время дефазировки можно оценить, используя т.н. модель независимых бозонов. В данной модели частоты фононов и КТ не совпадают, и взаимодействие между ними не вызывает переходы, приводя лишь к дефазировке [289]. Электронное состояние КТ запутывается с состояниями фононных мод, причем каждая фононная мода эволюционирует со своей собственной частотой ω_q . Если мы вычислим частичный след от матрицы плотности всей системы по степеням свободы фононного резервуара, то разные экспоненты $e^{\pm i\omega t}$ будут деструктивно интерферировать между собой при суммировании, что и обуславливает потерю когерентности. Поскольку процесс потери когерентности не сопровождается релаксацией, то его можно классифицировать как *чистую дефазировку*. Количественно скорость дефазировки соответствует декременту затухания недиагональных элементов матрицы плотности ДКТ. Для простоты мы будем полагать $\gamma_{D,A0} \equiv \gamma_{D,B0} \equiv \gamma_{D,A1} \equiv \gamma_{D,B1}$.

Наконец, возвращаясь к результатам работы [125], рассмотрим комбинированные фотон-фононные процессы: а) рождение фотона МР, сопровождаемое релаксацией КТ А (В) со скоростью $\Gamma_{A0(B0),a^+}$ и б) уничтожение фотона МР, сопровождаемое возбуждением КТ А (В) со скоростью $\Gamma_{A1(B1),a}$. Эти скорости вычисляются по формулам

$$\Gamma_{A1(B1),a} = 2g_{A(B)} \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty d\tau e^{i\tau\Delta} (e^{\phi(\tau)} - 1) \right], \quad \Gamma_{A0(B0),a^+} = 2g_{A(B)} \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty d\tau e^{-i\tau\Delta} (e^{\phi(\tau)} - 1) \right]. \quad (9.16)$$

Процесс некогерентного взаимодействия КТ с лазерным полем, учитывающий фононное рассеяние, требует введения еще четырех скоростей:

$$\Gamma_{A1(B1),L} = 2(\Omega_{L,A(B)})^2 \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty d\tau e^{i\delta_{A(B)}\tau} (e^{\phi(\tau)} - 1) \right], \quad \Gamma_{A0(B0),L} = 2(\Omega_{L,A(B)})^2 \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty d\tau e^{-i\delta_{A(B)}\tau} (e^{\phi(\tau)} - 1) \right]. \quad (9.17)$$

Здесь $\phi(t) = \int_0^\infty d\omega \frac{J(\omega)}{\omega^2} \left[\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_b T}\right) \cos(\omega t) - i \sin(\omega t) \right]$ - корреляционная функция резервуара

ЛА-фононов с суперомической спектральной плотностью $J(\omega) = \alpha_p \omega^3 \exp(-\omega^2 / 2\omega_b^2)$, которая характеризует взаимодействие электрона с акустическими фононами в приближении деформационного потенциала (параметры α_p и ω_b зависят от материала [290]).

Все приведенные выше скорости распада рассчитываются количественно в рамках микроскопической модели, которая требует знания электронных волновых функций и плотности состояний фононного резервуара. Результаты вычислений зависимостей от времени

заселенностей в рабиевском и спектроскопическом режимах, приведенные в следующем разделе, получены для некоторого набора феноменологических параметров уравнения Линдблада, выбранного из общих соображений их соответствия экспериментальным данным. Здесь нас в первую очередь интересует качественный анализ спектроскопического отклика ДКТ.

9.4. Численное моделирование квантовой эволюции ДКТ в МР

Опишем кратко метод решения уравнения (9.8). Прежде всего, нам необходимо выбрать пространство базисных векторов, содержащих компоненты фотонной и электронной подсистем. Каждый такой вектор представляет собой прямое произведение вида $|s\rangle = |k\rangle \otimes |n\rangle$, где индекс k пробегает по четырем состояниям ДКТ, а индекс n равен числу фотонов в МР. Таким образом, размерность пространства $d = 4N_{\max} + 2$ задается максимальным количеством фотонов $N_{\max}$ (входной параметр задачи). Зафиксируем максимальное число $N_{\max}$ квантов в системе, тогда полное количество базисных векторов будет равно $n = 4N_{\max} + 2$. Если $N_{\max} = 1$, то $n = 6$, и базисные состояния можно разделить на три пары. Первая пара состояний, $|A0,0\rangle$ и $|B0,0\rangle$, отвечает отсутствию квантов в системе. Вторая пара состояний, $|A1,0\rangle$ и $|B1,0\rangle$, описывает возбужденную ДКТ и пустой МР. Третья пара, $|A0,1\rangle$ и $|B0,1\rangle$, характеризует ДКТ в основном состоянии и однократно заселенный МР. В общем случае можно разбить все состояния на четыре группы, каждая из которых соответствует одному из четырех состояний ДКТ, «одетому» некоторым числом фотонов МР. Пронумеруем их от 1 до n следующим образом. Пусть МР находится в вакуумном состоянии. Присвоим индекс «1» состоянию $|A0,0\rangle$, индекс «2» - состоянию $|B0,0\rangle$, индекс «3» - состоянию $|A1,0\rangle$ и индекс «4» - состоянию $|B1,0\rangle$. Пусть теперь мода МР заселена одним фотоном. Если $N_{\max} = 1$, то оставшимся состояниям $|A0,1\rangle$ и $|B0,1\rangle$ присваиваем индексы «5» и «6». Если же $N_{\max} > 1$, то появляются еще два состояния $|A1,1\rangle$ и $|B1,1\rangle$, которые обозначаются индексами «7» и «8». Такое взаимно-однозначное соответствие между n базисными векторами и n натуральными числами можно представить в виде

$$|A0,k\rangle = |1+4k\rangle, |B0,k\rangle = |2+4k\rangle, |A1,k\rangle = |3+4k\rangle, |B1,k\rangle = |4+4k\rangle \text{ при } k < N_{\max},$$

$$|A0,N_{\max}\rangle = |4N_{\max}+1\rangle, |B0,N_{\max}\rangle = |4N_{\max}+2\rangle \text{ при } k = N_{\max}.$$

Операторы выражаются стандартным образом через прямые произведения базисных векторов (например, в узельном бинарном представлении). В данном базисе операторы, входящие в уравнение Линдблада, будут выглядеть так:

$$\begin{aligned}
|A0\rangle\langle A0| &= \sum_{k=1}^{N_{\max}+1} |1+4(k-1)\rangle\langle 1+4(k-1)|, \quad |B0\rangle\langle B0| = \sum_{k=1}^{N_{\max}+1} |2+4(k-1)\rangle\langle 2+4(k-1)|, \\
|A1\rangle\langle A1| &= \sum_{k=1}^{N_{\max}} |3+4(k-1)\rangle\langle 3+4(k-1)|, \quad |B1\rangle\langle B1| = \sum_{k=1}^{N_{\max}} |4k\rangle\langle 4k|, \\
|A1\rangle\langle B1| &= \sum_{k=1}^{N_{\max}} |3+4(k-1)\rangle\langle 4+4(k-1)|, \quad |A1\rangle\langle A0| = \sum_{k=1}^{N_{\max}} |3+4(k-1)\rangle\langle 1+4(k-1)|, \\
|B1\rangle\langle B0| &= \sum_{k=1}^{N_{\max}} |4+4(k-1)\rangle\langle 2+4(k-1)|, \\
|A1\rangle\langle A0|a &= \sum_{k=1}^{N_{\max}} |3+4(k-1)\rangle\langle 1+4k|\sqrt{k}, \quad |B1\rangle\langle B0|a = \sum_{k=1}^{N_{\max}} |4+4(k-1)\rangle\langle 2+4k|\sqrt{k}, \quad (9.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a^+a &= \sum_{k=2}^{N_{\max}} \left[|1+4(k-1)\rangle\langle 1+4(k-1)| + |2+4(k-1)\rangle\langle 2+4(k-1)| + |3+4(k-1)\rangle\langle 3+4(k-1)| + |4k\rangle\langle 4k| \right] (k-1) \\
&\quad + \left[|1+4N_{\max}\rangle\langle 1+4N_{\max}| + |2+4N_{\max}\rangle\langle 2+4N_{\max}| \right] N_{\max}, \\
a &= \sum_{k=1}^{N_{\max}-1} \left[|1+4(k-1)\rangle\langle 1+4k| + |2+4(k-1)\rangle\langle 2+4k| + |3+4(k-1)\rangle\langle 3+4k| + |4k\rangle\langle 4(k+1)| \right] \sqrt{k} \\
&\quad + \left[|1+4(N_{\max}-1)\rangle\langle 1+4N_{\max}| + |2+4(N_{\max}-1)\rangle\langle 2+4N_{\max}| \right] \sqrt{N_{\max}}.
\end{aligned}$$

Удобно работать в бинарном (узельном) представлении, когда каждому базисному состоянию $|i\rangle$ ставится в соответствие вектор-столбец, на i -ой позиции которого стоит 1, а на всех прочих позициях – 0. Тогда произвольный проектор $|i\rangle\langle j|$, входящий в уравнения (9.17), будет иметь вид матрицы, на пересечении i -ой строки и j -ого столбца которой находится 1, а все остальные элементы равны 0.

Для проведения численного анализа одноэлектронной динамики в общем случае необходимо решить систему дифференциальных уравнений (9.8), число уравнений которой равно n^2 , где n - размерность пространства состояний системы. Однако следует учесть, что в нашей задаче гамильтониан не зависит от времени и, следовательно, можно обойтись без сложной и затратной процедуры численного интегрирования, сводя задачу к нахождению собственных векторов и собственных значений матрицы в правой части (9.8). Предположим,

что нам известно преобразование U , диагонализующее матрицу $\tilde{L}$ в правой части векторного уравнения Линдблада. Матрица U образована из собственных векторов матрицы $\tilde{L}$, используемых здесь в качестве столбцов. Тогда решение для начального вектора $\vec{\rho}(0)$ дается формулой

$$\vec{\rho}(t) = U S U^{-1} \vec{\rho}(0), \quad S = \text{diag}\{\exp(-i\varepsilon_1 t), \dots, \exp(-i\varepsilon_{d^2} t)\}, \quad (9.18)$$

где $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{d^2}$ - собственные значения матрицы $\tilde{L}$ (всего d^2). Следовательно, решение задачи сводится к нахождению собственных значений и векторов матрицы $\tilde{L}$, которое является гораздо менее затратной процедурой, чем численное интегрирование системы дифференциальных уравнений. Сложность вычислений определяется размером $d^2 \times d^2$ диагонализуемой матрицы $\tilde{L}$. Воспользовавшись результатами данного раздела, мы проведем анализ поведения диссипативной системы «ДКТ + МР + лазер» для нескольких случаев, важных в прикладном отношении.

9.5. Резонансный отклик ДКТ в рабиевском и в установившемся режимах

Рассмотрим ситуацию, когда энергии возбужденных состояний КТ А и КТ В совпадают, то есть $\Delta_1 = 0$. В этом случае уровни $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$ изолированных КТ активно гибридизируются за счет электронного туннелирования. Новые состояния $|+\rangle = (|A1\rangle + |B1\rangle)/\sqrt{2}$ и $|-\rangle = (|A1\rangle - |B1\rangle)/\sqrt{2}$, являющиеся собственными для гамильтониана ДКТ H_0 , имеют энергии $\varepsilon_+ = \varepsilon_{A1} - V$ и $\varepsilon_- = \varepsilon_{A1} + V$, соответственно. Выберем частоты лазера и МР так, что в ДКТ реализуется трехуровневая лямбда-схема электронных переходов, левое плечо которой отвечает переходу в КТ А под действием лазерного поля, а переход в правом плече вызывается квантовым полем МР. Будем говорить, что ДКТ находится в резонансном режиме, когда выполнено условие *строгого двухфотонного резонанса* с одним из гибридизированных возбужденных состояний ДКТ. Если в качестве такого состояния выбрано состояние $|+\rangle$, то данное условие записывается в виде двух равенств:

$$\Delta_B = -V, \quad \Delta_0 = -\Delta. \quad (9.19)$$

Чтобы ответить на вопрос, как система будет реагировать на внешнее излучение, вычислим вероятность ее возбуждения из основного состояния КТ А в пустом МР (т.е. из базисного состояния $|A0\rangle \otimes |0\rangle$), $P_{\text{exc}} = 1 - P_{A0,0}$, как функцию частоты лазера и одного из параметров ДКТ. Максимумы этой величины должны соответствовать минимумам спектра поглощения ДКТ,

наблюдаемого экспериментально. Вероятность (заселенность) $P_{A0,0}$ отождествляется с соответствующим диагональным элементом матрицы плотности ρ , удовлетворяющей уравнению (9.8). Выбирая амплитуду лазерного импульса достаточно малой, $\Omega_{A(B)} \leq \kappa$, а длительность его действия – большой, $T_L \geq 1/\Omega_{A(B)}$, мы определяем P_{exc} в установившемся (steady-state) режиме.

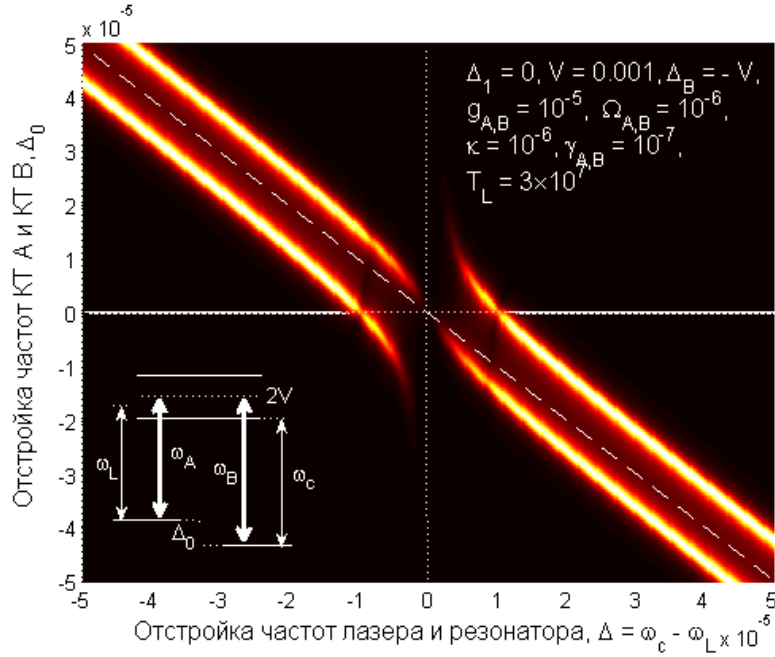


Рис. 9.2. Контурный график функции P_{exc} в координатах Δ и Δ_0 в установившемся резонансном однофотонном режиме. Схема уровней ДКТ показана в левом нижнем углу. Параметры ДКТ и полей приведены в правом верхнем углу. Диагональная пунктирная линия $\Delta_0 = -\Delta$ соответствует условию строгого резонанса (9.19) в обеих КТ.

Прежде всего, посмотрим, как будет вести себя P_{exc} в зависимости от параметра Δ_0 , который при $\Delta_1 = 0$ является мерой частотной асимметрии ДКТ (рис. 9.2). Здесь и далее энергетические параметры даны в единицах ω_c , а время – в единицах ω_c^{-1} . Когда частоты переходов в КТ А и КТ В заметно различаются ($|\Delta_0| \geq g_B$), то варьирование отстройки Δ лазера в окрестности значения $-\Delta_0$ выявляет две линии, отождествляемые с хорошо известным в квантовой оптике дублетом Джейнса-Каммингса [114]. Образование данного дублета запутанных электрон-фотонных (поляритонных) состояний отражает резонансный обмен квантом энергии между двухуровневой системой, представленной парой состояний $|B0\rangle$ и $|+\rangle$ ДКТ, и модой МР. Анализ такого спектра, полученного экспериментально, позволяет рассчитать коэффициент взаимодействия g_B ДКТ и МР как половину разности частот дублета. Энергия поступает в эту систему в виде электронного возбуждения из КТ А благодаря туннельной связи между КТ.

Симметричной ДКТ отвечает точка $\Delta_0 = 0$, в окрестности $|\Delta_0|, |\Delta| \leq g_B$ которой мы наблюдаем двойное антипересечение. Оно указывает на подключение к резонансу с модой МР второй двухуровневой системы, формируемой состояниями $|A0\rangle$ и $|+\rangle$. В данной области частоты лазера, МР, и ДКТ практически совпадают, что делает возможным закачку фотонов лазерного поля в МР через полупроводниковую структуру. При этом, однако, теряются преимущества работы в однофотонном режиме, который лежит в основе предложенного ранее варианта реализации непрямого взаимодействия кубитов, см. Главу 8. Если $\Delta_0 = 0$, а $|\Delta| \geq g_B$, то частота лазера оказывается отстроенной от частот МР и ДКТ, и вероятность возникновения электронного и фотонного возбуждений невелика. Тем не менее, когерентные переходы $|A0\rangle \leftrightarrow |B0\rangle$ между основными состояниями симметричной ДКТ (при сохранении вакуумного состояния МР) под действием лазера могут происходить в нерезонансном режиме, как уже было установлено ранее. Частота Раби и эффективная скорость релаксации ДКТ в этом случае обратно пропорциональны квадрату отстройки лазера от частоты перехода $|A(B)0\rangle \leftrightarrow |+\rangle$. На спектрограмме (рис. 9.2) данный процесс отображается тонкой горизонтальной линией $\Delta_0 = 0$, исчезающей в области антипересечения. Ее слабая интенсивность объясняется тем, что энергия в систему практически не поступает. Отметим, что поглощение на частотах, удовлетворяющих условию (9.19) строгого резонанса (пунктирная линия на рис. 9.2), также не наблюдается в режиме слабого лазерного поля, $\Omega_{A,B} \ll g_{A,B}$. Увеличение амплитуды лазера до значений $\Omega_{A,B} \approx g_{A,B}$ приводит к слиянию дублетов в полосу шириной $2g_{A(B)}$, положение центра которой удовлетворяет данному условию (рис. 9.3). Это согласуется с аналитическим решением, см. Главу 3, которое указывает на значительную вероятность переноса для отстроек Δ , не превышающих $\pm g_{A(B)}$.

Как известно, для достижения полного переноса электрона из основного состояния КТ А в основное состояние КТ В выполнения условия (9.19) резонанса частот недостаточно. Помимо него, коэффициенты взаимодействия с полями в каждом плече лямбда-схемы также должны совпадать. В нашем случае это требование записывается в виде $\Omega_A = 2g_B$. Обращаем внимание на то, что мы не вводим ограничений на взаимодействие полей и ДКТ, которые бы искусственно фиксировали возбуждение КТ А (В) только лазером (МР). Поскольку характерные размеры ДКТ (десятки нм) значительно меньше, чем область локализации полей терагерцевого диапазона (десятки мкм), то обе КТ в равной степени подвержены их влиянию. Поэтому в данной работе мы полагаем $\Omega_A = \Omega_B$ и $g_A = g_B$, пренебрегая возможной разницей матричных элементов оператора дипольного момента в данных КТ. Следовательно,

избирательная адресация переходов возможна лишь в асимметричной ДКТ благодаря селективности по частоте.

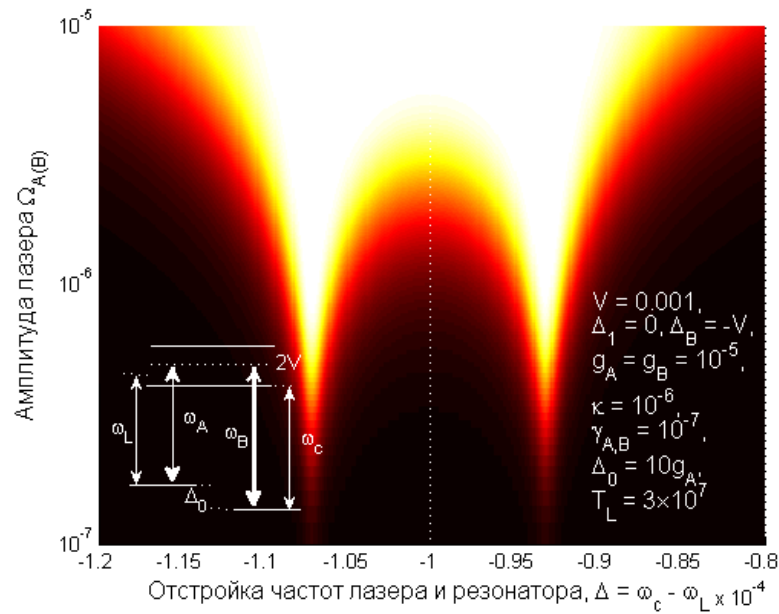


Рис. 9.3. Контурный график функции P_{exc} в координатах Δ и $\Omega_{A(B)}$ в установившемся резонансном однофотонном режиме. Схема уровней ДКТ показана в левом нижнем углу. Параметры ДКТ и полей приведены в правом нижнем углу. Фиксированное значение $\Delta_0 = 10g_B$ соответствует асимметричной ДКТ. Вертикальная линия $\Delta = -\Delta_0$ обозначает положение строгого резонанса для данной конфигурации.

Чтобы продемонстрировать эффект резонансного переноса электрона между КТ, построим зависимости заселенностей базисных состояний от длительности лазерного импульса, рис. 9.4. Как видно из графика, на начальном этапе эволюции электрон осциллирует, совершая затухающие циклические переходы Раби $|A0,0\rangle \leftrightarrow |+,0\rangle \leftrightarrow |B0,1\rangle$, описываемые трехуровневой лямбда-схемой. Декремент затухания осцилляций соответствует скорости $\kappa \gg \gamma_{A,B}$ диссипации фотона из МР. Отметим синхронность заселения промежуточных состояний $|A1,0\rangle$ и $|B1,0\rangle$ (осцилляции малой амплитуды на рис. 9.4), которая объясняется высокой скоростью туннелирования между КТ по сравнению со скоростями обмена энергией между полями и ДКТ: $V \gg g_{A(B)} \Omega_{A(B)}$ (ср. с результатами Главы 3). Процесс распада фотонной компоненты периодически останавливается, когда заселенность концентрируется в КТ А (горизонтальные участки на кривой $P_{B0,0}$). Как можно видеть, вероятность когерентного переноса в состояние $|B0,1\rangle$ достигает максимума 0.79 при $T_L = 2\pi/\Omega_{A(B)} = \pi/g_{A(B)}$, в полном соответствии с полученными ранее результатами для ДКТ без учета диссипации.

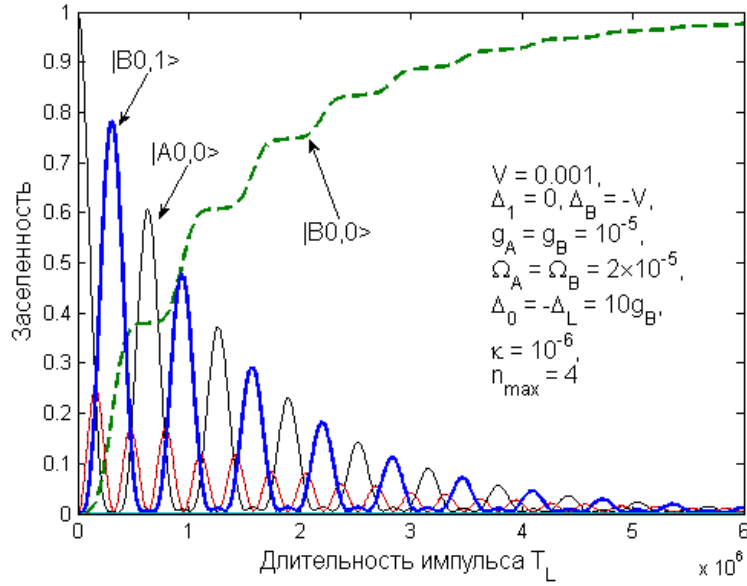


Рис. 9.4. Заселенности основных состояний асимметричной ДКТ $|A0,0\rangle$, $|B0,0\rangle$ и $|B0,1\rangle$, а также транспортных состояний $|A1,0\rangle$ и $|B1,0\rangle$, как функции длительности T_L лазерного импульса.

Если связывать состояния $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$ ДКТ с логическими состояниями кубита «ноль» и «единица», то когерентный перенос соответствует реализации квантового вентиля NOT. Для приведенных выше параметров получаем оценку $T_L \sim 1$ нс. Данное время гораздо больше, чем, например, в недавно рассмотренной схеме переноса экситонных возбуждений в ДКТ за счет механизма Ферстера [291]. Это связано с тем, что мы ограничиваем заселенность моды МР одним квантом. Наша оценка для частот Раби $g_{A(B)} \approx eE_0 a_{QD} \sim 10^{-6}$ эВ соответствует экспериментально реализованному радиусу $a_{QD} = 10$ нм КТ и амплитуде $E_0 \sim 1$ В/см однофотонного поля МР. Подчеркнем, что поддержание однофотонного режима является принципиальным условием для дальнейшей интеграции ДКТ-кубита в оптическую сеть, в которой фотон, испускаемый ДКТ через МР в волновод, несет информацию о данном кубите к другому кубиту или их группе.

С течением времени заселенность ДКТ монотонно перетекает в состояние $|B0,0\rangle$ (более 0.999 при $T_L = 9 \times 10^6$), однако этот перенос в основном обусловлен диссипацией фотона из МР и является *некогерентным*. Можно приближенно оценить отношение времен когерентного и некогерентного переноса как $\tau_{incoh}/\tau_{coh} \approx 30$. Отметим, что заселенность многофотонных ($n > 1$) состояний на всем интервале практически равна нулю (мы учитывали возможность поступления в МР до четырех фотонов).

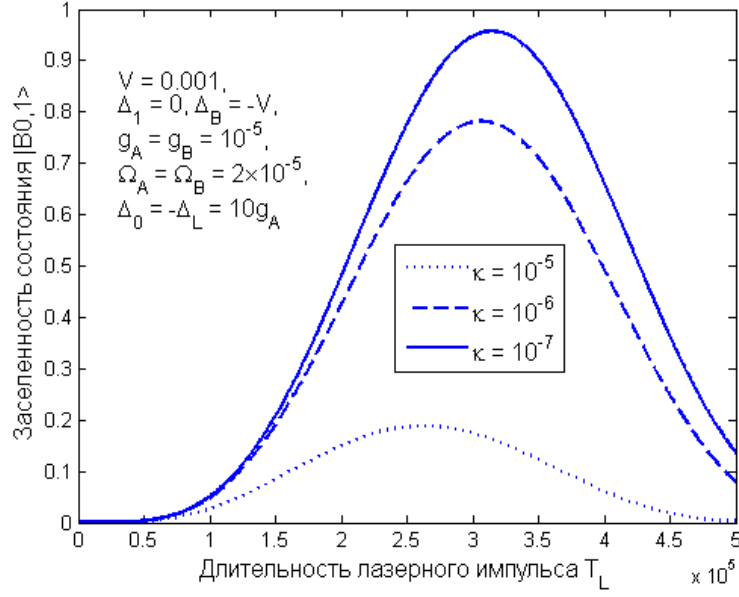


Рис. 9.5. Зависимости заселенности состояния $|B0,1\rangle$ от времени для разных скоростей диссипации фотона из МР.

Очевидно, что вероятность когерентного переноса (точность воспроизведения квантового вентиля NOT) в большой степени зависит от диссипативных свойств системы. Для иллюстрации их влияния на динамику электрона мы приводим на рис. 9.5 графики заселенности конечного состояния $|B0,1\rangle$ от времени в окрестности первого максимума рис. 9.4 для трех значений скорости фотонной диссипации, $\kappa = 10^{-7}$, 10^{-6} и 10^{-5} . Как и следовало ожидать, очень хороший перенос с вероятностью более 0.95 наблюдается для самой низкой скорости диссипации $\kappa = 10^{-7}$, однако в настоящее время полупроводниковых МР с такими характеристиками не существует. Отметим слабое смещение влево координат максимумов с ростом κ .

Как мы уже видели, параметром, который оказывает серьезное влияние на динамику, является разность Δ_0 энергий основных состояний ДКТ. При стремлении Δ_0 к нулю ДКТ, игравшая роль частотного фильтра, теперь становится входным портом для фотонов лазера, поступающих через нее в МР в неограниченном количестве. Эффект фотонной блокады, свойственный системам, которые подчиняются гамильтониану Джейнса-Каммингса, имеет место только для слабых полей. Это значит, что в отсутствие частотной селективности в режиме Раби возможны переходы типа $|B0,n\rangle \leftrightarrow |B0,n+1\rangle$ на частоте лазера $\omega_L \approx \omega_c$, приводящие к быстрому разрушению состояния $|B0,1\rangle$. Чтобы определить размеры области, где влияние многофотонных процессов велико, построим график максимальной вероятности

резонансного переноса как функции параметра Δ_0 для точек, принадлежащих пунктирной линии на рис. 9.2.

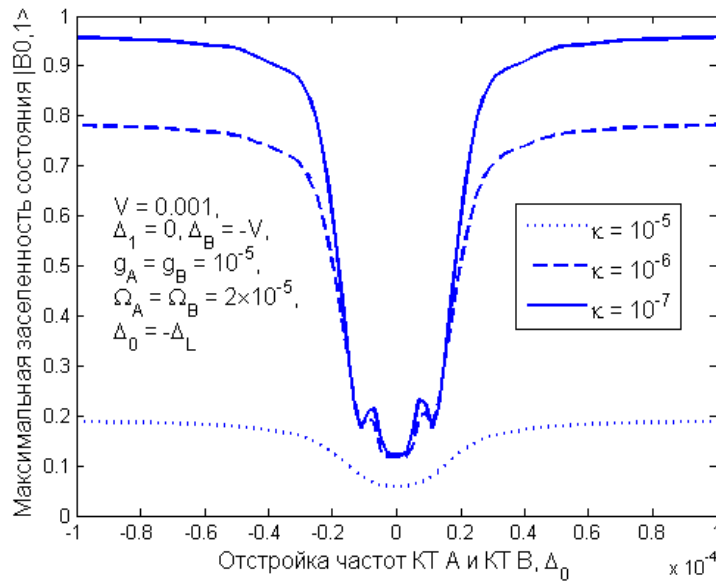


Рис. 9.6. Графики зависимости максимальной заселенности состояния $|B0,1\rangle$ от параметра Δ_0 для разных скоростей диссипации фотона из МР.

Как можно видеть на рис. 9.6, для разных скоростей диссипации эта область имеет одинаковую протяженность, $-2g_B \leq \Delta_0 \leq 2g_B$, и характеризуется резким спадом вероятности переноса до значений < 0.2 . Причина возникновения локальных максимумов в точках $\Delta_0 \approx \pm g_B$ неясна и требует объяснения.

Некогерентный перенос электрона между КТ может оказаться полезным для процедуры инициализации кубита, подразумевающей его локализацию в одном из логических состояний [292]. Дизайн ДКТ с МР, выполняющего функцию рассеивающей среды, ясно указывает на предпочтительную локализацию электрона в основном состоянии той КТ, оптический переход в которой связан с МР. В сильных полях некогерентный перенос из состояния $|A0\rangle$ в состояние $|B0\rangle$ имеет место для всех точек на рис. 9.2, расположенных между линиями дублетов. В слабых полях полный перенос наблюдается только для точек, принадлежащих линиям дублетов. Симметричная ДКТ демонстрирует другой тип установившейся динамики, в котором заселенности обоих основных состояний стремятся к 0.5. Равновзвешенная статистическая смесь может использоваться как начальное состояние в одноэлектронных классических вычислительных устройствах. В общем случае, когда $g_A \neq g_B$ и/или $\gamma_A \neq \gamma_B$, отношение заселенностей основных состояний может быть произвольным.

9.6. Нерезонансный отклик ДКТ в рабиевском и в установившемся режимах

В общем случае первое из условий (9.19) двухфотонного резонанса записывается в виде $\Delta_B = -V - \delta_r$, где δ_r - отстройка частоты МР от частоты перехода между состоянием $|B0\rangle$ и транспортным состоянием (в нашем случае $|+\rangle$). Если $\delta_r \gg \max\{g_A, g_B, \Omega_{L,A}, \Omega_{L,B}\}$, то заселенность и релаксационное уширение транспортного состояния $|+\rangle$ убывают с ростом отстройки как $1/\delta_r^2$, а время переноса электрона между основными состояниями ДКТ растет пропорционально δ_r^2 . Мы будем называть такой режим нерезонансным. Его особенность состоит в том, что промежуточный (транспортный) уровень $|+\rangle$ практически не заселяется, выполняя, тем не менее, важную функцию виртуального канала, соединяющего основные состояния ДКТ. На графике спектроскопического отклика в координатах Δ_0 и Δ в нерезонансном режиме (рис. 9.7) мы видим несколько линий, отражающих разные типы квантовой эволюции системы. Так, узкая линия $\Delta = -\Delta_0$ соответствует условию (9.19) двухфотонного резонанса лазера и МР. Зависимости заселенностей от времени в точках, лежащих на этой линии, демонстрируют затухающие осцилляции Раби для перехода $|A0,0\rangle \leftrightarrow |B0,1\rangle$, а заселенность состояний $|A1,0\rangle$ и $|B1,0\rangle$ очень мала. Яркая широкая линия с антипересечением в точке с координатами $\Delta = 0$, $\Delta_0 = -\delta_r$ иллюстрирует переход $|A0,0\rangle \leftrightarrow |+,0\rangle$ в левом плече лямбда схемы, индуцируемый лазером. При стремлении Δ к нулю и $\Delta_0 = -\delta_r$ частота данного перехода сближается с частотами лазера и МР, что, как и выше, приводит к образованию дублета Джейнса-Каммингса, но уже с участием КТ А.

В предыдущем пункте мы упоминали и о нерезонансном переносе электрона в симметричной ДКТ, вызываемым классическим лазерным полем. На рис. 9.7 ему также соответствует слабая горизонтальная линия $\Delta_0 = 0$. Преимущество такого режима состоит в подавлении излучательной релаксации ДКТ благодаря виртуальному (слабому) заселению возбужденных состояний, а недостаток – в замедлении переноса по сравнению с резонансным случаем. Таким образом, если отношение времени релаксации к времени переноса будет больше, чем для резонансного случая, то такой способ управления динамикой ДКТ выглядит более надежным. Если же рассматривать комбинированный нерезонансный перенос, то здесь конечным состоянием является состояние $|B0,1\rangle$, которое распадается гораздо быстрее за счет ухода фотона из МР, чем возбужденное состояние ДКТ. Следовательно, для реализации когерентного переноса электрона в несимметричной ДКТ нерезонансный механизм с одновременным участием лазера и МР непригоден. С практической точки зрения он становится

актуальным, если скорость излучательного распада возбужденных уровней ДКТ превосходит скорость фотонной диссипации, то есть $\gamma_{A(B)} \geq \kappa$.

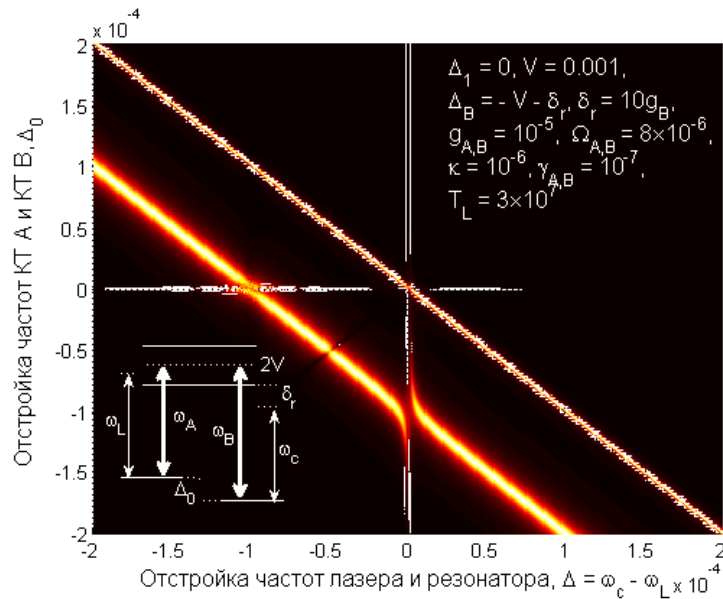


Рис. 9.7. Контурный график функции P_{exc} в координатах Δ и Δ_0 в установившемся нерезонансном однофотонном режиме. Схема уровней ДКТ показана в левом нижнем углу. Параметры ДКТ и полей приведены в правом верхнем углу.

9.7. Выводы к Главе 9

Моделирование и анализ спектроскопического отклика полупроводниковой одноэлектронной ДКТ, взаимодействующей с квантовым полем микрорезонатора и лазерным импульсом, имеют важное практическое значение. Они помогают выявить специфические особенности динамики электрон-фотонной системы, связанные со степенью асимметрии частот ДКТ и скоростью фотонной диссипации из резонатора. Благодаря этим данным, нами была продемонстрирована возможность когерентного и некогерентного переноса электрона между основными состояниями ДКТ в некотором диапазоне значений параметров системы. Зависимости заселенностей от времени в режиме рабиевских осцилляций подтверждают возможность реализации квантового вентиля NOT как в резонансном, так и в нерезонансном случаях.

Показано, что перенос в резонансном режиме управления ДКТ является более надежным, чем в нерезонансном режиме. Полученные результаты могут быть применены при разработке реальных приборов на основе ДКТ для решения конкретных практических задач квантовой информатики (например, при использовании ДКТ для реализации однокубитных квантовых вентилях или в качестве структурного элемента квантовой сети). Подробно описан

метод моделирования диссипативной динамики одноэлектронной ДКТ во внешнем лазерном поле в разных режимах, проведена классификация электрон-фотонного спектра в зависимости от параметров системы, а также выявлен ряд интересных особенностей поведения ее собственных частот. Данный подход также можно применять и для нахождения неизвестных параметров уже изготовленной структуры путем анализа экспериментально полученных спектроскопических данных и сопоставления их с результатами расчетов, сделанных для некоторого пробного набора модельных параметров. Это позволит в конечном итоге определить фактические параметры с помощью процедуры подгонки.

ГЛАВА 10. КВАНТОВАЯ ПАМЯТЬ НА ДВОЙНОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ В МИКРОРЕЗОНАТОРЕ

10.1. Преобразователь частоты (конвертор) на основе полупроводниковой ДКТ с лазерным управлением в МР

10.1.1. Принципиальная схема частотной конверсии

Как мы видели в предыдущих главах, полупроводниковая ДКТ неоднократно рассматривалась в качестве зарядового кубита с оптическим и/или электростатическим управлением. Выполнение квантовых вентилях, осуществляемое за счет оптических переходов между размерно-квантованными уровнями ДКТ, требует наличия источника фотонов с энергией порядка 0.05 – 0.1 эВ. К таким источникам относятся квантовые каскадные лазеры, которые генерируют когерентное излучение в указанном диапазоне. Вместе с тем, подавляющее большинство экспериментальных приложений КТ ориентировано на работу с так называемыми телекоммуникационными фотонами с длиной волны 1550 ± 100 нм и энергией порядка 0.8 – 1 эВ. Данная энергия соответствует ширине запрещенной зоны в GaAs/InGaAs/AlGaAs – структурах. Следовательно, при поглощении телекоммуникационного фотона в КТ рождается экситон, представляющий собой электрон и дырку, которые заселяют соответствующие уровни КТ. Таким образом, вакуумное и экситонное состояния КТ могут представлять собой логический базис кубита, и однозначно связаны с фоковскими состояниями 0 или 1 фотона. Экспериментально были продемонстрированы устройства, в которых экситоны (и комплексы на их основе) генерируются в результате взаимодействия одиночных КТ с классическим лазерным многофотонным полем и/или с квантовыми однофотонными полями волноводов и МР. Когерентная конверсия кванта энергии поля (фотона) в локальное возбуждение среды (экситон) и обратно позволяет создавать их запутанные состояния (поляритоны), генерировать условный фазовый сдвиг фотона и преобразовывать распределение заселенности КТ. Оптические правила отбора, отражающие фундаментальные законы сохранения энергии и момента импульса, дают возможность трансформировать фотон с определенной поляризацией в экситон с соответствующей ориентацией спинов электрона и дырки. Однако, поскольку время жизни экситона в КТ, как правило, не превышает нескольких десятков наносекунд, то такой кубит нельзя использовать для хранения квантовой информации. С другой стороны, электронные состояния ДКТ, разделенные потенциальным барьером и локализованные в левой КТ и правой КТ, представляются весьма перспективными в роли логических состояний кубита памяти.

Каким же образом можно организовать процесс записи состояния фотонного кубита в кубит памяти на основе одноэлектронной ДКТ с учетом разницы энергий оптических переходов в сотни миллиэлектронвольт? Мы предлагаем использовать для этой цели вспомогательный

элемент (частотный конвертор), который уменьшает энергию телекоммуникационного фотона до энергии электронного перехода в ДКТ за счет взаимодействия экситона в КТ с полями лазера и МР (рис. 10.1). Заметим, что изменение состояния экситона в ДКТ, призванное увеличить время его жизни, уже рассматривалось в теоретических работах (см., например, [292]). Авторы этих работ предлагают перемещать электрон из КТ, в которой первоначально находился экситон, в туннельно-связанную с ней соседнюю КТ. Благодаря этой операции «прямой» экситон (электрон-дырочная пара в одной КТ) трансформируется в «непрямой» (электрон и дырка локализованы в разных КТ). При этом, как показывают расчеты, скорость релаксации, пропорциональная интегралу перекрытия волновых функций электрона и дырки, будет существенно меньше, чем для «прямого» экситона. В нашей схеме мы используем два «прямых» экситонных состояния – возбужденное $|e_{exc}\rangle = |e\rangle|h\rangle$ (е-экситон), где электрон заселяет возбужденное состояние $|e\rangle$ КТ-конвертора с энергией ε_e , и основное $|g_{exc}\rangle = |g\rangle|h\rangle$ (g-экситон) с электроном, находящимся в основном состоянии $|g\rangle$ КТ с энергией ε_g (рис. 10.1). При этом дырочное состояние $|h\rangle$ с энергией ε_h одинаково для состояний $|e_{exc}\rangle$ и $|g_{exc}\rangle$. Конвертор находится в пучности моды МР, частота ω_c рабочей моды которого близка к частоте $\omega_{eg} = \varepsilon_e - \varepsilon_g$ электронного перехода $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ (здесь и далее полагаем $\hbar = 1$). Частота $\omega_e = \varepsilon_e + \varepsilon_h$ экситонного перехода между состояниями $|vac\rangle$ и $|e_{exc}\rangle$ близка к частоте ω_0 телекоммуникационного фотона, тогда как частота ω_L вспомогательного лазера соответствует частоте $\omega_g = \varepsilon_g + \varepsilon_h$ экситонного перехода между состояниями $|vac\rangle$ и $|g_{exc}\rangle$.

Принцип действия конвертора состоит в том, чтобы, используя КТ, преобразовать исходный телекоммуникационный фотон волновода в е-экситон, который, в свою очередь, трансформируется в g-экситон с испусканием фотона в моду МР. Именно этот фотон участвует в изменении электронного состояния ДКТ (записи информации в кубит памяти), также взаимодействующей с модой МР. Что же касается g-экситонного состояния КТ-конвертора, то оно может быть переведено в вакуумное состояние с помощью лазера. В этом случае конвертор возвращается в исходное состояние, а избыточная энергия уносится лазерным полем. Данный шаг не является обязательным, так как g-экситон в дальнейшем никак не используется, и достаточно просто дать КТ релаксировать в вакуумное состояние. При этом КТ спонтанно испускает фотон соответствующей частоты.

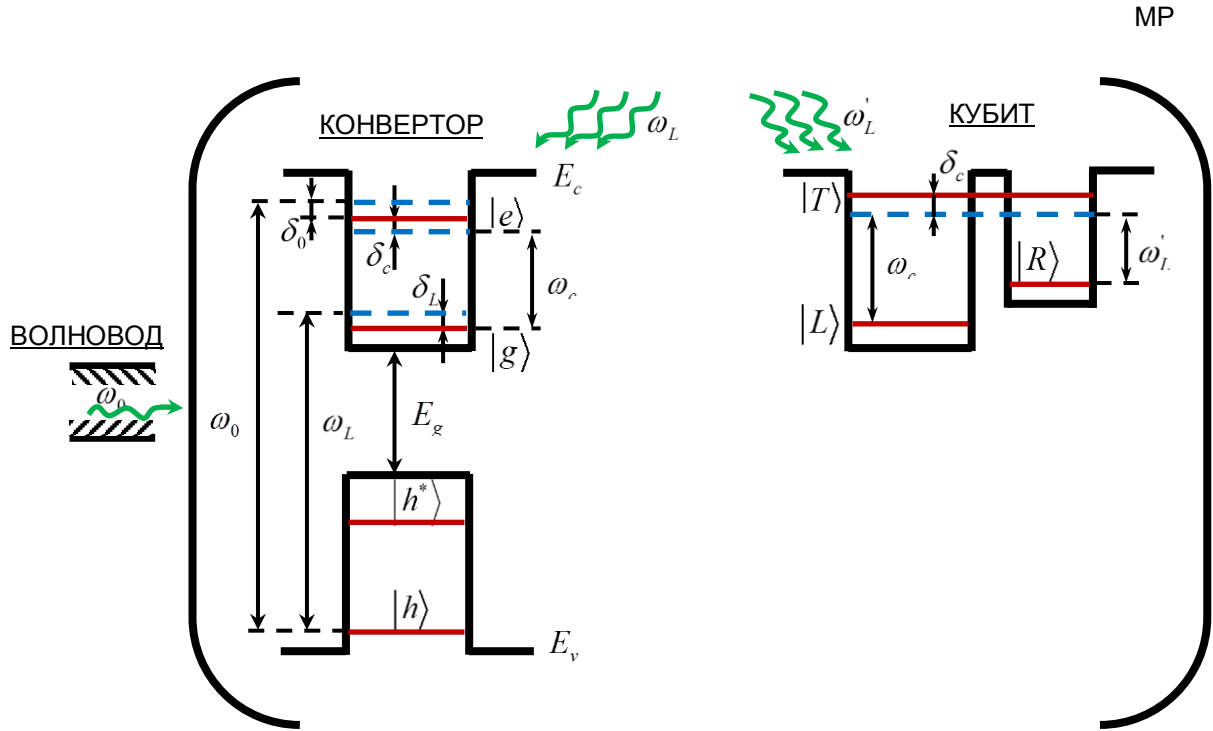


Рис. 10.1. Схема квантового узла, состоящего из КТ-конвертора и ДКТ-кубита.

Ниже с помощью численного решения уравнения Линдблада для матрицы плотности будет получена вероятность частотной конверсии фотона с учетом диссипативных процессов в резонансном и нерезонансном режимах и будут найдены условия и время полной конверсии. Мы покажем, что наиболее практичным способом конвертирования телекоммуникационного фотона в фотон МР является разделение данной процедуры на два этапа. Будет исследован процесс записи фотонного состояния в кубит памяти на основе одноэлектронной ДКТ и рассчитано время, затрачиваемое на поглощение фотона МР в ходе электронного перехода в ДКТ с последующим удалением поступившей энергии лазерным полем. Практическая реализация данного элемента квантовой сети может базироваться, например, на КТ, интегрированных в дисковый МР с подводом лазерного излучения через суженный волновод (tapered fiber) [293] – [298].

10.1.2. Модель конвертора на основе ОКТ в МР

Представим гамильтониан системы «КТ+волновод+МР+лазер», показанной в левой части рис. 10.1, в виде суммы H_0 гамильтонианов изолированных подсистем и гамильтонианов H_{w-QD} , H_{c-QD} и H_{L-QD} , описывающих взаимодействие между ними:

$$H_0 = \omega_0 a_w^\dagger a_w + \omega_c a^\dagger a + \varepsilon_g |g\rangle\langle g| + \varepsilon_e |e\rangle\langle e| + \varepsilon_h |h\rangle\langle h|, \quad (10.1)$$

$$H_{w-QD} = \Omega_w (a_w |e_{exc}\rangle\langle vac| + a_w^\dagger |vac\rangle\langle e_{exc}|), \quad (10.2)$$

$$H_{c-QD} = \Omega_c (a |e_{exc}\rangle\langle g_{exc}| + a^\dagger |g_{exc}\rangle\langle e_{exc}|), \quad (10.3)$$

$$H_{L-QD} = 2\Omega_L (|g_{exc}\rangle\langle vac| + |vac\rangle\langle g_{exc}|) \cos(\omega_L t), \quad (10.4)$$

где a и a_w – операторы уничтожения фотона в модах МР и волновода, соответственно, а энергии связи (частоты Раби) Ω_w , Ω_c и Ω_L характеризуют интенсивность взаимодействия между подсистемами. Для дальнейшего анализа удобно ввести отстройки (разности частот) $\delta_c = \omega_{eg} - \omega_c$, $\delta_0 = \omega_e - \omega_0$, и $\delta_L = \omega_g - \omega_L$. В зависимости от того, как соотносятся абсолютные величины отстроек и частот Раби, система будет демонстрировать специфическую эволюцию. Здесь мы ограничимся рассмотрением когерентной динамики, воспользовавшись формализмом вектора состояния $|\Psi\rangle$, который подчиняется уравнению Шредингера

$$i \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = H |\Psi\rangle, H = H_0 + H_{w-QD} + H_{c-QD} + H_{L-QD}. \quad (10.5)$$

В качестве базисных векторов мы выбираем те, энергия которых не превосходит удвоенную энергию телекоммуникационного фотона, что следует из самой постановки задачи. Кроме того, мы предполагаем невозможность присутствия в КТ двух возбуждений одновременно (например, e - и g -экситонов или экситона и электрона), что обосновывается нарушением резонансных условий (см. ниже) из-за большой энергии их электростатического взаимодействия. Тогда базис будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} |0\rangle &= |0_w, vac, 0_c\rangle, |1\rangle = |1_w, vac, 0_c\rangle, |2\rangle = |0_w, g_{exc}, 0_c\rangle, |3\rangle = |1_w, g_{exc}, 0_c\rangle, \\ |4\rangle &= |0_w, e_{exc}, 0_c\rangle, |5\rangle = |0_w, vac, 1_c\rangle, |6\rangle = |0_w, g_{exc}, 1_c\rangle, \\ |7\rangle &= |1_w, e_{exc}, 0_c\rangle, |8\rangle = |1_w, vac, 1_c\rangle, |9\rangle = |1_w, g_{exc}, 1_c\rangle, |10\rangle = |0_w, e_{exc}, 1_c\rangle, \end{aligned} \quad (10.6)$$

где первую позицию в обозначении произвольного вектора занимает количество телекоммуникационных фотонов в волноводе ($n_w = 0, 1$), вторую – экситонное состояние КТ (vac, e_{exc}, g_{exc}), а третью – количество фотонов МР ($n_c = 0, 1$), с учетом сделанных предположений.

Представим вектор состояния системы в виде разложения по базисным векторам с коэффициентами (амплитудами вероятностей), зависящими от времени:

$$|\Psi\rangle = \sum_{k=0}^{10} c_k \exp(-iE_k t) |k\rangle, \quad (10.7)$$

где E_k – энергия k -ого базисного состояния. Подстановка выражения (10.7) в уравнение Шредингера (10.5) приводит к эквивалентной системе дифференциальных уравнений на коэффициенты c_k , которая распадается на три независимые подсистемы. Первая подсистема

$$\begin{cases} i\dot{c}_0 = \Omega_L \exp(-i\delta_L t) c_2 \\ i\dot{c}_2 = \Omega_L \exp(i\delta_L t) c_0 \end{cases} \quad (10.8)$$

описывает рождение/коллапс g -экситона под действием лазерного поля в отсутствие фотонов в волноводе и МР. Вторая подсистема

$$\begin{cases} i\dot{c}_1 = \Omega_w \exp(-i\delta_0 t) c_4 + \Omega_L \exp(-i\delta_L t) c_3 \\ i\dot{c}_3 = \Omega_L \exp(i\delta_L t) c_1 \\ i\dot{c}_4 = \Omega_w \exp(i\delta_0 t) c_1 + \Omega_c \exp(i\delta_c t) c_6 \\ i\dot{c}_5 = \Omega_L \exp(-i\delta_L t) c_6 \\ i\dot{c}_6 = \Omega_c \exp(-i\delta_c t) c_4 + \Omega_L \exp(i\delta_L t) c_5 \end{cases} \quad (10.9)$$

отражает сложную экситон-фотонную динамику, которая, в частности, позволяет реализовать и процесс фотон-фотонной конверсии. Наконец, третья подсистема

$$\begin{cases} i\dot{c}_7 = \Omega_c \exp(i\delta_c t) c_9 \\ i\dot{c}_8 = \Omega_L \exp(-i\delta_L t) c_9 + \Omega_w \exp(-i\delta_0 t) c_{10} \\ i\dot{c}_9 = \Omega_c \exp(-i\delta_c t) c_7 + \Omega_L \exp(i\delta_L t) c_8 \\ i\dot{c}_{10} = \Omega_w \exp(i\delta_0 t) c_8 \end{cases} \quad (10.10)$$

описывает обмен энергией между КТ, лазером и волноводом (МР) при условии, что МР (волновод) уже содержит один фотон. Поскольку в качестве начального состояния выбираются состояния $|0\rangle$ или $|1\rangle$, амплитуды вероятностей которых не входят в систему (10.10), то в дальнейшем мы эти процессы не рассматриваем.

В основе самого простого способа конверсии лежит квантово-полевой процесс, в ходе которого телекоммуникационный фотон распадается на фотон МР и g-экситон через промежуточное e-экситонное состояние: $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle \leftrightarrow |6\rangle$. Это состояние $|4\rangle$ может иметь значительную или исчезающе малую заселенность в зависимости от того, какой характер – резонансный или рамановский – носит обмен энергией между подсистемами. Так как лазер не используется, то эволюция системы описывается уравнением (10.9), где учтено, что $\Omega_L = 0$:

$$\begin{cases} i\dot{c}_1 = \Omega_w \exp(-i\delta_0 t) c_4 \\ i\dot{c}_4 = \Omega_w \exp(i\delta_0 t) c_1 + \Omega_c \exp(i\delta_c t) c_6 \\ i\dot{c}_6 = \Omega_c \exp(-i\delta_c t) c_4 \end{cases} \quad (10.11)$$

Условие строгого резонанса записывается в виде $\delta_0 = \delta_c = 0$, а амплитуда вероятности конечного состояния $|6\rangle$ равна

$$c_6 = \frac{2\Omega_w \Omega_c}{\Omega_w^2 + \Omega_c^2} \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right), \quad \Omega = \sqrt{\Omega_w^2 + \Omega_c^2}. \quad (10.12)$$

Очевидно, что для полной конверсии ($c_6 = 1$) необходимо выполнение равенства частот Раби: $\Omega_w = \Omega_c$. Тогда желаемый результат достигается за время $T_{conv} = \pi / \sqrt{2}\Omega_{w(c)}$. Заметим, что в общем случае с ненулевой отстройкой полная конверсия требует еще и соблюдения условия двухфотонного резонанса: $\delta_0 = \delta_c = \delta$. Другая предельная ситуация имеет место, если

отстройка δ оказывается значительно больше частот Раби: $|\delta| \gg \Omega_{w,c}$. При этом промежуточное состояние $|4\rangle$ практически не заселяется, и можно воспользоваться процедурой адиабатического исключения, в результате которой трехуровневая система (10.11) сводится к эффективной двухуровневой системе:

$$\begin{cases} i\dot{c}_1 = -(\Omega_w^2/\delta)c_1 - (\Omega_w\Omega_c/\delta)c_6 \\ i\dot{c}_6 = -(\Omega_c^2/\delta)c_6 - (\Omega_w\Omega_c/\delta)c_1 \end{cases} \quad (10.13)$$

Ее решение имеет вид

$$c_6 = i \frac{\Omega_w\Omega_c}{\sqrt{(\Omega_w^2 - \Omega_c^2)^2/4 + (\Omega_w\Omega_c)^2}} \exp\left[i \frac{(\Omega_w^2 + \Omega_c^2)t}{2\delta}\right] \sin \Omega t, \quad \Omega = \sqrt{\left(\frac{\Omega_w^2 - \Omega_c^2}{2\delta}\right)^2 + \left(\frac{\Omega_w\Omega_c}{\delta}\right)^2}. \quad (10.14)$$

Разность рабиевских частот отражает дисбаланс скоростей обмена энергией внутри подсистем «КТ – волновод» и «КТ – МР» и играет роль эффективной отстройки. Мы видим, что, как и в резонансном случае, условие $\Omega_w = \Omega_c$ является обязательным для реализации полной конверсии с точностью до фазового множителя $\exp(i\pi/2)$. Время, затрачиваемое на конверсию в нерезонансном режиме, равно $T_{conv} = \pi|\delta|/2\Omega_{w(c)}^2$, что существенно больше, чем в резонансном режиме. Поправки к решению, которые связаны с паразитной заселенностью промежуточного состояния, оказываются порядка $\Omega^2/|\delta| \ll 1$, как и дополнительный фазовый (штарковский) сдвиг, входящий в экспоненциальный множитель в (10.14). Следует обратить внимание на то, что частоты Раби для волновода и МР достаточно сложно изменить, после того как структура уже изготовлена. Они определяются положением, размерами и ориентацией КТ относительно пучностей квантовых полей, и поэтому удовлетворить условию баланса весьма непросто. Решение, позволяющее снять данное ограничение, состоит в разбиении трехуровневой схемы на две последовательно выполняемые двухуровневые резонансные схемы. Это достигается варьированием соответствующих отстроек (полагаем суммарное время τ_s , затрачиваемое на переключение, небольшим по сравнению с периодами осцилляций Раби). На первом этапе в резонансе находятся частоты волновода и КТ ($\delta_0 = 0, |\delta_c| \gg \Omega_c$), а на втором – МР и КТ ($\delta_c = 0, |\delta_0| \gg \Omega_w$). При этом вначале происходит трансформация состояния $|1\rangle$ в состояние $|4\rangle$ по закону $c_4 = -i \sin \Omega_w t$ за время $T_1 = \pi/2\Omega_w$, а затем – трансформация состояния $|4\rangle$ в состояние $|6\rangle$ по закону $c_6 = -i \sin \Omega_c t$ за время $T_2 = \pi/2\Omega_c$. Мы видим, что в данном случае параметры Ω_w и Ω_c являются независимыми, а время конверсии $T_{conv} = T_1 + T_2 + \tau_s$ сопоставимо

с временем конверсии для одностадийной резонансной схемы и существенно короче, чем для одностадийной нерезонансной схемы.

Для того чтобы КТ вернулась в исходное (вакуумное) состояние за время, меньшее, чем время релаксации g-экситона, необходимо воздействовать на нее вынуждающим лазерным излучением. Однако лазер будет генерировать и паразитный переход $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$ из вакуумного в g-экситонное состояние, описываемый системой (10.8), в отсутствие телекоммуникационного фотона. Для подавления этого процесса отстройка лазера должна быть значительно больше, чем частота Раби, $|\delta_L| \gg \Omega_L$, и удовлетворять условию двухфотонного резонанса $\delta_L = -\delta_c = \delta$. Изменение частот переходов в КТ происходит под влиянием электростатического поля затвора V_G [273]. Это позволяет регулировать эффективную скорость обмена энергией внутри подсистем «КТ – МР» и «КТ – лазер». Фотон-фотонная конверсия осуществляется в две стадии. На первом этапе телекоммуникационный фотон резонансно поглощается КТ при $V_G = 0$, которая выведена из резонанса с МР, что следует из решения системы (10.9), где учтено, что $\Omega_L = 0$, $|\delta_c| \gg \Omega_c$ и $\delta_0 = 0$:

$$\begin{cases} i\dot{c}_1 = \Omega_w c_4 \\ i\dot{c}_4 = \Omega_w c_1 \end{cases} \quad (10.15)$$

Решение $c_4 = -i \sin \Omega_w t$ указывает на то, что полная трансформация фотона в e-экситон с точностью до фазового множителя $\exp(-i\pi/2)$ достигается за время $T_1 = \pi/2\Omega_w$. Второй этап начинается с изменения электрического поля, выводящего КТ из резонанса с волноводом и реализующего такую конфигурацию частот, при которой выполняется условие двухфотонного рамановского резонанса МР и лазера: $\delta_L = -\delta_c = \delta$, $|\delta_0| \gg \Omega_w$ и $|\delta| \gg \Omega_{c,L}$. Данный выбор параметров делает паразитный переход $|0\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ неэффективным. Система уравнений, описывающая поведение КУ, получается из (10.9) с учетом этих условий:

$$\begin{cases} i\dot{c}_4 = \Omega_c \exp(i\delta_c t) c_6 \\ i\dot{c}_5 = \Omega_L \exp(-i\delta_L t) c_6 \\ i\dot{c}_6 = \Omega_c \exp(-i\delta_c t) c_4 + \Omega_L \exp(i\delta_L t) c_5 \end{cases} \quad (10.16)$$

Промежуточное состояние $|6\rangle$ (g-экситон в КТ, 1 фотон в МР) заселяется виртуально, что опять дает нам возможность адиабатически исключить его и свести трехуровневую систему (10.16) к двухуровневой:

$$\begin{cases} i\dot{c}_4 = -(\Omega_c^2/\delta) c_4 - (\Omega_c \Omega_L/\delta) c_5 \\ i\dot{c}_5 = -(\Omega_L^2/\delta) c_5 - (\Omega_c \Omega_L/\delta) c_4 \end{cases} \quad (10.17)$$

Система уравнений (10.17) эквивалентна системе (10.13), если в последней сделать замену $c_1 \rightarrow c_5$, $c_6 \rightarrow c_4$ и $\Omega_w \rightarrow \Omega_L$. Следовательно, для заселения конечного состояния $|5\rangle$ с вероятностью, равной единице, необходимо снова выбирать частоты Раби сбалансированными: $\Omega_c = \Omega_L$. Длительность второго этапа рассчитывается по аналогичной формуле $T_2 = \pi|\delta|/2\Omega_{L(c)}^2$. Итак, полное время фотон-фотонной конверсии с точностью до фазового сдвига $\exp(i\pi)$ равно $T_{conv} = T_1 + T_2$.

Существуют ли другие способы добиться желаемого результата, например, используя только быстрые резонансные переходы с привлечением всех состояний, входящих в систему (10.9)? И наоборот, возможно ли реализовать схему, где присутствуют лишь рамановские переходы, связывающие начальное и конечное состояния, а промежуточные состояния не заселяются? Ответы на эти вопросы можно получить, анализируя варианты, рассмотренные нами выше. Сравнивая двух- и трехуровневые схемы, мы отмечаем, что количество условий, налагаемых на реализацию переноса в трехуровневой схеме, больше, чем для двухуровневой. Поэтому вполне обосновано предположение, что пятиуровневая система (10.9) будет описывать сложные осцилляции, которые могут приводить в том числе и к полной локализации конвертора в искомом конечном состоянии $|5\rangle$, но для этого необходимо удовлетворить большому количеству ограничений на частоты (комбинации частот) Раби. Приведем аналитическое решение системы уравнений (10.9) для случая полного резонанса ($\delta_0 = \delta_c = \delta_L = 0$) и медленно меняющейся амплитуды лазера:

$$c_5 = \frac{i\Omega_w\Omega_c}{\Omega_w^2 + \Omega_c^2} \left[\sin\Theta_1(t) - \frac{\Omega_L(t)}{\sqrt{\Omega_c^2 + \Omega_w^2 + \Omega_L^2(t)}} \sin\Theta_2(t) \right], \quad (10.18)$$

где $\Theta_1(t) = \int_0^t \Omega_L(\tau) d\tau$ и $\Theta_2(t) = \int_0^t \sqrt{\Omega_w^2 + \Omega_c^2 + \Omega_L^2(\tau)} d\tau$ - «площади» лазерного импульса для каждого осцилляционного процесса. Простой анализ показывает, что при $\Omega_L = \text{const}$ и $\Omega_w = \Omega_c$ полная конверсия возможна, только если весовой коэффициент второго слагаемого стремится к единице. Это значит, что рабиевская частота лазера должна быть существенно больше, чем частоты для волновода и МР: $\Omega_L \gg \Omega_{w,c}$. Тогда эволюция системы будет описываться осцилляциями с биениями:

$$c_5 = i \sin(\Omega_L t) \sin^2(\eta \Omega_L t) - i 0.5 \cos(\Omega_L t) \sin(2\eta \Omega_L t) + O(\eta), \quad \eta = \Omega_{w(c)}^2 / 2\Omega_L^2 \ll 1. \quad (10.19)$$

Полагая $\Omega_L = \Omega_c \sqrt{(1+2n_1)/2(1+n_2)}$, где n_1 и n_2 - целые числа ($n_1 \gg n_2$), получаем $|c_5| = 1$ при $T_{conv} = \pi(1+2n_1)/2\Omega_L$ с точностью до слагаемых порядка $\eta \ll 1$. Зависимость для c_5 синфазна с

паразитными осцилляциями (10.8), однако, если факт наличия/отсутствия g-экситона в КТ не является принципиальным, то данное обстоятельство можно не принимать во внимание.

Что же касается полностью виртуальной одностадийной схемы конверсии, то, как подсказывает результат (10.14), каждый дополнительный нерезонансный переход уменьшает эффективную частоту Раби на порядок. При этом в подкорневом выражении для эффективной частоты Раби начинает доминировать эффективная отстройка (разность квадратов частот Раби). Следовательно, даже очень незначительное отклонение от условий рамановского резонанса приведет к подавлению двухуровневых осцилляций. Кроме того, нижнюю границу на скорость конверсии накладывают диссипативные процессы (спонтанная релаксация КТ, уход фотонов из волновода и МР и другие, более сложные эффекты). Таким образом, на основании полученных результатов можно сделать вывод, что наиболее практичным способом конвертирования телекоммуникационного фотона в фотон МР является разделение данной процедуры на несколько простых этапов, с применением быстрых резонансных процессов, а медленные нерезонансные процессы следует использовать лишь по необходимости (например, с целью блокировки паразитных переходов).

10.1.3. Обмен квантом между МР и ДКТ

После завершения конверсии можно приступить к записи фотонного состояния МР в кубит памяти на основе одноэлектронной асимметричной ДКТ. Кубит хранится в виде суперпозиции основных состояний $|L\rangle$ и $|R\rangle$ ДКТ, локализованных в левой КТ и правой КТ, соответственно (рис. 10.1, правая часть). Возбужденное гибридизированное состояние $|T\rangle$ ДКТ используется в качестве транспортного уровня. Оптический перенос электрона между состояниями $|L\rangle$ и $|R\rangle$ описывается рамановской трехуровневой схемой, в которой переход $|L\rangle \leftrightarrow |T\rangle$ возбуждается полем МР, а переход $|R\rangle \leftrightarrow |T\rangle$ – полем лазера. Следовательно, нетривиальная эволюция электрона в ДКТ будет иметь место, только если состояние фотонного кубита было $|1_c\rangle$ (один телекоммуникационный фотон в волноводе). Полный гамильтониан ДКТ, взаимодействующей с полями МР и лазера, имеет вид

$$H_q = \varepsilon_L |L\rangle\langle L| + \varepsilon_R |R\rangle\langle R| + \varepsilon_T |T\rangle\langle T| + \omega_c a^\dagger a + \Omega'_c (a |T\rangle\langle L| + a^\dagger |L\rangle\langle T|) + 2\Omega'_L (|T\rangle\langle R| + |R\rangle\langle T|) \cos \omega'_L t, \quad (10.20)$$

где ε_L , ε_R и ε_T – энергии одноэлектронных состояний ДКТ, а Ω'_c и Ω'_L – энергии связи (частоты Раби) ДКТ с МР и лазером. Частота лазера ω'_L выбирается отличной от частоты ω_c МР с целью поддержания селективности переходов в трехуровневой схеме. Определим отстройки для данной системы, $\delta'_c = \varepsilon_T - \varepsilon_L - \omega_c$ и $\delta'_L = \varepsilon_T - \varepsilon_R - \omega_L$, а также учтем, что $\varepsilon_L \neq \varepsilon_R$. Пусть

начальное состояние ДКТ равно $|\Psi_q(0)\rangle = c_L(0)|L\rangle + c_R(0)|R\rangle$, а МР находится в состоянии $|1_c\rangle$. Выберем энергии связи и отстройки частот лазера и МР так, чтобы выполнялись а) условие двухфотонного резонанса, $\delta'_c = \delta'_L = \delta'$, б) условие адиабатического переноса, $|\delta'| \gg \Omega'_c, \Omega'_L$, и в) условие баланса частот Раби, $\Omega'_c = \Omega'_L$. Тогда эволюция вектора состояния ДКТ с точностью до общего фазового множителя $\exp(i\Omega'^2_c t/\delta')$ описывается уравнениями

$$\begin{aligned} c_L &= \cos(\Omega'^2_c t/\delta') c_L(0) - i \sin(\Omega'^2_c t/\delta') c_R(0), \\ c_R &= \cos(\Omega'^2_c t/\delta') c_R(0) - i \sin(\Omega'^2_c t/\delta') c_L(0). \end{aligned} \quad (10.21)$$

Еще раз укажем на то обстоятельство, что в отсутствие фотона в МР начальное состояние кубита не меняется. Это значит, что в общем случае описанный алгоритм дает возможность реализовывать условные операции на зарядовом кубите и генерировать запутанные электрон-фотонные состояния. Нас же интересует процесс записи фотонного кубита, поступающего из квантовой сети по волноводу, в зарядовый кубит памяти, находящийся в начальном состоянии, которое полностью локализовано в одной из КТ (например, в $|L\rangle$):

$$(\alpha|0_w\rangle + \beta|1_w\rangle)|L\rangle \rightarrow |0_w\rangle(\alpha|L\rangle + \beta|R\rangle). \quad (10.22)$$

Полагая в уравнении (10.21) $c_L(0) = 1$ и $c_R(0) = 0$ и учитывая полученные выше результаты, мы видим, что квантовое состояние телекоммуникационного фотона (возможно, с точностью до фазовых множителей, подлежащих коррекции) переводится в состояние ДКТ-кубита за время, равное $T_{write} = T_{conv} + T_{absorb}$, причем время T_{conv} зависит от способа конверсии. Время же, затрачиваемое на поглощение фотона МР в ходе электронного перехода в ДКТ с последующим удалением поступившей энергии лазерным полем, равно $T_{absorb} = \pi|\delta'|/2\Omega'^2_{L(c)}$.

10.1.4. Частотная конверсия фотона с учетом диссипации

При более углубленном количественном анализе предлагаемой схемы нам потребуется найти численное решение уравнения Линдблада для матрицы плотности системы. Данное уравнение позволяет корректно учесть все диссипативные эффекты, которые при выводе аналитического решения уравнения Шредингера были отброшены. Кроме того, мы введем в явном виде зависимости отстроек и амплитуды лазера от времени, отражающие конечность промежутков их включения/выключения. Для дальнейшего удобно перейти в систему отсчета, где энергии базисных состояний заменяются на отстройки частот переходов между ними от частот полей волновода, МР и лазера, с помощью унитарного преобразования

$$U = \exp[-i\omega_0 t(|1\rangle\langle 1| + |3\rangle\langle 3| + |4\rangle\langle 4| + |5\rangle\langle 5| + |6\rangle\langle 6|) - i\omega_L t(|2\rangle\langle 2| + |3\rangle\langle 3| + |5\rangle\langle 5|)]. \quad (10.23)$$

Преобразование (10.23) переводит гамильтониан H в уравнении (10.5) в гамильтониан

$$\tilde{H} = U^\dagger H U + i \frac{\partial U^\dagger}{\partial t} U,$$

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & \delta_L (|2\rangle\langle 2| + |3\rangle\langle 3|) + \delta_0 |4\rangle\langle 4| + (\delta_0 - \delta_c - \delta_L) |5\rangle\langle 5| + (\delta_0 - \delta_c) |6\rangle\langle 6| + \\ & + \Omega_w (|4\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 4|) + \Omega_c (|4\rangle\langle 6| + |6\rangle\langle 4|) + \\ & + \Omega_L (|2\rangle\langle 0| + |3\rangle\langle 1| + |5\rangle\langle 6| + |0\rangle\langle 2| + |1\rangle\langle 3| + |6\rangle\langle 5|), \end{aligned} \quad (10.24)$$

где было использовано приближение вращающейся волны, позволившее пренебречь быстро осциллирующими экспонентами в последней строке. Введем неунитарные операторы A_m , отвечающие различным физическим каналам потери когерентности в результате контакта нашего устройства с окружением. К ним относятся: 1) уход фотона из волновода в моды континуума со скоростью κ_w , $A_w = |0\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 3|$, 2) уход фотона из МР со скоростью κ_c , $A_c = |0\rangle\langle 5| + |2\rangle\langle 6|$, 3) коллапс е-экситона в КТ за время $\tau_{exc,e}$, $A_{exc,e} = |0\rangle\langle 4|$, 4) коллапс g-экситона в КТ за время $\tau_{exc,g}$, $A_{exc,g} = |0\rangle\langle 2| + |1\rangle\langle 3| + |5\rangle\langle 6|$, 5) межподзонная релаксация электрона в КТ за время τ_{eg} , $A_{eg} = |2\rangle\langle 4|$, 6) дефазировка е-экситона за время $\tau_{deph,e}$, $A_{deph,e} = |4\rangle\langle 4|$ и 7) дефазировка g-экситона за время $\tau_{deph,g}$, $A_{deph,g} = |2\rangle\langle 2| + |3\rangle\langle 3| + |6\rangle\langle 6|$. Процессы 3) – 7) обусловлены взаимодействием экситона с фоновым резервуаром и со стохастическими флуктуациями полей управляющих затворов. В нашей работе мы не учитываем более сложные двух- и трехчастичные процессы (например, одновременную фотон-фононную релаксацию КТ и МР). Уравнение Линдблада для оператора плотности ρ системы имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i [\tilde{H}, \rho] + L_\Sigma(\rho), \quad (10.25)$$

где $L_\Sigma(\rho) = \sum_m \gamma_m L_m(\rho)$, а $L_m(\rho) = 2A_m \rho A_m^\dagger - A_m^\dagger A_m \rho - \rho A_m^\dagger A_m$ - парциальный оператор Линдблада, характеризующий распад некоторой величины, которой соответствует оператор A_m ($\gamma_m = \tau_m^{-1}$ – скорость распада).

Зависимости отстроек от времени связаны с медленно меняющимся электрическим потенциалом на металлическом затворе, расположенном вблизи КТ. Мы задаем их феноменологически, принимая во внимание следующие качественные соображения: 1) при подаче на затвор положительного напряжения $V_G > 0$ глубина КТ увеличивается, а разность энергий ее электронных уровней (частота перехода) уменьшается, $\Delta\omega_{eg} < 0$, и 2) энергия экситона как нейтральной частицы меняется гораздо слабее, чем энергия возбужденного

электрона, $|\Delta\omega_{eg}| \gg |\Delta\omega_{e(g)}|$. Плавное варьирование потенциала обеспечивает гладкость отстроек как функций времени на интервалах, соответствующих процессам включения/выключения. Они моделируются тангенциальными зависимостями

$$\delta_k(t) = \delta_k - \frac{\delta_{A,k}}{2} \left[\tanh\left(\frac{t-t_1}{\tau}\right) - \tanh\left(\frac{t-t_2}{\tau}\right) \right] - \frac{\delta_{B,k}}{2} \left[\tanh\left(\frac{t-t_3}{\tau}\right) - \tanh\left(\frac{t-t_4}{\tau}\right) \right], \quad (10.26)$$

где $k = 0, c, L$; $T_1 = t_2 - t_1$ – длительность импульса А, $T_3 = t_4 - t_3$ – длительность импульса В, $T_2 = t_3 - t_2$ – интервал между импульсами А и В и τ – время включения/выключения импульсов. Амплитуды импульсов $\delta_{A,k}$ и $\delta_{B,k}$ выбираются, исходя из условий, налагаемых алгоритмом конверсии. Кроме того, мы учитываем конечность времени действия лазерного импульса (если он присутствует) на втором этапе конверсии, используя аналогичную функцию для лазерной амплитуды (частоты Раби):

$$\Omega_L(t) = \frac{\Omega_L}{2} \left[\tanh\left(\frac{t-t_3}{\tau}\right) - \tanh\left(\frac{t-t_4}{\tau}\right) \right]. \quad (10.27)$$

Параметры в уравнениях (10.24) – (10.27) подбираются на основании экспериментальных данных, известных к настоящему времени, и оценок, сделанных для оптимальных вариантов дизайна устройства.

Приведем результаты численных расчетов, которые иллюстрируют алгоритм конверсии для нескольких способов, описанных выше. Все энергетические величины даны в единицах частоты ω_0 телекоммуникационного фотона. Для приближенных количественных оценок можно положить $\omega_0 \approx 1$ эВ. Будем считать, что МР является прозрачным для фотонов волновода и лазера. Напряженность E_c в пучностях однофотонного поля моды МР может достигать нескольких сотен и даже тысяч В/см. Дипольный момент d_{QD} КТ можно оценить как ea_{QD} , где a_{QD} – характерный размер (радиус) КТ. Полагая $E_c = 10^2$ эВ и $a_{QD} = 10$ нм, получаем для КТ, находящейся в пучности моды МР, частоту Раби $\Omega_c \sim E_c d_{QD} \sim 10^{-4}$ эВ. В реальной структуре эта величина будет значительно меньше, поэтому в расчетах мы будем использовать оценку $\Omega_c \sim 10^{-5}$ эВ или $\Omega_c \sim 10^{-5}$ в единицах ω_0 . Оптимизация взаимодействия волновода и экситонного перехода КТ также требует пространственного совпадения пучности поля волновода и координат КТ. В нашей работе мы будем считать данное условие выполненным, полагая $\Omega_c \approx \Omega_w$. Ширина интервала изменения отстроек (сдвигов энергетических уровней КТ) в полях затворов $0 < |V_G| < 10$ В, как следует из экспериментов, лежит в пределах нескольких миллиэлектронвольт. Следовательно, в (10.26) задаем $|\delta_k|, |\delta_{A,k}|, |\delta_{B,k}| \sim 10^{-3}$. Самым непростым является выбор скоростей диссипации и дефазировки, поскольку именно эти процессы ответственны за снижение вероятности конверсии P_{conv} (при соблюдении всех прочих условий).

На сегодняшний день уже изготовлены МР с добротностями $Q \sim 10^6$, однако для достижения значений $P_{conv} > 0.9$ требуются более совершенные МР. В расчетах мы полагаем $Q \sim 10^7$, ориентируясь на прогресс в изготовлении оптических микроструктур.

Начнем с моделирования полностью резонансной пятиуровневой схемы, приближенное аналитическое решение (10.19) для которой было получено выше в когерентном случае. Задаем общее условие баланса частот Раби, $\Omega_c = \Omega_w = 10^{-5}$, равенство частот подсистем, $\delta_0 = \delta_c = \delta_L = 0$, и частное условие на лазерную частоту Раби, $\Omega_L = (30.5/2)^{1/2}$, обеспечивающее максимальную заселенность конечного состояния при $n_1 = 30$ и $n_2 = 1$. Как следует из рис. 10.2, учет фотонной релаксации снижает вероятность конверсии. Выбор больших значений целочисленного параметра n_1 увеличивает точность приближения $|c_5| \approx 1$ в максимуме, однако при этом эволюция замедляется, что опять-таки приводит к усилению влияния диссипации и к падению P_{conv} . С другой стороны, выбор, при котором n_1 ненамного превосходит n_2 , ухудшает применимость формулы (10.19), что также выражается в резком уменьшении P_{conv} .

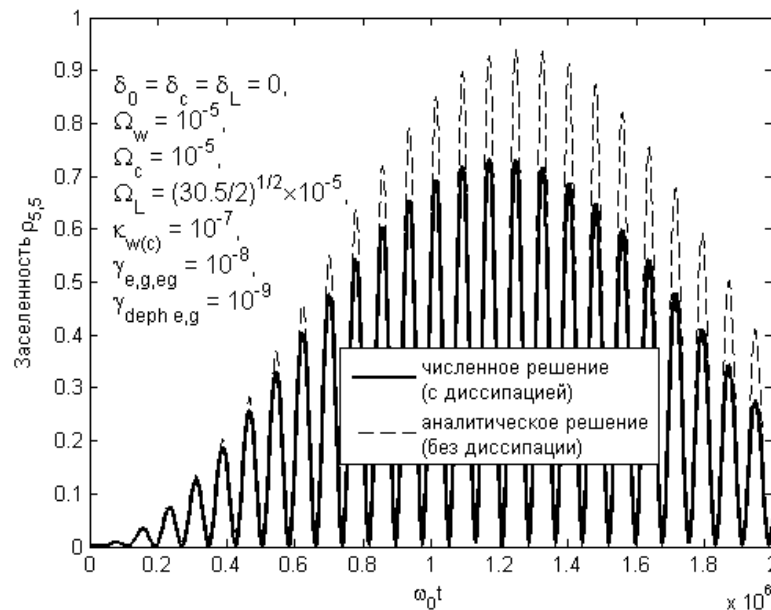


Рис. 10.2. Графики зависимостей вероятности конверсии от времени в пятиуровневой резонансной одностадийной схеме (приближенное аналитическое решение (10.19) без диссипации – пунктир, точное численное решение с диссипацией – сплошная линия).

Рассмотрим теперь двухстадийный алгоритм конверсии (10.15) – (10.17), где первый этап представлен двухуровневой резонансной схемой, а второй – трехуровневой нерезонансной (или эффективной двухуровневой) схемой. Параметры импульсов (см. рис. 10.3) выбираются в соответствии с расчетами. Как можно видеть, из-за большой длительности второго этапа, несмотря на подавление релаксации g-экситона и исключения паразитного возбуждения

лазером вакуумного состояния, присутствие каналов фотонной релаксации значительно снижает вероятность конверсии по сравнению с решением, полученным в когерентном приближении. Следовательно, успешное применение данной схемы требует увеличения добротности МР и волновода, а также увеличения соответствующих частот Раби.

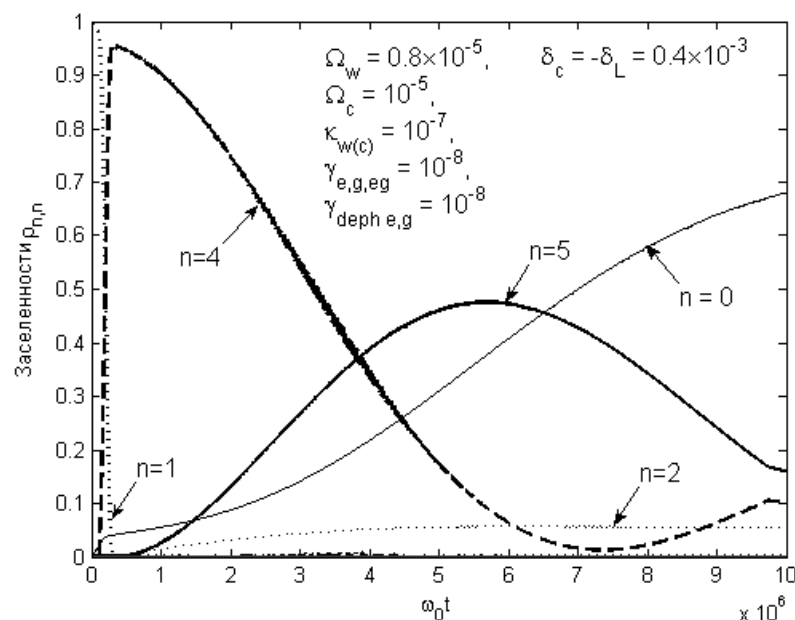


Рис. 10.3. Графики зависимостей заселенностей базисных состояний от времени в двухстадийной комбинированной схеме с лазером.

Приведем теперь самый простой и эффективный, на наш взгляд, вариант двухстадийной резонансной конверсии без использования лазера. Выбираем параметры импульсов А и В отстройку, как показано на рис. 10.4а. Данный выбор обеспечивает последовательный ввод/вывод волновода и МР в резонанс/из резонанса с КТ. Численное решение (рис. 10.4б) убедительно указывает на то, что при одинаковых параметрах именно эта схема является наиболее надежной из всех трех. Напомним, что в такой схеме вспомогательный экситон удаляется из системы за счет спонтанной релаксации. Вероятность конверсии $P_{conv} = 0.95$ и может быть увеличена, как уже отмечалось, за счет улучшения качества изготавливаемой структуры.

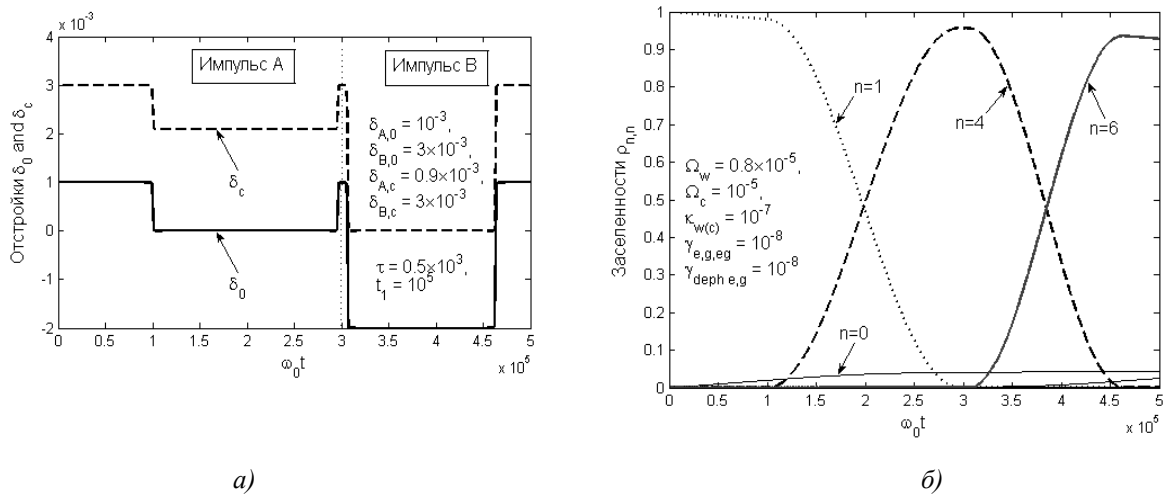


Рис. 10.4. а) Графики зависимостей отстроек частот от времени. б) Графики зависимостей заселенностей базисных состояний от времени в двухстадийной резонансной схеме без лазера.

10.2. Квантовая память на зарядовом кубите в оптическом микрорезонаторе

10.2.1. Одноэлектронная ДКТ как кубит памяти

Уже более двадцати лет проблема создания работающего полномасштабного квантового компьютера стимулирует усилия множества теоретических и экспериментальных групп по всему миру [1]. Помимо реализации квантовых алгоритмов, хранение результатов промежуточных вычислений, то есть создание квантовой памяти [299], [300], также представляет собой серьезную задачу. Как правило, квантовые операции выполняются на физических носителях, характеризующихся малыми временами когерентности. Это связано с выбором логического базиса, когда для кодировки нуля и единицы используются основное и возбужденное состояния носителя – атома, иона в ловушке, КТ и т.д. Если основное состояние является долгоживущим, то возбужденное состояние подвержено быстрому распаду (спонтанной эмиссии фотона или безызлучательной фононной релаксации). Тем не менее, можно подобрать такую систему, в которой оба логических состояния являются основными и, следовательно, устойчивыми к процессам потери когерентности. Например, если рассмотреть два атома или две одиночные КТ и отождествить ноль и единицу с их основными орбитальными состояниями, то устойчивость такой системы к шумам будет гораздо выше, чем у одиночных атомов или КТ с традиционной кодировкой. Система, потенциальная энергия которой имеет два минимума (две квантовые ямы) с глубиной, достаточной для образования связанных состояний, вполне пригодна для этой цели. Одним из наиболее изучаемых объектов, удовлетворяющих данному условию, является полупроводниковая ДКТ, состоящая из двух КТ и содержащая один электрон. Уровни ДКТ, локализованные в разных КТ, могут быть связаны за счет электронного туннелирования. Управление этим процессом осуществляется

посредством электростатического поля затвора, регулирующего высоту потенциального барьера между КТ (то есть скорость туннелирования) в двухуровневой ДКТ [18], или при помощи резонансного лазерного поля, связывающего локализованные состояния КТ с транспортным состоянием, делокализованным по всей структуре, в трехуровневой ДКТ [22]. Подобная система, не подверженная процессам электронной релаксации, может использоваться в качестве элемента квантовой памяти. Для его интеграции в квантовую сеть необходимо разработать механизм обмена состояниями между ним и транспортным кубитом (фотоном с телекоммуникационной длиной волны около 1550 нм), чтобы перенести (записать) состояние, представляющее результат квантового вычисления, в кубит памяти.

Ниже мы предлагаем схему устройства (узла квантовой памяти), состоящего из полупроводникового высокодобротного микрорезонатора (МР), внутри которого размещены одиночная КТ-конвертор (ОКТ) и ДКТ – кубит памяти. ОКТ играет роль «приемника» для транспортного кубита-фотона и его промежуточной записи в экситонное состояние. Затем это состояние путем частотной конверсии, в которой участвуют МР, ОКТ, ДКТ и лазер, преобразуется в состояние зарядового кубита памяти. Результаты моделирования указывают на возможность загрузки кубита памяти с большой вероятностью несколькими способами в зависимости от того, какой из каналов диссипации (фотонная или электронная релаксация) является доминирующим. Главной трудностью на пути реализации рассмотренного алгоритма записи остается недостаточно высокая добротность существующих оптических резонаторов.

10.2.2. Принципиальная схема узла памяти и описание модели

Схема узла квантовой памяти, состоящего из МР, ОКТ-конвертора, ДКТ-кубита памяти и лазера, показана на рис. 10.5. В качестве примера конкретной реализации узла здесь рассматривается открытый резонатор Фабри-Перо, в котором полупроводниковая пластинка с ОКТ и ДКТ размещена на поверхности нижнего зеркала в пучности основной ТЕМ-моды. Структура электронных и дырочных уровней ОКТ подразумевает возможность генерации как межзонных экситонных переходов с частотой порядка энергии запрещенной зоны ($E_{gap} \sim 1$ эВ), так и внутризонных электронных переходов с частотами порядка энергии размерного квантования ОКТ (~ 0.1 эВ). ОКТ поддерживает два электронных состояния, основное $|g\rangle$ и возбужденное $|e\rangle$, с энергиями ε_g и ε_e , в квантованной части зоны проводимости и дырочные состояния $|h\rangle$ и $|h'\rangle$, с энергиями ε_h и ε'_h , в валентной зоне. Телекоммуникационный фотон с частотой ω_{ph} поглощается ОКТ с образованием экситона в состоянии $|X_e\rangle = |e\rangle|h\rangle$. Предположим также, что частоты электронных и дырочных переходов не совпадают (этого можно добиться, налагая на ОКТ слабое электрическое поле). Это означает, что при изменении

электронного состояния за счет перехода $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ во внешнем резонансном поле дырочное состояние $|h\rangle$ не меняется. В результате перехода образуется экситон $|X_g\rangle = |g\rangle|h\rangle$, энергия которого отличается от энергии состояния $|X_e\rangle$ на величину частоты $\omega_{eg} = \varepsilon_e - \varepsilon_g$ электронного перехода (здесь и далее полагаем $\hbar = 1$).

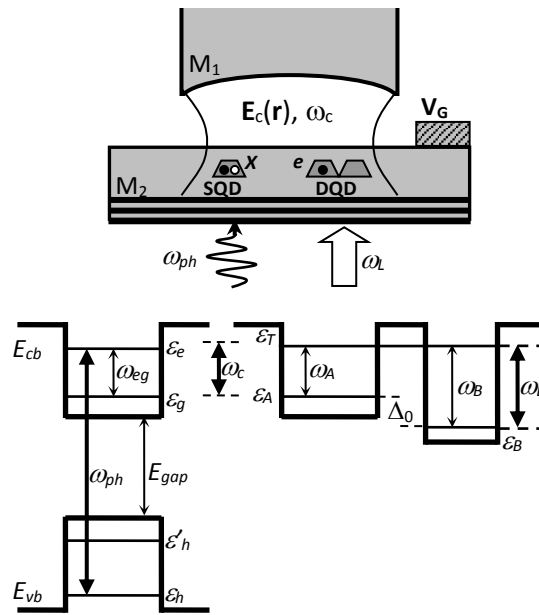


Рис. 10.5. Вверху: вариант реализации узла квантовой памяти с открытым микрорезонатором Фабри-Перо, образованным вогнутым зеркалом M_1 и плоским многослойным зеркалом M_2 . Полупроводниковая пластинка, содержащая ОКТ и ДКТ, находится в пучности поля $E_c(\mathbf{r})$ основной гауссовой ТЕМ-моды МР с частотой ω_c . Электростатическое поле затвора V_G регулирует частоты электронных и экситонных переходов, а частота МР настраивается путем изменения расстояния между зеркалами. Телекоммуникационный фотон поглощается с образованием экситона в ОКТ, а лазер генерирует электронный переход в ДКТ. Внизу: зонные диаграммы ОКТ и ДКТ. E_{cb} и E_{vb} – энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны, соответственно, E_{gap} – ширина запрещенной зоны в области ОКТ. Показаны энергии состояний, использующихся в алгоритме записи. Переходы, реализующие схему записи, обозначены жирными стрелками (см. текст).

ДКТ содержит три электронных состояния, $|A\rangle$, $|B\rangle$ и $|T\rangle$, с энергиями ε_A , ε_B и ε_T , первые два из которых локализованы в КТ А и КТ В, соответственно, а третье состояние является делокализованным (транспортным). Оно представляет собой суперпозицию возбужденных состояний изолированных КТ А и КТ В, гибридизирующихся за счет электронного туннелирования. Вообще, при гибридизации образуются два делокализованных состояния, энергии которых различаются на величину порядка энергии туннелирования. Поскольку эта энергия (~ 1 мэВ) существенно больше, чем все коэффициенты взаимодействия и отстройки (см. ниже), то мы ограничимся рассмотрением квантовой эволюции ДКТ с участием

только одного транспортного уровня. Частоты $\omega_A = \varepsilon_T - \varepsilon_A$ и $\omega_B = \varepsilon_T - \varepsilon_B$ переходов между локализованными состояниями $|A\rangle$ и $|B\rangle$ и транспортным состоянием $|T\rangle$ различаются на величину $\Delta_0 = \varepsilon_B - \varepsilon_A$. Этот параметр характеризует асимметрию ДКТ и обеспечивает возможность селективного возбуждения каждого из переходов в отдельности.

Гамильтониан ячейки памяти без учета взаимодействия между подсистемами имеет вид

$$H_0 = \omega_c a^\dagger a + (\varepsilon_g + \varepsilon_h) |X_g\rangle\langle X_g| + (\varepsilon_e + \varepsilon_h) |X_e\rangle\langle X_e| + \varepsilon_A |A\rangle\langle A| + \varepsilon_B |B\rangle\langle B| + \varepsilon_T |T\rangle\langle T|, \quad (10.28)$$

где ω_c - частота моды МР, a - оператор уничтожения фотона в моде МР. Пространство состояний задается разложением единичного оператора

$$I = I_{SQD} \otimes I_c \otimes I_{DQD}, \quad (10.29)$$

где $I_{SQD} = |vac\rangle\langle vac| + |X_g\rangle\langle X_g| + |X_e\rangle\langle X_e|$, $I_c = |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|$ и $I_{DQD} = |A\rangle\langle A| + |B\rangle\langle B| + |T\rangle\langle T|$.

Здесь $|vac\rangle$ - вакуумное состояние ОКТ (экситон отсутствует). Базисные векторы представим в форме $|m\rangle = |k\rangle \otimes |n\rangle \otimes |j\rangle = |k, n, j\rangle$. Индексы пробегает значения $k = \{vac, X_g, X_e\}$ для ОКТ, $n = \{0, 1\}$ для МР и $j = \{A, B, T\}$ для ДКТ, а размерность пространства векторов системы $d = 18$. Удобно выбрать в качестве начала отсчета энергию $\varepsilon_g + \varepsilon_h + \varepsilon_A$ состояния $|X_g, 0, A\rangle$.

Управление состоянием ОКТ и ДКТ осуществляется с помощью внешних полей: классического поля лазера и квантового поля МР. При этом роль посредника при обмене квантом между ОКТ и ДКТ играет МР, а лазер служит для адресации оптического перехода внутри ДКТ. Рассмотрим алгоритм записи состояния экситонного ОКТ-кубита в состояние зарядового ДКТ-кубита. ОКТ содержит два электронных уровня, $|g\rangle$ и $|e\rangle$, частота ω_{eg} перехода между которыми близка к частоте ω_c моды МР. Таким образом, ОКТ и МР могут обмениваться квантом энергии. Этот процесс рассматривается как трансформация $|X_e\rangle \leftrightarrow |X_g\rangle$ экситонного состояния за счет электронного перехода без изменения дырочного состояния с одновременным рождением/уничтожением фотона в моде МР. Аналогичный переход $|A\rangle \leftrightarrow |T\rangle$ (но уже чисто электронный), стимулируемый фотоном МР, происходит в КТ А зарядового кубита. При этом КТ В настроена в резонанс с лазером, генерирующим переход $|B\rangle \leftrightarrow |T\rangle$. Следовательно, если в начальный момент времени зарядовый кубит был в состоянии $|A\rangle$, а ОКТ содержала возбужденный экситон $|X_e\rangle$, то оказывается возможным переход

$$\begin{aligned}
& |1\rangle_{ph} |vac, 0, A\rangle \rightarrow |0\rangle_{ph} |X_e, 0, A\rangle \rightarrow |0\rangle_{ph} |X_g, 1, A\rangle \rightarrow \\
& \rightarrow |0\rangle_{ph} |X_g, 0, T\rangle \rightarrow |0\rangle_{ph} |X_g, 0, B\rangle \Rightarrow |0\rangle_{ph} |vac, 0, B\rangle,
\end{aligned} \tag{10.30}$$

который отождествляется с записью фоковского состояния $|1\rangle_{ph}$ фотонного (транспортного) кубита сначала в состояние $|X_e\rangle$ ОКТ, а затем – в состояние $|B\rangle$ ДКТ. При этом ОКТ за время, равное времени жизни экситона в основном состоянии, переходит в результате релаксации (двойная стрелка) в вакуумное состояние. Учитывая, что если транспортный кубит находится в состоянии $|0\rangle_{ph}$ (фотон отсутствует), то начальное состояние $|vac, 0, A\rangle$ ячейки памяти не меняется, а значит, произвольная суперпозиция транспортного кубита записывается в инициализированный кубит памяти:

$$(\alpha |0\rangle_{ph} + \beta |1\rangle_{ph}) |vac, 0, A\rangle \rightarrow |0\rangle_{ph} (\alpha |vac, 0, A\rangle + \beta |X_g, 0, B\rangle) \Rightarrow |0\rangle_{ph} |vac, 0\rangle (\alpha |A\rangle + \beta |B\rangle). \tag{10.31}$$

Когерентный обмен квантом энергии между подсистемами, лежащий в основе предлагаемого алгоритма записи, характеризуется гамильтонианом взаимодействия

$$H_{int} = \Omega_0 (a^\dagger |X_g\rangle \langle X_e| + a |X_e\rangle \langle X_g|) + \Omega_A (a^\dagger |A\rangle \langle T| + a |T\rangle \langle A|) + 2\Omega_L \cos \omega_L t (|B\rangle \langle T| + |T\rangle \langle B|). \tag{10.32}$$

Величины Ω_0 , Ω_A и Ω_L , называемые частотами Раби или коэффициентами взаимодействия, характеризуют интенсивности обмена энергией между ОКТ и МР, КТ А и МР, КТ В и лазерным полем, соответственно. Перейдем во вращающуюся систему отсчета, связанную с лазером, с помощью преобразования

$$U = \exp \left[-i\omega_L t (a^\dagger a + |T\rangle \langle T| + |X_e\rangle \langle X_e|) \right], \tag{10.33}$$

при этом гамильтонианы (10.28) и (10.32) принимают вид

$$\begin{aligned}
\tilde{H}_{0(int)} &= U^\dagger H_{0(int)} U + i \frac{\partial U^\dagger}{\partial t} U, \\
\tilde{H}_0 &= \Delta_0 |B\rangle \langle B| + \delta_A |T\rangle \langle T| - \varepsilon_g |vac\rangle \langle vac| + \delta_0 |X_e\rangle \langle X_e| + \delta_c a^\dagger a, \\
\tilde{H}_{int} &= \Omega_0 (a^\dagger |X_g\rangle \langle X_e| + a |X_e\rangle \langle X_g|) + \Omega_A (a^\dagger |A\rangle \langle T| + a |T\rangle \langle A|) + \Omega_L (|B\rangle \langle T| + |T\rangle \langle B|).
\end{aligned} \tag{10.34}$$

Здесь введены следующие обозначения: $\delta_A = \omega_A - \omega_L$ - отстройка частот электронного перехода в КТ А и лазера, $\delta_0 = \omega_{eg} - \omega_L$ - отстройка частот электронного перехода в ОКТ и лазера и $\delta_c = \omega_c - \omega_L$ - отстройка частот МР и лазера. Кроме того, в (10.32) и (10.34) было использовано приближение вращающейся волны, подразумевающее выполнение критериев $\Omega_{0(A)}/\omega_c \ll 1$ и $\Omega_L/\omega_L \ll 1$. Уравнения (10.34) остаются справедливыми также в случае медленно меняющихся отстроек и частот Раби. Добавим, что система «ДКТ+МР+лазер», описываемая гамильтонианом (10.34) при $\Omega_0 = 0$, может функционировать и как обычный (операционный) кубит [7, 8].

Для учета диссипативных эффектов воспользуемся феноменологическим подходом, рассматривая фотонный и фононный резервуары в приближении Маркова. Будем считать, что основными каналами потери когерентности выступают релаксационные процессы, связанные с распадом $R_c = |0\rangle\langle 1|$ фотонного состояния МР со скоростью κ , с коллапсом экситонных состояний $R_{k=e,g} = |vac\rangle\langle X_k|$ в ОКТ со скоростью γ_k , а также с электронной релаксацией $R_{eg} = |X_g\rangle\langle X_e|$ в ОКТ со скоростью γ_{eg} и $R_{j=A,B} = |j\rangle\langle T|$ в ДКТ со скоростью γ_j . Искомым объектом расчетов является матрица плотности системы, эволюция которой подчиняется уравнению Линдблада

$$\frac{d\tilde{\rho}}{dt} = -i[\tilde{H}_0 + \tilde{H}_{int}, \tilde{\rho}] + \sum_m 2L_m[\tilde{\rho}], \quad (10.35)$$

где парциальный оператор Линдблада

$$L_m[\tilde{\rho}] = \gamma_m R_m \tilde{\rho} R_m^\dagger - \frac{\gamma_m}{2} (R_m^\dagger R_m \tilde{\rho} + \tilde{\rho} R_m^\dagger R_m) \quad (10.36)$$

описывает распад соответствующей физической величины. Представим матрицу плотности в виде разложения по проекционным операторам:

$$\tilde{\rho} = \sum_{m,n} \tilde{\rho}_{m,n} |m\rangle\langle n|. \quad (10.37)$$

Для нахождения зависимостей от времени элементов $\tilde{\rho}_{m,n}(t)$ данной матрицы удобно «развернуть» матричное уравнение (10.35) в векторное:

$$\frac{d\vec{\tilde{\rho}}}{dt} = -i\left[(\tilde{H}_0 + \tilde{H}_{int}) \otimes I - I \otimes (\tilde{H}_0 + \tilde{H}_{int})^T\right] \vec{\tilde{\rho}} + \sum_m 2\gamma_m \left\{ R_m \otimes R_m^* - \frac{1}{2} \left[R_m^\dagger R_m \otimes I + I \otimes (R_m^\dagger R_m)^T \right] \right\} \vec{\tilde{\rho}},$$

где вектор $\tilde{\rho}$ представлен столбцом длиной d^2 , который формируется из столбцов матрицы $\tilde{\rho}$ (первый столбец матрицы $\tilde{\rho}$ составляет первые d элементов вектора $\tilde{\rho}$, второй столбец – следующие d элементов и т.д.), а I – единичная матрица размером $d \times d$. Диагональные элементы $\tilde{\rho}_{m,m}$, которые равны заселенностям базисных состояний, находятся на позициях $m' = (m-1)d + m$, $1 \leq m \leq d$, данного вектора. Найденный вектор $\tilde{\rho}(t)$ может быть преобразован обратно в матрицу плотности $\tilde{\rho}(t)$. Следующий раздел посвящен анализу численного решения уравнения (10.38) с параметрами, отвечающими резонансному и нерезонансному режимам управления узлом памяти.

10.2.3. Результаты моделирования процесса записи

Выберем в качестве начального состояние $|X_e, 0, A\rangle$ (возбужденный экситон в ОКТ, кубит памяти в логическом состоянии «ноль»), в которое система загружается из вакуумного состояния сразу после поглощения телекоммуникационного фотона. В отсутствие диссипативных процессов энергия фотона (возбужденного экситона $|X_e\rangle$) распределяется между экситоном в основном состоянии $|X_g\rangle$ и МР, а затем квант из МР поглощается ДКТ и удаляется из системы лазерным полем, в результате чего ДКТ переходит в логическое состояние «единица». Для упрощенного описания когерентной динамики достаточно рассмотреть уравнение (10.38) в базисе из четырех состояний: $|X_e, 0, A\rangle$, $|X_g, 1, A\rangle$, $|X_g, 0, T\rangle$ и $|X_g, 0, B\rangle$. Однако введение фотонной, электронной и экситонной релаксации требует учета всех 18 состояний, входящих в разложение (10.29), поскольку становятся возможными переходы, которые были запрещены при унитарном подходе. Нашей задачей является нахождение зависимости от времени заселенности $\tilde{\rho}_{m,m}(t)$, $m = \{X_g, 0, B\}$ конечного состояния $|X_g, 0, B\rangle$ в цепочке (10.30), а также полной заселенности $\tilde{\rho}_{B,B}(t) = \text{tr}_{k,n} \tilde{\rho}_{m,m}(t)$, $m = \{k, n, B\}$ состояния $|B\rangle$ ДКТ (след берется по переменным ОКТ и МР). Именно эта заселенность отождествляется с вероятностью P_{write} записи заданного состояния в кубит памяти.

Мы будем задавать энергетические величины, входящие в уравнения (10.34), в единицах частоты моды МР, которая близка к частоте электронного перехода в ОКТ и ДКТ. Эта частота (фактически, энергия размерного квантования КТ) обычно составляет 0.1 – 0.05 эВ для кристаллических КТ с характерным размером (радиусом) 5 – 10 нм, которые формируются при фазовом переходе в напряженных слоях GaAs/InGaAs-гетероструктур (самоорганизация

Странского-Крастанова). Энергия экситона $E_g = \varepsilon_g + \varepsilon_h$ определяется шириной запрещенной зоны в данном полупроводнике и лежит в интервале 0.8 – 1 эВ. Частоты Раби Ω_0 и Ω_A , являющиеся мерами связи электронных переходов в КТ и однофотонного поля МР, оцениваются следующим образом: $\Omega_{0(A)} = \mathbf{d}_{0(A)} \mathbf{E}_{0(A)}^{vac}$, где $\mathbf{d}_0 = \langle g | -e\mathbf{r} | e \rangle$ и $\mathbf{d}_A = \langle A | -e\mathbf{r} | T \rangle$ – матричные элементы оператора дипольного момента для внутризонных электронных переходов, а $\mathbf{E}_{0(A)}^{vac}$ – амплитуда однофотонного поля МР в области ОКТ и КТ А, соответственно. Здесь мы предположили, что радиусы $r_{0(A)}$ обеих КТ значительно меньше длины волны поля моды, что позволяет считать величины $\mathbf{E}_{0(A)}^{vac}$ постоянными в объеме КТ, а также пренебречь пространственными фазовыми множителями $\exp(\pm i\mathbf{k}\mathbf{r})$ ($\mathbf{k}$ – волновой вектор поля). Представим значения проекций этих матричных элементов на вектор поляризации моды МР как $d_{0(A)} = \alpha_{0(A)} er_{0(A)}$, где $\alpha_{0(A)}$ – коэффициент, зависящий от геометрии КТ (точнее, от координатной зависимости волновых функций электрона в указанных состояниях) и ее ориентации относительно поля МР ($\alpha_{0(A)} \leq 1$). Амплитуда поля определяется степенью его локализации в конкретном МР и варьируется в пределах $E_{0(A)}^{vac} \simeq 1 - 10$ В/см. Исходя из вышеизложенного, получаем оценку для частот Раби $\Omega_{0,A} \simeq 10^{-6}$ эВ. Что касается частоты Раби для лазера, то здесь мы не ограничены выбором амплитуды поля, и можем с целью ускорения процесса локализации задать ее в несколько раз большей, чем частота однофотонного поля, $\Omega_L \simeq 4 \times 10^{-6}$ эВ. Отстройки частот переходов в КТ, вызываемые электростатическими полями, а также отстройка частоты МР, варьируются в пределах $10^{-5} - 10^{-4}$ эВ. Скорости релаксационных процессов в трехмерных кристаллах связаны с частотным распределением плотности мод континуума при заданной температуре и структурных параметрах и рассчитываются с помощью «золотого правила» Ферми. Однако в нашей структуре КТ расположены в квазидвумерной пластинке, свойствами фононного спектра которой можно управлять, регулируя таким образом и скорость безызлучательной релаксации. Как было показано в работе [301], при определенном выборе толщины пластинки и местоположения КТ данная скорость может быть уменьшена на несколько порядков по сравнению с трехмерным случаем. Кроме того, присутствие МР модифицирует фотонный континуум (эффект Перселла), что позволяет уменьшить и скорость спонтанной эмиссии в КТ, если частота перехода и частота МР значительно отличаются друг от друга. Мы рассмотрим различные ситуации, когда скорости релаксации МР и КТ варьируются в широких пределах – от 10^{-6} эВ до 10^{-9} эВ. Итак, в единицах

$\omega_c = 0.1$ эВ мы задаем параметры уравнения (10.34) следующим образом: $\Omega_{0,A} \simeq 10^{-5}$, $\Omega_L \simeq 4 \times 10^{-5}$, $\Delta_0 = 10^{-4}$, $|\delta_{0,A,c}| \leq 10^{-4}$, $10^{-8} < \{\kappa, \gamma_m\} < 10^{-5}$.

Существует несколько способов реализовать схему переходов (10.30). Они отличаются друг от друга количеством стадий, на которые разбивается процесс переноса, и наличием/отсутствием виртуальных переходов. Мы будем рассматривать двухстадийный перенос, состоящий из а) возбуждения электрона ДКТ из состояния $|A\rangle$ в состояние $|T\rangle$ через поглощение кванта энергии, который образуется при трансформации $|X_e\rangle \rightarrow |X_g\rangle$ экситона в ОКТ (частотная конверсия), и б) локализации электрона ДКТ в состоянии $|B\rangle$ в ходе испускания кванта энергии из состояния $|T\rangle$, стимулированного лазером. Конверсия может проходить как в резонансном, так и в рамановском режимах. Резонансная схема оперирует с тремя состояниями, $|X_e, 0, A\rangle$, $|X_g, 1, A\rangle$ и $|X_g, 0, T\rangle$, и требует соблюдения условия равенства частот электронного перехода в ОКТ, моды МР и перехода в КТ А: $\omega_{eg} = \omega_A = \omega_c$ (или $\delta_0 = \delta_A = \delta_c \equiv \delta$). В рамановской схеме состояние $|X_g, 1, A\rangle$ практически не заселяется, а реализация эффективной двухуровневой динамики подразумевает выполнение критерия двухфотонного резонанса: $\omega_{eg} = \omega_A \neq \omega_c$ (или $\delta_0 = \delta_A \neq \delta_c$) и $|\omega_{eg(A)} - \omega_c| \gg \Omega_{0,A}$. Для успешной конверсии в обоих случаях необходимо удовлетворить условию баланса рабиевских частот, $\Omega_0 = \Omega_A$. Время, затрачиваемое на конверсию в идеализированном когерентном случае, равно $T_{conv} = \pi / \sqrt{2\Omega_{0(A)}}$ для резонансной схемы и $T_{conv} = \pi |\omega_{eg(A)} - \omega_c| / 2\Omega_{0(A)}^2$ для рамановской схемы. Процесс локализации $|T\rangle \rightarrow |B\rangle$ описывается резонансной двухуровневой схемой и реализуется за время $T_{loc} = \pi / 2\Omega_L$. Полное время записи в отсутствие диссипации, таким образом, равно $T_{write} = T_{conv} + T_{loc}$. Диссипация оказывает определенное влияние на величину T_{write} . Примеры квантовой эволюции системы, иллюстрирующие алгоритм записи (10.30) для резонансной и рамановской конверсии, показаны на рис. 10.6а и 10.6б, соответственно.

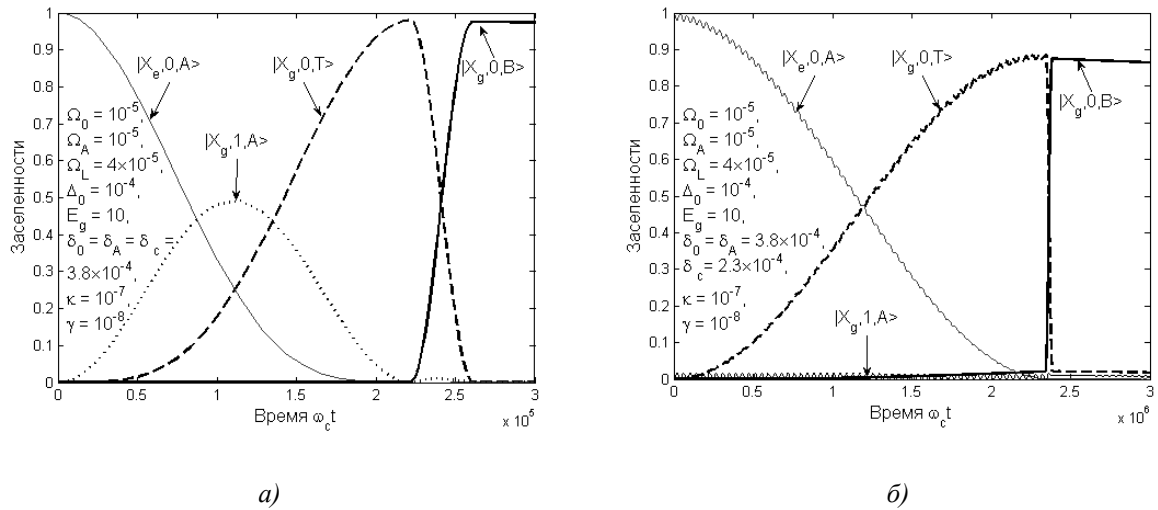


Рис. 10.6. Запись экситонного кубита в зарядовый кубит памяти для резонансного (а) и рамановского (б) режимов конверсии.

Как можно видеть, для рамановского режима вероятность заселения искомого состояния системы меньше на 10%, чем для резонансного. При этом время записи оказывается больше на порядок. Считывание кубита памяти подразумевает выполнение перечисленных операций в обратном порядке, но требует также и дополнительного шага – генерации X_g – экситона в ОКТ.

Разделение процесса записи на две стадии подразумевает, что а) в ходе конверсии переход в КТ В не происходит и б) локализация не сопровождается «оттоком» энергии из ДКТ обратно в МР и ОКТ. Воспользуемся принципом частотной селективности с целью блокировки нежелательных переходов. Более конкретно, разность $\Delta_0 = \omega_A - \omega_B$ частот ДКТ должна быть существенно больше, чем частота Раби Ω_A , $|\Delta_0| \gg \Omega_A$. Это делает переход в КТ В, вызываемый МР, неэффективным. Сразу после завершения конверсии и перехода ДКТ в возбужденное состояние $|T\rangle$ необходимо разорвать связь между КТ А и МР. Для этого достаточно с помощью внешнего электрического поля осуществить сдвиг δ_G частот ДКТ, нарушающий условие резонанса для ОКТ, МР и КТ А, то есть $\delta_A \rightarrow \delta_A + \delta_G$, $|\delta_G| \gg \Omega_A$ (отстройки δ_0 и δ_c при этом не меняются). Фактически, этот сдвиг обусловлен смещением делокализованного состояния $|T\rangle$, для которого дипольный момент ДКТ (а значит, и ее отклик на внешнее электрическое поле) значительно больше, чем для логических состояний. Поэтому следует говорить об одновременном и одинаковом частотном сдвиге в КТ А и В. Если при этом выполняется равенство $\delta_B = \delta_A - \Delta_0 = 0$, то указанный сдвиг «вводит» переход в КТ В в резонанс с лазерным полем, открывая возможность локализации электрона в состоянии $|B\rangle$. Лазерный импульс включается в момент времени $t = T_{conv}$ и действует в течение промежутка времени $\Delta t = T_{loc}$.

Отстройка $\delta_A(t)$ синхронизирована с амплитудой лазера $\Omega_L(t)$ (рис. 10.7). Кроме того, важно уметь регулировать и отстройку δ_c частоты моды МР от частот переходов в ОКТ и КТ А ДКТ, что позволяет выбирать режим конверсии. Вообще, частоту моды МР, и частоты переходов в КТ можно обратимо варьировать в окрестности значений, задаваемых геометрией и материалом структуры. Например, если рассматривать в качестве МР открытый резонатор Фабри-Перо (рис. 10.5), то его собственные частоты зависят от расстояния между зеркалами, которое можно менять. Для МР на основе дефектов в фотонных кристаллах и МР, поддерживающих моды «шепчущей галереи» (диски, сферы, кольца, тороиды), разработаны способы тонкой настройки частот за счет нагрева, механической деформации и нанесения/удаления дополнительного слоя из инородного материала.

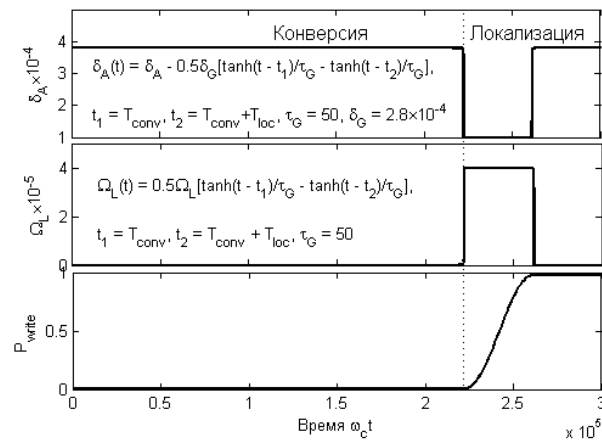


Рис. 10.7. Графики зависимостей отстройки δ_A (верхняя панель), амплитуды лазера Ω_L (центральная панель) и вероятности P_{write} (нижняя панель) от времени для схемы записи с конверсией в резонансном режиме, показанной на рис.10.6а. Для моделирования профиля огибающих лазерного и электрического импульсов с временем включения/выключения τ_G использована комбинация гиперболических тангенсов.

Выбор режима конверсии тесно связан с диссипативными свойствами подсистем. Наиболее быстрым процессом, разрушающим состояние узла памяти, является необратимый уход фотона из МР в моды континуума. Если скорость κ фотонной релаксации сопоставима с частотами Раби, то в резонансном режиме вероятность записи резко падает. С другой стороны, этот процесс можно замедлить, если выбрать отстройку частоты моды МР от частот ОКТ и КТ А существенно большей, чем скорость релаксации. Но при этом необходимо помнить, что с ростом отстройки замедляется и процесс переноса. Это означает, что на динамику системы будут влиять другие диссипативные процессы (в первую очередь, распад экситонного и электронного состояний). Можно предположить, что рамановский режим будет эффективным только для умеренных скоростей релаксации в ОКТ и ДКТ. Проведем сравнение зависимостей

P_{write} от κ для нескольких значений $\gamma_e = \gamma_g = \gamma_{eg} = \gamma_A \equiv \gamma$ в резонансном (рис. 10.8а) и рамановском (рис. 10.8б) режимах.

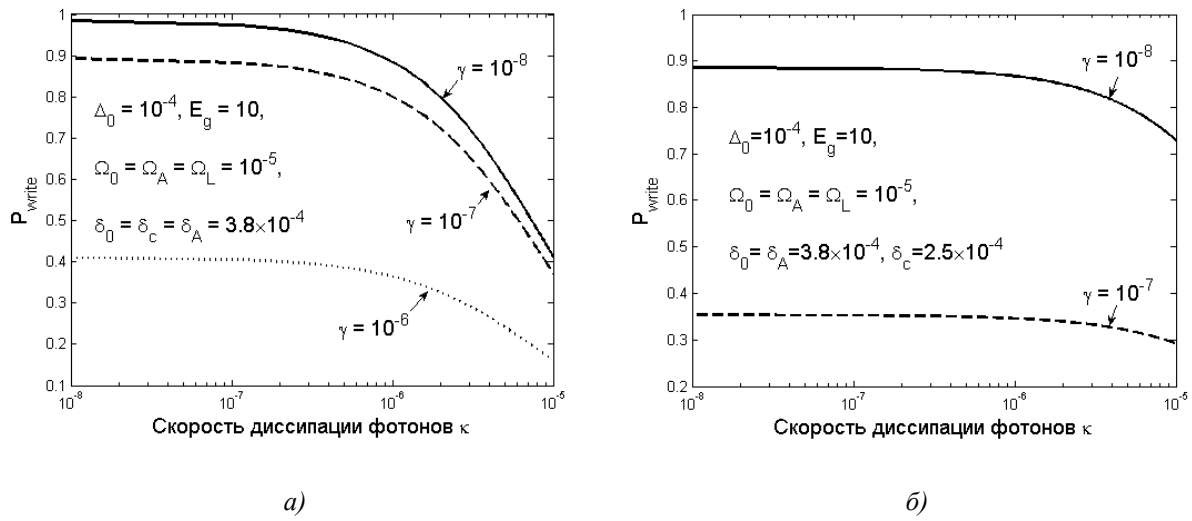


Рис. 10.8. Графики зависимостей вероятности записи P_{write} от скорости κ фотонной диссипации для нескольких значений скорости γ релаксации в ОКТ и ДКТ в резонансном (а) и рамановском (б) режимах управления процессом конверсии.

Как можно видеть, в резонансном режиме при $\kappa \leq \gamma$ значение вероятности P_{write} фиксировано и определяется скоростью релаксации в КТ, а при $\kappa > \gamma$ наблюдается ее быстрое падение с ростом κ . Напротив, для конверсии, проходящей по рамановскому сценарию, значение P_{write} остается фиксированным даже при $\kappa = 10^2 \gamma$. Отметим более сильную зависимость P_{write} от γ для рамановской конверсии по сравнению с резонансной. Анализируя эти результаты, можно сделать вывод, что рамановский способ управления узлом будет предпочтительнее в том случае, если процессы релаксации, связанные с ОКТ и ДКТ, оказываются медленными. Так, для $\gamma = 10^{-8}$ значение $P_{write} \approx 0.9$ сохраняется при довольно значительной скорости фотонной релаксации $\kappa = 10^{-6}$, но уже для $\gamma = 10^{-7}$ преимущество резонансного режима становится очевидным. Это означает, что выгоднее осуществлять быстрые манипуляции, реализующие резонансную динамику с небольшой погрешностью. Следует также сказать, что для ситуации, когда скорость какого-либо диссипационного канала приближается к скоростям когерентных процессов (частотам Раби), оба рассмотренных подхода не работают, и конверсии не происходит. Система при этом переходит в установившееся состояние, в котором заселенности определяются отношениями скоростей данных процессов.

В заключение приведем графики зависимостей заселенности состояния $|X_g, 0, T\rangle$ и T_{conv} сразу после конверсии от разности частот $\omega_c - \omega_{eg(A)} \geq 0$ для разных скоростей диссипации κ и γ (рис. 10.9).

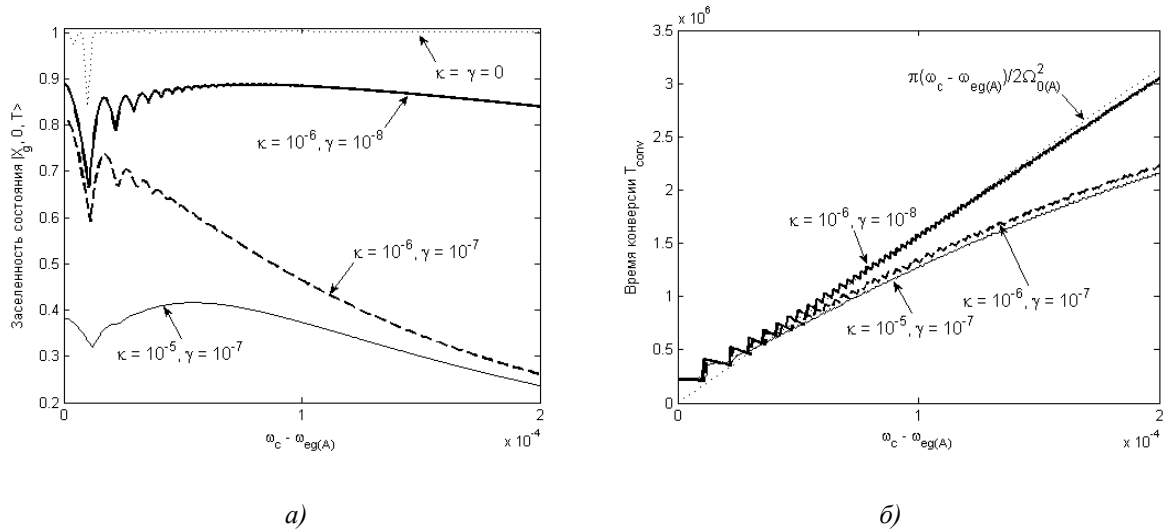


Рис. 10.9. Графики зависимостей вероятности конверсии (а) и времени конверсии (б) от разности частот МР и переходов в КТ для разных условий распада и $\Omega_{0(A)} = 10^{-5}$, $\Omega_L = 0$. Также приведены данные для полностью когерентного режима (точечная линия).

Легко заметить, что точная настройка в резонанс обеспечивает максимальную вероятность конверсии независимо от релаксационных свойств системы. Однако небольшое отклонение от значения $\omega_c - \omega_{eg(A)} = 0$ приводит к ее резкому уменьшению и осцилляциям на интервале от 0 до $\Omega_{0(A)}$. Эти осцилляции не связаны с диссипативными процессами и вызваны модуляцией (искажением) синусоидальных резонансных кривых для отстроек, сопоставимых с рабиевскими частотами. Переход в рамановский режим при $\omega_c - \omega_{eg(A)} > \Omega_{0(A)}$ сопровождается постепенным сглаживанием осцилляций и увеличением вероятности конверсии. Интервал, на котором заселенность конечного состояния стабилизируется, гораздо шире, чем область первого максимума в резонансном режиме. Это дает возможность снизить требование к точности управления спектром МР в рамановском случае. Кроме того, как мы уже отмечали, при малых γ диссипация за счет ухода фотона из МР оказывается подавленной. Дальнейший рост отстройки приводит к замедлению конверсии и уменьшению заселенности из-за усиливающегося влияния процессов распада электронной подсистемы.

10.3. Выводы к Главе 10

В данной Главе анализируется концепция устройства, состоящего из кубита памяти и частотного конвертора. Кубит памяти представлен полупроводниковой четырехуровневой ДКТ, которая помещена в МР. ДКТ содержит один электрон в квантованной части зоны проводимости, а МР может заселяться некоторым числом фотонов. Для управления состоянием ДКТ и МР используются лазерные и электростатические поля. Компенсация разницы телекоммуникационной частоты фотона (транспортного кубита), подводимого к системе через волновод, и частоты электронного перехода в ДКТ происходит за счет вспомогательного элемента - частотного конвертора на основе одиночной КТ. Такой дизайн позволяет контролировать электрон-фотонное состояние гибридной системы за счет надлежащего варьирования параметров полей. Это также дает возможность переключения между резонансным и нерезонансным режимами взаимодействия ДКТ и МР.

С помощью численного решения уравнения Линдблада для матрицы плотности получена вероятность частотной конверсии фотона с учетом диссипативных процессов в резонансном и нерезонансном режимах, найдены условия и время полной конверсии. Показано, что наиболее практичным способом конвертирования телекоммуникационного фотона в фотон МР является разделение данной процедуры на два этапа. Исследован процесс записи фотонного состояния в кубит памяти на основе одноэлектронной ДКТ. Установлено, что для успешной реализации алгоритма загрузки кубита памяти необходимо, чтобы частоты Раби (скорости когерентных процессов) заметно превосходили скорости релаксации. Это может быть достигнуто за счет структурной инженерии, модифицирующей фотонный и фононный резервуары. Расчеты, проведенные для их «оптимистических» оценок, указывают на возможность реализовать предлагаемый сценарий, используя существующие на сегодняшний день элементы узла, с вероятностью более 90%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Осуществление контролируемого взаимодействия между удаленными кубитами в квантовом компьютере остается одной из серьезнейших проблем на пути реализации полномасштабных квантовых вычислений. Возможное решение данной проблемы состоит в кодировании квантовой информации посредством орбитальных состояний т.н. «вспомогательных» кубитов – а) электронов или б) фотонов – которые затем могут быть транспортированы от одного кубита к другому через вспомогательную структуру (ВС). В ходе выполнения работы были развиты два подхода, различающиеся типом ВС. Предварительно был проведен сравнительный анализ литературных данных, посвященных возможности создания квантового компьютера на основе полупроводниковых КТ, взаимодействующих с внешним электроном или с высокодобротными оптическими МР; изучены различные теоретические модели и методы измерения оптических спектров и динамики населенностей состояний таких систем; рассмотрены схемы реализации квантовых операций, использующие как фотонные кубиты, так и экситонные и спиновые степени свободы КТ-кубитов.

В первой схеме используется не прямое взаимодействие между кубитами, опосредованное одноэлектронной ВС. В отличие от традиционных способов, использующих коррелированные переключения затворов для перемещения электронного заряда, мы рассматриваем оптическую схему переноса на основе управляемых внешним лазерным полем резонансных переходов, применяемую также для осуществления однокубитных операций на зарядовом кубите. Ожидается, что это позволит значительно оптимизировать процесс селективного электронного переноса между локализованными состояниями электрона в наноструктуре, и, следовательно, увеличить скорость и надежность транспортировки и обработки квантовой информации. Разработка теории ведется применительно к физике квантовых наноструктур, изготавливаемых на основе полупроводников $A^{III}B^V$ и донорных атомов фосфора в кремнии. ВС сформирована из квазилинейных цепочек КТ (доноров) и содержит один (пробный) электрон в квантованной части зоны проводимости. Одноэлектронный спектр такой структуры зависит от состояния кубитов благодаря кулоновскому взаимодействию между пробным электроном и электронами кубитов. Для демонстрации алгоритма запутывания кубитов, а также организации двухкубитных квантовых операций, рассматривается динамика пробного электрона в отдельной квазилинейной ВС, взаимодействующей с одним зарядовым кубитом. Соответствующее изменение потенциала ВС, вызванное вариациями напряжений на затворах, выравнивает энергетические уровни отдельных точек структуры для *одного из двух* логических состояний кубита. Это приводит к резкому росту скорости туннелирования между КТ (донорами) ВС на участке вблизи данного кубита, что в свою очередь способствует эффективному переносу пробного электрона вдоль структуры через одно из возбужденных

гибридизированных состояний структуры (транспортное состояние). Протокол переноса реализуется посредством резонансных переходов, соединяющих два состояния, которые локализованы в крайних КТ (донорах), и транспортное состояние.

Динамический контроль плотности заряда в полупроводниковых КТ является неотъемлемой частью любой квантовой операции. В этом отношении именно двойные (а не одиночные) квантовые точки рассматриваются в качестве перспективных кандидатов на роль твердотельных квантовых битов. Они естественным образом возникают в многослойных гетероструктурах, поскольку наличие механических напряжений между слоями способствует формированию вертикальных цепочек КТ. Возможности управления состоянием электрона или экситона, локализованных в ДКТ, включают в себя контроль взаимного расположения энергетических уровней отдельных КТ. Кроме того, туннельная связь между КТ может варьироваться за счет выбора толщины разделяющего их барьера в процессе изготовления. В зависимости от параметров ДКТ и оптических полей эволюция электрона может проходить в двух режимах – когерентном (осцилляции Раби) и некогерентном (равновесное распределение электронной плотности). Характерные частоты ДКТ, на которых наблюдается нетривиальная одноэлектронная динамика, выявляются с помощью спектроскопического моделирования в установившемся режиме.

Во второй схеме перенос информации между зарядовыми КТ-кубитами, помещенными в высокодобротный оптический МР, осуществляется через поля фотона МР и лазера. В отличие от нестабильных экситонов, электроны в КТ могут сохранять амплитудную и фазовую когерентность в течение нескольких десятков наносекунд. За это время можно выполнить до 10^2 элементарных (в том числе двухкубитных) квантовых операций, что является удовлетворительным результатом. Для описания когерентной эволюции КТ была разработана подробная квантово-полевая теория взаимодействия ДКТ и МР. На основании данной теории была предложена оригинальная масштабируемая модель ДКТ-кубита, управляемая квантовыми и электростатическими полями. ДКТ располагаются в пучностях одной из собственных оптических мод МР, а частоты переходов между основными (логическими) и возбужденным (вспомогательным) состояниями электрона в ДКТ близки к частоте моды МР. Точная настройка частоты перехода производится путем подачи на управляющий затвор кубита электрического потенциала. Отметим, что использование квантового поля МР в комбинации с классическим полем лазера терагерцевого диапазона также является оригинальным решением, которое должно помочь в оптимизации электронных переходов в КТ и увеличении точности квантовых вентилях. Оно дает возможность в дальнейшем исключить необходимость применения электростатических средств контроля и обойтись лишь оптическими ресурсами, что в значительной степени упрощает и удешевляет изготовление прототипов кубитов и регистров.

Комбинированное воздействие классического лазерного поля и квантового поля МР позволяет получить требуемое распределение электронной плотности. В качестве основного инструмента анализа поведения системы используется подход, базирующийся на решении уравнения Линдблада для матрицы плотности электрон-фотонной системы с учетом ухода фотонов из резонатора в континуум и релаксации возбужденного электрона с испусканием фотона или фонона. Масштабирование квантовых вычислений подразумевает синтез отдельных ДКТ-узлов в МР в единую планарную сеть с помощью встроенных волноводов, расположенных на полупроводниковом кристалле. В рамках данного подхода исследована возможность выполнения одно- и двухкубитных операций на зарядовых кубитах, представляющих собой ДКТ с одним электроном в каждой. Разработаны несколько способов управления состояниями ДКТ и различные варианты реализации нетривиальных двухкубитных вентилей CNOT и CZ, а также схемы запутывания состояний кубитов. Определены условия, необходимые для осуществления данных операций и определено время их выполнения.

Все сделанные выше предложения являются оригинальными и представляют собой естественное развитие идей, сформулированных и опубликованных автором и включаемых здесь в принципиально новые концепции гибридного твердотельного оптического квантового чипа и квантовой сети.

Аргументами против решения поставленной проблемы предложенным способом являются:

1. Низкая добротность существующих на сегодняшний день МР.
2. Отсутствие надежных источников когерентного монохроматического излучения терагерцевого диапазона.
3. Недостаточная воспроизводимость структурных и химических свойств полупроводниковых КТ.

Результаты работы могут быть использованы при создании новых квантовых технологий обработки информации на основе полупроводниковых КТ, которые дадут возможность

- экспоненциально ускорить разложение натурального числа на простые сомножители; значительно ускорить поиск в базе данных (сфера информационной безопасности и криптографии);
- существенно сократить время моделирования динамики сложных квантовых систем, состоящих из большого числа взаимодействующих частиц, что необходимо для разработки новых материалов и лекарств с заданными свойствами (военно-техническая и социально-экономическая сферы);
- созданию новых квантовых каналов связи и дешифраторов (военно-техническая сфера);
- разработки новых типов квантовых датчиков и сенсоров (технологическая и социально-экономическая сферы).

Помимо использования изложенных методов и схем непосредственно для квантовых вычислений, в ближайшей перспективе возможно создание на их базе ряда высокотехнологичных приборов, таких как

- одноэлектронный транзистор, в котором ток через ДКТ от источника к стоку контролируется фотонным состоянием МР;
- однофотонный транзистор, в котором инжекция фотонов лазера (или другого МР) в МР зависит от электронного состояния ДКТ;
- однофотонный источник или источник коррелированных (запутанных) многофотонных состояний, в котором ДКТ выполняет функцию регулятора числа фотонов;
- сенсор электрического поля, использующий зависимость уровней ДКТ от амплитуды поля;
- спектроскопический тестер для определения внутренних параметров ДКТ с помощью отклика МР на пробный лазерный импульс.
- элементы классических логических схем, работающих в одноэлектронном режиме (клеточные автоматы).

Основные результаты и выводы

По масштабируемой схеме квантового регистра с лазерным и электрическим управлением с ВС на основе одноэлектронной сети (Главы 2 – 7):

1. Теоретически подтверждена возможность использования одноэлектронной симметричной ДКТ в качестве квантового бита с управлением при помощи внешних электрических полей (как сильных квазистатических, так и слабых переменных), прикладываемых к затворам. Найдены аналитические выражения для матриц операторов, соответствующих основным одно- и двухкубитным квантовым вентилям, указаны критерии оптимизации точности воспроизведения квантовых операций, описаны несколько вариантов реализации нетривиальных квантовых операций, базирующихся на разных способах выбора логических состояний двух кубитов.
2. Теоретически изучено влияние резонансного лазерного импульса на квантовую динамику электрона в ДКТ. С учетом возможного различия размеров квантовых точек найдены значения частоты, амплитуды и длительности импульса, при которых вероятность резонансного перехода электрона из основного состояния одной КТ в основное состояние другой КТ (однокубитный вентиль NOT) является максимальной.
3. Разработаны оригинальные, оптимизированные по количеству шагов алгоритмы реализации двух- и многокубитных квантовых операций, а также запутывания зарядовых ОКТ и ДКТ кубитов. Предложена схема помехоустойчивого хранения

квантовой информации для прототипа квантового регистра из девяти кубитов (код Шора).

4. Разработана теоретическая модель архитектуры масштабируемого квантового регистра с ВС на основе планарной структуры из КТ или донорных атомов в полупроводнике. Управление состоянием регистра осуществляется оптическими и электростатическими импульсами с целью управления эволюцией вектора состояния электрона. Разработан общий подход к реализации одно- и двухкубитных операций, необходимых для построения произвольного квантового вентиля.

По масштабируемой схеме квантового регистра с квантовооптическим и электрическим управлением с ВС на основе однофотонной сети (Главы 8 – 10):

1. Теоретически подтверждена возможность построения полномасштабного твердотельного квантового компьютера на основе КТ и их ансамблей, находящихся в высокодобротных оптических МР и квантовых сетях на их основе. Исследована возможность выполнения одно- и двухкубитных операций на зарядовых ДКТ кубитах, когерентно взаимодействующих с ВС (квантовая мода МР или волновода), разработаны несколько способов управления их состояниями и различные варианты реализации нетривиальных двухкубитных вентилях, а также генерации запутанных многокубитных состояний Шора, рассчитано время выполнения данных вентилях с учетом фотонной диссипации и электронной релаксации.
2. Проведено численное моделирование квантовой динамики запутанных состояний одной или нескольких КТ, помещенных в МР, в рабиевском и рамановском режимах в рамках подходов Шредингера и Линдблада. Проанализировано влияние диссипативных эффектов, выполнен расчет времен и точности выполнения одно-, двух- и трехкубитных квантовых операций на КТ.
3. Предложен новый способ записи квантового состояния транспортного кубита (фотона с телекоммуникационной длиной волны) в ячейку (узел) квантовой памяти на основе одноэлектронной полупроводниковой асимметричной ДКТ. Вспомогательный интерфейс узла представлен МР, частотным ОКТ-конвертором и лазером.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nielsen M.A., Chuang I.L. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
2. Валиев К.А., Кокин А.А. Квантовые компьютеры: надежды и реальность. 2-е изд. М. – Ижевск: НИЦ РХД, 2002. 360 с.
3. Валиев К.А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления // УФН. 2005. Т. 175. С. 3-39.
4. Bouwmeester D., Ekert A.K., Zeilinger A. The Physics of Quantum Information. Berlin: Springer, 2000.
5. Loss D., DiVincenzo D.P. Quantum computation with quantum dots // Phys. Rev. A. 1998. Vol. 57. P. 120 – 126.
6. Vrijen R., Yablonovitch E., Wang K. et al. Electron-spin-resonance transistors for quantum computing in silicon-germanium heterostructures // Phys. Rev. A. 2000. Vol. 62. P. 012306. 10 p.
7. Gershenfeld N.A., Chuang I. L. Bulk spin – resonance quantum computation // Science. 1997. Vol. 275. P. 350 – 356.
8. Cory D.G., Price M. D., Havel T.F. Nuclear magnetic resonance spectroscopy: an experimentally accessible paradigm for quantum computing // Physica D. 1997. Vol. 120. P. 82 - 101.
9. Kane B.E. Silicon – based nuclear spin quantum computer // Nature. 1998. Vol. 393. P. 133 – 137.
10. Skinner A.J., Davenport M.E., Kane B.E. Hydrogenic Spin Quantum Computing in Silicon: A Digital Approach // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 90. P. 087901. 4p.
11. Friesen M., Tahan C., Joynt R., Eriksson M.A. Spin Readout and Initialization in a Semiconductor Quantum Dot // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 92. P. 037901. 4 p.
12. Fu K.-M. C., Ladd T.D., Santori C., Yamamoto Y. Optical detection of the spin state of a single nucleus in silicon // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 69. P. 125306. 5 p.
13. Jelezko F., Gaebel T., Popa I., Gruber A., Wrachtrup J. Observation of Coherent Oscillations in a Single Electron Spin // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 92. P. 076401. 4 p.
14. Yang C.-P., Chu S.-I., Han S. Possible realization of entanglement, logical gates, and quantum-information transfer with superconducting-quantum-interference-device qubits in cavity QED // Phys. Rev. A. 2003. Vol. 67. P. 042311. 8 p.
15. Amin M.H.S., Smirnov A.Yu., Maassen van den Brink A. Josephson-phase qubit without tunneling // Phys. Rev. B. 2003. Vol. 67. P. 100508(R). 4 p.
16. Nomoto K., Ugajin R., Suzuki T., Hase I. Single electron – photon logic device using coupled

- quantum dots: Computation with the Fock ground state // *Journ. of Appl. Phys.* 1996. Vol. 79. P. 291 – 300.
17. Tanamoto T. Quantum gates by coupled asymmetric quantum dots and controlled-NOT-gate operation // *Phys. Rev. A.* 2000. Vol. 61. P. 022305. 7 p.
 18. Fedichkin L., Yanchenko M., Valiev K.A. Coherent charge qubit based on GaAs quantum dots with a built-in barrier // *Nanotechnology.* 2000. Vol. 11. P. 387 – 391.
 19. Hayashi T., Fujisawa T., Cheong H.D., Jeong Y.H., Hirayama Y. Coherent Manipulation of Electronic States in a Double Quantum Dot // *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 91. P. 226804. 4 p.
 20. Gorman J., Hasko D.G., Williams D.A. Charge-Qubit Operation of an Isolated Double Quantum Dot // *Phys. Rev. Lett.* 2005. Vol. 95. P. 090502. 4 p.
 21. Sherwin M.S., Imamoglu A., Montroy T. Quantum computation with quantum dots and terahertz cavity quantum electrodynamics // *Phys. Rev. A.* 1999. Vol. 60. P. 3508 - 3514.
 22. Openov L.A. Resonant electron transfer between quantum dots // *Phys. Rev. B.* 1999. Vol. 60. P. 8798 – 8803.
 23. Oh J.H., Ahn D., Hwang S.W. Optically driven qubits in artificial molecules // *Phys. Rev. A.* 2000. Vol. 62. P. 052306. 9 p.
 24. Paspalakis E., Kis Z., Voutsinas E., Terzis A.F. Controlled rotation in a double quantum dot structure // *Phys. Rev. B.* 2004. Vol. 69. P. 155316. 5 p.
 25. Openov L.A. Resonant pulse operations on the buried donor charge qubits in semiconductors // *Phys. Rev. B.* 2004. Vol. 70. P. 233313. 4 p.
 26. Dowling J.P., Milburn G.J. Quantum technology: the second quantum revolution // LANL E-print. 2002. arXiv: quant-ph/0206091.
 27. Kouwenhoven L.P., Austing D.G., Tarucha S. Few-electron quantum dots // *Rep. Prog. Phys.* 2001. Vol. 64. P. 701 - 736.
 28. Barenco A., Deutsch D., Ekert A., Jozsa R. Conditional quantum dynamics and logic gates // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74. P. 4083 – 4086.
 29. Li X.-Q., Arakawa Y. Single qubit from two coupled quantum dots: An approach to semiconductor quantum computations // *Phys. Rev. A.* 2000. Vol. 63. P. 012302. 5 p.
 30. Sanders G.D., Kim K.W., Holton W.C. Scalable solid-state quantum computer based on quantum dot pillar structures // *Phys. Rev. B.* 2000. Vol. 61. P. 7526 – 7535.
 31. Villas-Boas J.M., Govorov A.O., Ulloa S.E. Coherent control of tunneling in a quantum dot molecule // *Phys. Rev. B.* 2004. Vol. 69. P. 125342. 4 p.
 32. Barrett S.D., Milburn G.J. Measuring the decoherence rate in a semiconductor charge qubit // *Phys. Rev. B.* 2003. Vol. 68. P. 155307. 9 p.

33. Hollenberg L.C.L., Dzurak A.S., Wellard C. et al. Charge-based quantum computing using single donors in semiconductors // *Phys. Rev. B*. 2004. Vol. 69. P. 113301. 4 p.
34. Hu X., Koiller B., Das Sarma S. Charge qubits in semiconductor quantum computer architecture: Tunnel coupling and decoherence // *Phys. Rev. B*. 2005. Vol. 71. P. 235332. 9 p.
35. Martins A.S., Capaz R.B., Koiller B. Electric-field control and adiabatic evolution of shallow donor impurities in silicon // *Phys. Rev. B*. 2004. Vol. 69. P. 085320. 7 p.
36. Schofield S.R., Curson N.J., Simmons M.Y. et al. Atomically Precise Placement of Single Dopants in Si // *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 91. P. 136104. 4 p.
37. Rueß F.J., Oberbeck L., Simmons M.Y. et al. Toward Atomic-Scale Device Fabrication in Silicon Using Scanning Probe Microscopy // *Nanolett.* 2004. Vol. 4. P. 1969 – 1973.
38. Jamieson D.N., Yang C., Hopf T. et al. Controlled shallow single-ion implantation in silicon using an active substrate for sub-20-keV ions // *Appl. Phys. Lett.* 2005. Vol. 86. P. 202101. 3 p.
39. Shinada T., Okamoto S., Kobayashi T., Ohdomari I. Enhancing semiconductor device performance using ordered dopant arrays // *Nature*. 2005. Vol. 437. P. 1128 - 1131.
40. Petta J. R., Johnson A. C., Marcus C. M., Hanson M. P., and Gossard A. C. Manipulation of a Single Charge in a Double Quantum Dot // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. P. 186802.
41. Barrett S.D., Stace T.M. Continuous Measurement of a Microwave-Driven Solid State Qubit // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96. P. 017405. 4 p.
42. Kastner M.A. The single-electron transistor // *Rev. Mod. Phys.* 1992. V. 64. P. 849.
43. Joyce B.A., Kelires P.C., Naumovets A.G., and Vvedensky D.D. *Quantum Dots: Fundamentals, Applications, and Frontiers* (NATO Science Series, 2003).
44. Michler P. *Single Semiconductor Quantum Dots* (Springer, 2009).
45. Coe-Sullivan S. Quantum dot developments // *Nature Photonics*. 2009. V. 3. P. 315.
46. Volk C., Fringes S., Terres B., Dauber J., Engels S., Trellenkamp S., and Stampfer C. Electronic Excited States in Bilayer Graphene Double Quantum Dots // *Nanoletters*. 2011. V. 11. P. 3581.
47. Fuechsle M., S. Mahapatra S., Zwanenburg F.A., Friesen M., Eriksson M.A., and Simmons M.Y. Spectroscopy of few-electron single-crystal silicon quantum dots // *Nature Nanotechn.* 2010. V. 5. P. 502.
48. Yan X., Zhang X., Ren X., Huang H., Guo J., Guo X., Liu M., Wang Q, Cai S., and Huang Y. Growth of InAs Quantum Dots on GaAs Nanowires by Metal Organic Chemical Vapor Deposition // *Nanoletters*. 2011. V. 11. P. 3941.
49. Imamoglu A., Awschalom D.D., Burkard G., DiVincenzo D.P., Loss D., Sherwin M., and Small A. Quantum Information Processing Using Quantum Dot Spins and Cavity QED // *Phys. Rev. Lett.* 1999. V. 83. P. 4204.

50. Reina J.H., Quiroga L., and Johnson N.F. Quantum entanglement and information processing via excitons in optically driven quantum dots // *Phys. Rev. A*. 2000. V. 62. P. 012305.
51. Räsänen E., Castro A., Werschnik J., Rubio A., Gross E.K.U. Optimal laser control of double quantum dots // *Phys. Rev. B*. 2008. V. 77. P. 085324.
52. Lu X.-Y., Wu J., Zheng L.-L., and Zhan Z.-M. Voltage-controlled entanglement and quantum-information transfer between spatially separated quantum-dot molecules // *Phys. Rev. A*. 2011. V. 83. P. 042302.
53. Petersson K.D., Petta J.R., Lu H., and Gossard A.C. Quantum Coherence in a One-Electron Semiconductor Charge Qubit // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 105. P. 246804.
54. Dovzhenko Y., Stehlik J., Petersson K.D., Petta J.R., Lu H., and Gossard A.C. Nonadiabatic quantum control of a semiconductor charge qubit // *Phys. Rev. B*. 2011. V. 84. P. 161302.
55. Giblin S. P., Wright S. J., Fletcher J., Kataoka M., Pepper M., Janssen T. J. B. M., Ritchie D. A., Nicoll C. A., Anderson D. and Jones G. A. C. Accurate high speed single-electron quantum dot preparation // LANL E-print. 2010. ArXiv:1003.5862.
56. Croke E. T., Borselli M. G., Gyure M. F., Bui S. S., Milosavljevic I. I., Ross R. S., Schmitz A. E., and Hunter A. T. Single-gate accumulation-mode InGaAs quantum dot with a vertically integrated charge sensor // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 96. P. 042101.
57. Thalakulam M., Simmons C. B., Rosemeyer B. M., Savage D. E., Lagally M. G., Friesen M., Coppersmith S. N., and Eriksson M. A. Fast tunnel rates in Si/SiGe one-electron single and double quantum dots // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 96. P. 183104.
58. Simmons C. B., Thalakulam M., Shaji N., Klein L. J., Qin H., Blick R. H., Savage D. E., Lagally M. G., Coppersmith S. N., and Eriksson M. A. Single-electron quantum dot in Si/SiGe with integrated charge sensing // *Appl. Phys. Lett.* 2007. V. 91. P. 213103.
59. Lim W. H., Zwanenburg F. A., Huebl H., Möttönen M., Chan K. W., Morello A., and Dzurak A. S. Observation of the single-electron regime in a highly tunable silicon quantum dot // *Appl. Phys. Lett.* 2009. V. 95. P. 242102.
60. Rogge M. C., Fuhner C., Keyser U. F., Haug R. J., Bichler M., Abstreiter G., Wegscheider W. Combined atomic force microscope and electron-beam lithography used for the fabrication of variable-coupling quantum dots // *Appl. Phys. Lett.* 2003. V. 83. P. 1163.
61. Gustavsson S., Leturcq R., Ihn T., Ensslin K., and Gossard A. C. Electrons in quantum dots: One by one // *Journ. Appl. Phys.* 2009. V. 105. P. 122401.
62. Rössler C., Küng B., Dröscher S., Choi T., Ihn T., Ensslin K., and Beck M. Highly tunable hybrid quantum dots with charge detection // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 97. P. 152109.
63. Ustinov V.M. Synthesizing technology and possible controlling quantum dot structures characteristics // *Физика и техника полупроводников*. 2004. Т. 38. С. 963.
64. Mohan A. Photocurrent spectroscopy of site-controlled pyramidal quantum dots // *Appl. Phys. Lett.* 2012. V. 101. PP. 031110.

65. Vahala K.J. Optical microcavities // *Nature*. 2003. V. 424. P. 839.
66. Benisty H., Gerard J.M., Houdre R., Rarity J., Weisbuch C. (Eds.) *Confined Photon Systems: Fundamentals and Applications. Lectures from the Summerschool Held in Cargese, Corsica, 3–15 August 1998*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999.
67. Chremmos I., Schwelb O., Uzunoglu N. (Eds.) *Photonic Microresonator Research and Applications*. Springer Series in Optical Sciences, 2010.
68. Khitrova G., Gibbs H. M., Kira M., Koch S. W., Scherer A. Vacuum Rabi splitting in semiconductors // *Nature Phys.* 2006. V. 2. P. 81.
69. Sakoda K. *Optical Properties of Photonic Crystals*. Springer, 2001.
70. Lourtioz J.-M., Benisty H., Berger V., Gerard J.-M., Maystre D., Tchelnokov A. *Photonic Crystals. Towards Nanoscale Photonic Devices*. Springer, 2005.
71. Sibia C., Benson T.M., Marciniak M., Szoplik T. (Eds.) *Photonic Crystals: Physics and Technology*. Springer, 2008.
72. Faraon A., Majumdar A., Englund D., Kim E., Bajcsy M., Vučković J. Integrated quantum optical networks based on quantum dots and photonic crystals // *New. Journ. Phys.* 2011. V. 13. P. 055025.
73. Двуреченский А.В., Якимов А.И. Квантовые точки 2 типа в системе Ge/Si // *ФТП*. 2001. Т. 35. С. 1143.
74. Зиновьев В.А., Двуреченский А.В., Кучинская П.А., Армбристер В.А., Мудрый А.В. Формирование упорядоченных групп квантовых точек при гетероэпитаксии Ge/Si // *Автометрия*. 2013. Т. 49. С. 6.
75. Schneider C., Huggenberger A., Sünner T., Heindel T., Strauß M., Göpfert S., Weinmann P., Reitzenstein S., Worschech L., Kamp M., Höfling S., Forchel A. Single site-controlled In(Ga)As/GaAs quantum dots: growth, properties and device integration // *Nanotechnology*. 2009. V. 20. P. 434012.
76. Stumpf W.C., Fujita M., Yamaguchi M., Asano T., Noda S. Light-emission properties of quantum dots embedded in a photonic double-heterostructure nanocavity. *Appl. Phys. Lett.* 2007. V. 90. P. 231101.
77. Yoshie T., Scherer A., Hendrickson J., Khitrova G., Gibbs H. M., Rupper G., Ell C., Shchekin O. B., Deppe D. G. Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity. *Nature*. 2004. V. 432. P. 200.
78. Ma J., Ji X., Wang G., Wei X., Lu H., Yi X., Duan R., Wang J., Zeng Y., Li J., Yang F., Wang C., Zou G. Anomalous temperature dependence of photoluminescence in self-assembled InGaN quantum dots // *Appl. Phys. Lett.* 2012. V. 101. P. 131101.
79. Cha K. M., Shibata K., Hirakawa K. Single electron transport through site-controlled InAs quantum dots // *Appl. Phys. Lett.* 2012. V. 101. P. 223115.
80. Dias N. L., Garg A., Reddy U., Young J. D., Verma V. B., Mirin R. P., Coleman J. J. Directed self-assembly of InAs quantum dots on nano-oxide templates // *Appl. Phys. Lett.* 2011. V. 98. P. 141112.
81. Gallo P., Felici M., Dwir B., Atlasov K. A., Karlsson K. F., Rudra A., Mohan A., Biasiol G, Sorba L., Kapon E. Integration of site-controlled pyramidal quantum dots and photonic crystal membrane cavities // *Appl. Phys. Lett.* 2008. V. 92. P. 263101.

82. Kojima T., Kojima K., Asano T. Noda S. Accurate alignment of a photonic crystal nanocavity with an embedded quantum dot based on optical microscopic photoluminescence imaging. *Appl. Phys. Lett.* 2013. V. 102. P. 011110.
83. Ohta R., Ota Y., Nomura M., Kumagai N., Ishida S., Iwamoto S., Arakawa Y. Strong coupling between a photonic crystal nanobeam cavity and a single quantum dot // *Appl. Phys. Lett.* 2011. V. 98. P. 173104.
84. Vučković J, Yamamoto Y. Photonic crystal microcavities for cavity quantum electrodynamics with a single quantum dot // *Appl. Phys. Lett.* 2003. V. 82. P. 2374.
85. Hennessy K., Badolato A., Tamboli A., M. Petroff P., Hua E., Atatüre M., Dreiser J., Imamoğlu A. Tuning photonic crystal nanocavity modes by wet chemical digital etching // *Appl. Phys. Lett.* 2005. V. 87. P. 021108.
86. Hennessy K., Reese C., Badolato A., Wang C. F., Imamoğlu A., Petroff P. M., Hua E., Jin G., Shi S., Prather D. W. Square-lattice photonic crystal microcavities for coupling to single InAs quantum dots // *Appl. Phys. Lett.* 2003. V. 83. P. 3650.
87. Hennessy K., Badolato A., Winger M., Gerace D., Atatüre M., Gulde S., Fält S., Hu E. L., Imamoğlu A. Quantum nature of a strongly coupled single quantum dot–cavity system // *Nature*. 2007. V. 445. P. 896.
88. Hagemeyer J., Bonato C., Truong T.-A., Kim H., Beirne G.J., Bakker M., van Exter M.P., Luo Y., Petroff P., Bouwmeester D. H1 photonic crystal cavities for hybrid quantum information protocols // *Optics Express*. 2012. V. 20. P. 24714.
89. Tandraechanurat A., Ishida S., Aoki K., Guimard D., Nomura M., Iwamoto S., Arakawa Y. Demonstration of high-Q (>8600) three-dimensional photonic crystal nanocavity embedding quantum dots // *Appl. Phys. Lett.* 2009. V. 94. P. 171115.
90. Aoki K., Guimard D., Nishioka M., Nomura M., Iwamoto S., Arakawa Y. Coupling of quantum-dot light emission with a three-dimensional photonic crystal nanocavity // *Nature Photon.* 2008. V. 2. P. 688.
91. Yoshie T., Vučković J, Scherer A., Chen H., Deppe D. High quality two-dimensional photonic crystal slab cavities // *Appl. Phys. Lett.* 2001. V. 79. P. 4289.
92. Schneider C., Heindel T., Huggenberger A., Weinmann P., Kistner C., Kamp M., Reitzenstein S., Höfling S., Forchel A. Single photon emission from a site-controlled quantum dot-micropillar cavity system // *Appl. Phys. Lett.* 2009. V. 94. P. 111111.
93. Srinivasan K., Painter O. Linear and nonlinear optical spectroscopy of a strongly coupled microdisk–quantum dot system // *Nature*. 2007. V. 450. V. 862.
94. Heylman K.D., Goldsmith R.H. Photothermal mapping and free-space laser tuning of toroidal optical microcavities // *Appl. Phys. Lett.* 2013. V. 103. P. 211116.
95. Xie Z. G., Solomon G. S. Spatial ordering of quantum dots in microdisks // *Appl. Phys. Lett.* 2005. V. 87. P. 093106.
96. Hennessy K., Högerle C., Hu E., Badolato A., Imamolu A. Tuning photonic nanocavities by atomic force microscope nanooxidation // *Appl. Phys. Lett.* 2006. V. 89. P. 041118.

97. Chen W.-Y., Chen M.-J., Cheng C.-C., Hsu T. M., Wang C.-J., Chyi J.-I. Imaging resonant modes in photonic crystal nanocavity by atomic force microscope nano-oxidation // *Appl. Phys. Lett.* 2011. V. 98. P. 191110.
98. Mosor S., Hendrickson J., Richards B. C., Sweet J., Khitrova G., Gibbs H. M., Yoshie T., Scherer A., Shchekin O. B., Deppe D. G. Scanning a photonic crystal slab nanocavity by condensation of xenon // *Appl. Phys. Lett.* 2005. V. 87. P. 141105.
99. Strauf S., Rakher M. T., Carmeli I., Hennessy K., Meier C., Badolato A., DeDood M. J. A., Petroff P. M., Hu E. L., Gwinn E. G., Bouwmeester D. Frequency control of photonic crystal membrane resonators by monolayer deposition // *Appl. Phys. Lett.* 2006. V. 88. P. 043116.
100. Lu T.-W., Lin P.-T., Sio K.-U., Lee P.-T. Optical sensing of square lattice photonic crystal point-shifted nanocavity for protein adsorption detection // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 96. P. 213702.
101. Fushman I., Waks E., Englund D., Stoltz N., Petroff P., Vučković J. Ultrafast nonlinear optical tuning of photonic crystal cavities // *Appl. Phys. Lett.* 2007. V. 90. P. 091118.
102. Faraon A., Englund D., Fushman I., Vučković J. Local quantum dot tuning on photonic crystal chips // *Appl. Phys. Lett.* 2007. V. 90. P. 213110.
103. Faraon A., Vučković J. Local temperature control of photonic crystal devices via micron scale electrical heaters // *Appl. Phys. Lett.* 2009. V. 95. P. 043102.
104. Sridharan D., Waks E., Solomon G., Fourkas J.T. Reversible tuning of photonic crystal cavities using photochromic thin films // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 96. P. 153303.
105. Faraon A., Englund D., Bulla D., Luther-Davies B., Eggleton B.J., Stoltz N., Petroff P., Vučković J. Local tuning of photonic crystal cavities using chalcogenide glasses // *Appl. Phys. Lett.* 2008. V. 92. P. 043123.
106. Vignolini S., Riboli F., Wiersma D.S., Balet L., Li L.H., Francardi M., Gerardino A., Fiore A., Gurioli M., Intonti F. Nanofluidic control of coupled photonic crystal resonators // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 96. P. 141114.
107. Faraon A., Majumdar A., Kim H., Petroff P., Vučković J. Fast Electrical Control of a Quantum Dot Strongly Coupled to a Photonic-Crystal Cavity // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 104. P. 047402.
108. Kim H., Thon S.M., Petroff P.M., Bouwmeester D. Independent tuning of quantum dots in a photonic crystal cavity // *Appl. Phys. Lett.* 2009. V. 95. P. 243107.
109. Bose R., Cai T., Solomon G.S., Waks E. All-optical tuning of a quantum dot in a coupled cavity system // *Appl. Phys. Lett.* 2012. V. 100. P. 231107.
110. Kim H., Shen T.C., Sridharan D., Solomon G.S., Waks E. Magnetic field tuning of a quantum dot strongly coupled to a photonic crystal cavity // *Appl. Phys. Lett.* 2011. V. 98. P. 091102.
111. Шляйх В.П. Квантовая оптика в фазовом пространстве: Пер. с англ. М: Физматлит, 2005. 760 с.
112. Noda S., Fujita M., Asano T. Spontaneous-emission control by photonic crystals and nanocavities // *Nature Photon.* 2007. V. 1. P. 449.
113. Gardiner C.W. Quantum noise. Springer, 1991.

114. Walls D.F., Milburn G. J. Quantum Optics. Springer, 2008.
115. Majumdar A., Englund D., Michal Bajcsy M., Vučković J. Nonlinear temporal dynamics of a strongly coupled quantum-dot–cavity system // Phys. Rev. A. 2012. V. 85. P. 033802.
116. Majumdar A., Faraon A., Kim E.D., Englund D., Kim H., Petroff P., Vučković J. Linewidth broadening of a quantum dot coupled to an off-resonant cavity. Phys. Rev. B. 2010. V. 82. P. 045306.
117. Majumdar A., Kim E.D., Gong Y., Bajcsy M., Vučković J. Phonon mediated off-resonant quantum dot–cavity coupling under resonant excitation of the quantum dot // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 085309.
118. Kaer P., Nielsen T. R., Lodahl P., Jauho A.-P., Mørk J. Microscopic theory of phonon-induced effects on semiconductor quantum dot decay dynamics in cavity QED // Phys. Rev. B. 2012. V. 86. P. 085302.
119. Hohenester U. Cavity quantum electrodynamics with semiconductor quantum dots: Role of phonon-assisted cavity feeding // Phys. Rev. B. 2010. V. 81. P. 155303.
120. Majumdar A., Papageorge A., Kim E.D., Bajcsy M., Kim H., Petroff P., Vučković J. Probing of single quantum dot dressed states via an off-resonant cavity // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 085310.
121. Papageorge A., Majumdar A., Kim E.D., Vučković J. Bichromatic driving of a solid-state cavity quantum electrodynamics system // New. Journ. Phys. 2012. V. 14. P. 013028.
122. Harsij Z., Harouni M.B., Roknizadeh R., Naderi M.H. Influence of electron-phonon interaction on the optical spectrum and quantum statistics in a quantum-dot–cavity system: Master-equation approach // Phys. Rev. A. 2012. V. 86. P. 063803.
123. Kaer P., Nielsen T. R., Lodahl P., Jauho A.-P., Mørk J. Non-Markovian Model of Photon-Assisted Dephasing by Electron-Phonon Interactions in a Coupled Quantum-Dot–Cavity System // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. P. 157401.
124. Madsen K. H., Kaer P., Kreiner-Møller A., Stobbe S., Nysteen A., Mørk J., Lodahl P. Measuring the effective phonon density of states of a quantum dot in cavity quantum electrodynamics // Phys. Rev. B. 2013. V. 88. P. 045316.
125. Hughes S., Carmichael H. J. Phonon-mediated population inversion in a semiconductor quantum-dot cavity system // New. Journ. Phys. 2013. V. 15. P. 053039.
126. Kaer P., Lodahl P., Jauho A.-P., Mørk J. Microscopic theory of indistinguishable single-photon emission from a quantum dot coupled to a cavity: The role of non-Markovian phonon-induced decoherence // Phys. Rev. B. 2013. V. 87. P. 081308.
127. Madsen K. H., Ates S., Lund-Hansen T., Löffler A., Reitzenstein S., Forchel A., Lodahl P. Observation of non-markovian dynamics of a single quantum dot in a micropillar cavity // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106. P. 233601.
128. Luxmoore I. J., Ahmadi E. D., Wasley N. A., Fox A. M., Tartakovskii A. I., Krysa A. B., Skolnick M. S. Control of spontaneous emission from InP single quantum dots in GaInP photonic crystal nanocavities // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 97. P. 181104.

129. Hoang T.B., Beetz J., Midolo L., Skacel M., Lerner M., Kamp M., Höfling S., Balet L., Chauvin N., Fiore A. Enhanced spontaneous emission from quantum dots in short photonic crystal waveguides // *Appl. Phys. Lett.* 2012. V. 100. P. 061122.
130. Winger M., Badolato A., Hennessy K.J., Hu E.L., Imamoglu A. Quantum dot spectroscopy using cavity quantum electrodynamics // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101. P. 226808.
131. Englund D., Majumdar A., Faraon A., Toishi M., Stoltz N., Petroff P., Vučković J. Resonant excitation of a quantum dot strongly coupled to a photonic crystal nanocavity // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 104. P. 073904.
132. Englund D., Faraon A., Fushman I., Stoltz N., Petroff P., Vučković J. Controlling cavity reflectivity with a single quantum dot // *Nature*. 2007. V. 450. P. 857.
133. Stumpf W. C., Asano T., Kojima T., Fujita M., Tanaka Y., Noda S. Reflectance measurement of two-dimensional photonic crystal nanocavities with embedded quantum dots // *Phys. Rev. B*. 2010. V. 82. P. 075119.
134. Kim E.D., Majumdar A., Kim H., Petroff P., Vučković J. Differential reflection spectroscopy of a single quantum dot strongly coupled to a photonic crystal cavity // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 97. P. 053111.
135. Faraon A., Fushman I., Englund D., Stoltz N., Petroff P., Vučković J. Dipole induced transparency in waveguide coupled photonic crystal cavities // *Optics Express*. 2008. V. 16. 12154.
136. Skacel M., Pagliano F., Hoang T., Midolo L., Fattahpoor S., Li L., Linfield E.H., Fiore A. Coupling of single quantum dots to photonic crystal cavities investigated by low-temperature scanning near-field optical microscopy // *Phys. Rev. B*. 2013. V. 88. P. 035416.
137. Hofbauer F., Grimminger S., Angele J., Böhm G., Meyer R., Amann M. C., Finley J. J. Electrically probing photonic bandgap phenomena in contacted defect nanocavities // *Appl. Phys. Lett.* 2007. V. 91. P. 201111.
138. Madsen K.H., Lodahl P. Quantitative analysis of quantum dot dynamics and emission spectra in cavity quantum electrodynamics // *New Journ. Phys.* 2013. V. 15. P. 025013.
139. Faraon A., Fushman I., Englund D., Stoltz N., Petroff P., Vučković J. Coherent generation of non-classical light on a chip via photon-induced tunneling and blockade // *Nature Phys.* 2008. V. 4. P. 859.
140. Reinhard A., Volz T., Winger M., Badolato A., Hennessy K.J., Hu E.L., Imamoglu A. Strongly correlated photons on a chip // *Nature Photon.* 2012. V. 6. P. 93.
141. Thyrrestrup H., Sapienza L., Lodahl P. Extraction of the β -factor for single quantum dots coupled to a photonic crystal waveguide // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 96. P. 231106.
142. Englund D., Fattal D., Waks E., Solomon G., Zhang B., Nakaoka T., Arakawa Ya., Yamamoto Yo., Vučković J. Controlling the spontaneous emission rate of single quantum dots in a two-dimensional photonic crystal // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 95. 013904.
143. Gallardo E., Martínez L. J., Nowak A. K., van der Meulen H. P., Calleja J. M., Tejedor C., Prieto I., Granados D., Taboada A. G., García J. M. and Postigo P. A. Emission polarization control in

- semiconductor quantum dots coupled to a photonic crystal microcavity// Optics Express. 2010. V. 18. 13301.
144. Nakamura T., Asano T., Kojima K., Kojima T., Noda S. Controlling the emission of quantum dots embedded in photonic crystal nanocavity by manipulating Q-factor and detuning // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. 245309.
 145. Nomura M., Iwamoto S., Nakaoka T., Ishida S., Arakawa Ya. Localized excitation of InGaAs quantum dots by utilizing a photonic crystal nanocavity // Appl. Phys. Lett. 2006. V. 88. 141108.
 146. Akahane Y., Asano T., Song B.-S., Noda S. High-Q photonic nanocavity in a two-dimensional photonic crystal // Nature. 2003. V. 425. P. 944.
 147. Ota Y., Shirane M., Nomura M., Kumagai N., Ishida S., Iwamoto S., Yorozu S., Arakawa Y. Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot embedded in a H1 photonic crystal nanocavity // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 94. P. 033102.
 148. Laucht A., Hofbauer F., Hauke N., Angele J., Stobbe S., Kaniber M., Böhm G., Lodahl P., Amann M.-C. and Finley J. J. Electrical control of spontaneous emission and strong coupling for a single quantum dot // New Journ. Phys. 2009. V. 11. 023034.
 149. Brossard F. S. F., Xu X. L., Williams D. A., Hadjipanayi M., Hugues M., Hopkinson M., Wang X., Taylor R. A. Strongly coupled single quantum dot in a photonic crystal waveguide cavity // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 97. P. 111101.
 150. Kok P., Nemoto K., Ralph T.C., Dowling J.P., Milburn G.J. Linear optical quantum computing with photonic qubits // Rev. Mod. Phys. 2007. V.79. P. 135.
 151. O'Brien J. L., Furusawa A., Vučković J. Photonic quantum technologies // Nature Photon. 2009. V. 23. P. 687.
 152. Pan J.-W., Chen Z.-B., Lu C.-Y., Weinfurter H., Zeilinger A., Zukowski M. Multiphoton entanglement and interferometry // Rev. Mod. Phys. 2012. V.84. P. 777.
 153. Kiraz A., Atatüre M., Imamoğlu A. Quantum-dot single-photon sources: prospects for applications in linear optics quantum-information processing // Appl. Phys. Lett. 2004. V. 69. P. 032305.
 154. Stace T. M., Milburn G. J., Barnes C. H. W. Entangled two-photon source using biexciton emission of an asymmetric quantum dot in a cavity // Phys. Rev. B. 2003. V.67. P.085317.
 155. Schwagmann A., Kalliakos S., Farrer I., Griffiths J.P., Jones G.A.C., Ritchie D.A., Shields A.J. On-chip single photon emission from an integrated semiconductor quantum dot into a photonic crystal waveguide // Appl. Phys. Lett. 2011. V. 99. P. 261108.
 156. Rakher M.T., Ma L., Davanço M., Slattey O., Tang X., Srinivasan K. Simultaneous wavelength translation and amplitude modulation of single photons from a quantum dot // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 083602.
 157. Kaniber M., Neumann A., Laucht A., Huck M.F., Bichler M., Amann M.-C., Finley J.J. Efficient and selective cavity-resonant excitation for single photon generation // New Journ. Phys. 2009. V. 11. 013031.

158. Laurent S., Varoutsis S., Le Gratiet L., Lemaître A., Sagnes I., Raineri F., Levenson A., Robert-Philip I., Abram I. Indistinguishable single photons from a single-quantum dot in a two-dimensional photonic crystal cavity // *Appl. Phys. Lett.* 2005. V. 87. P. 163107.
159. Bylander J., Robert-Philip I., Abram I. Interference and correlation of two independent photons // *Eur. Phys. J. D.* 2003. V. 22. P. 295.
160. He Y., He Y.-M., Wei Y.-J., Jiang X., Chen M.-C., Xiong F.-L., Zhao Y., Schneider C., Kamp M., Höfling S., Lu C.-Y., Pan J.-W. Indistinguishable tunable single photons emitted by spin-flip Raman transitions in InGaAs quantum dots // *Phys. Rev. Lett.* 2013. V. 111. P. 237403.
161. Li X.-Q., Yan Y. Quantum computation with coupled quantum dots embedded in optical microcavities // *Phys. Rev. B.* 2002. V. 65. P. 205301.
162. Kamada H., Gotoh H., Temmyo J., Takagahara T., Ando H. Exciton Rabi oscillation in a single quantum dot // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 87. P. 246401.
163. Krenner H.J., Stufle S., Sabathil M., Clark E.C., Ester P., Bichler M., Abstreiter G., Finley J.J., Zrenner A. Recent advances in exciton-based quantum information processing in quantum dot nanostructures // *New Journ. Phys.* 2005. V. 7. 184.
164. Simon C.-M., Belhadj T., Chatel B., Amand T., Renucci P., Lemaitre A., Krebs O., Dalgarno P. A., Warburton R. J., Marie X., Urbaszek B. Robust quantum dot exciton generation via adiabatic passage with frequency-swept optical pulses // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 106. P. 168801.
165. Gamouras A., Mathew R., Freisem S., Deppe D. G., Hall K. C. Simultaneous deterministic control of distant qubits in two semiconductor quantum dots // *Nanoletters.* 2013. V. 13. P. 4666.
166. Liu Y.-X., Özdemir Ş.K., Koashi M., Imoto N. Dynamics of entanglement for coherent excitonic states in a system of two coupled quantum dots and cavity QED // *Phys. Rev. A.* 2002. V. 65. P. 042326.
167. Liu Y.-X., Miranowicz A., Koashi M., Imoto N. Realization of symmetric sharing of entanglement in semiconductor microcrystallites coupled by a cavity field // *Phys. Rev. A.* 2002. V. 66. P. 062309.
168. Mitra A., Vyas R. Generation and evolution of entanglement in coupled quantum dots interacting with a quantized cavity field // *Phys. Rev. A.* 2007. V. 76. P. 052317.
169. Yuan C.-H., Zhu K.-D., Yuan X.-Z. Exciton entanglement in coupled quantum dots in a microcavity // *Phys. Rev. A.* 2007. V. 75. P. 062309.
170. Carmele A., Kabuss J., Chow W.W. Highly detuned Rabi oscillations for a quantum dot in a microcavity // *Phys. Rev. B.* 2013. V. 87. P. 041305.
171. Laucht A., Villas-Bôas J. M., Stobbe S., Hauke N., Hofbauer F., Böhm G., Lodahl P., Amann M.-C., Kaniber M., Finley J. J. Mutual coupling of two semiconductor quantum dots via an optical nanocavity // *Phys. Rev. B.* 2010. V. 82. P. 075305.
172. Majumdar A., Bajcsy M., Rundquist A., Kim E., Vučković J. Phonon-mediated coupling between quantum dots through an off-resonant microcavity // *Phys. Rev. B.* 2012. V. 85. P. 195301.

173. Gallardo E., Martínez L. J., Nowak A. K., Sarkar D., van der Meulen H. P., Calleja J. M., Tejedor C., Prieto I., Granados D., Taboada A. G., García J. M., Postigo P. A. Optical coupling of two distant InAs/GaAs quantum dots by a photonic-crystal microcavity // *Phys. Rev. B*. 2010. V. 81. P. 193301.
174. Kim H., Bose R., Shen T.C., Solomon G.S., Waks E. A quantum logic gate between a solid-state quantum bit and a photon // *Nature Photon*. 2013. V. 7. P. 373.
175. De Greve K., Yu L., McMahon P.L., Pelc J.S., Natarajan C.M., Kim N.Y., Abe E., Maier S., Schneider C., Kamp M., Höfling S., Hadfield R.H., Forchel A., Fejer M. M., Yamamoto Y. Quantum dot spin-photon entanglement via frequency downconversion to telecom wavelength // *Nature*. 2012. V. 491. P. 421.
176. Gao W. B., Fallahi P., Togan E., Miguel-Sanchez J., Imamoglu A. Observation of entanglement between a quantum dot spin and a single photon // *Nature*. 2012. V. 491. P. 426.
177. Feng M., D'Amico I., Zanardi P., Rossi F. Spin-based quantum-information processing with semiconductor quantum dots and cavity QED // *Phys. Rev. A*. 2003. V. 67. P. 014306.
178. Miranowicz A., Özdemir S.K., Liu Y.-X., Koashi M., Imoto N., Hirayama Y. Generation of maximum spin entanglement induced by a cavity field in quantum-dot systems // *Phys. Rev. A*. 2002. V. 65. P. 062321.
179. Solenov D., Economou S.E., Reinecke T.L. Fast two-qubit gates for quantum computing in semiconductor quantum dots using a photonic microcavity // *Phys. Rev. B*. 2013. V. 87. P. 035308.
180. Majumdar A., Kaer P., Bajcsy M., Kim E.D., Lagoudakis K.G., Rundquist A., Vučković J. Proposed coupling of an electron spin in a semiconductor quantum dot to a nanosize optical cavity // *Phys. Rev. Lett*. 2013. V. 111. P. 027402.
181. Meier F., Awschalom D.D. Spin-photon dynamics of quantum dots in two-mode cavities // *Phys. Rev. B*. 2004. V. 70. P. 205329.
182. Hu C. Y., Young A., O'Brien J. L., Munro W. J., Rarity J. G. Giant optical Faraday rotation induced by a single-electron spin in a quantum dot: Applications to entangling remote spins via a single photon // *Phys. Rev. B*. 2008. V. 78. P. 085307.
183. Yu T., Zhu A.-D., Zhang S., Yeon K.-H., Yu S.-C. Deterministic controlled-phase gate and preparation of cluster states via singly charged quantum dots in cavity quantum electrodynamics // *Phys. Scr*. 2011. V. 84. P. 025001.
184. Wei H.-R., Deng F.-G. Universal quantum gates for hybrid systems assisted by quantum dots inside double-sided optical microcavities // *Phys. Rev. A*. 2013. V. 87. P. 022305.
185. Bonato C., Haupt F., Oemrawsingh S.S.R., Gudat J., Ding D., van Exter M.P., Bouwmeester D. CNOT and Bell-state analysis in the weak-coupling cavity QED regime // *Phys. Rev. Lett*. 2010. V. 104. P. 160503.
186. Wang H. F., Zhu A. D., Zhang S., Yeon K. H. Optically controlled phase gate and teleportation of a controlled-NOT gate for spin qubits in a quantum-dot-microcavity coupled system // *Phys. Rev. A*. 2013. V. 87. P. 062337.

187. Carter S.G., Sweeney T.M., Kim M., Kim C.S., Solenov D., Economou S.E., Reinecke T.L., Yang L., Bracker A.S., Gammon D. Quantum control of a spin qubit coupled to a photonic crystal cavity // *Nature Photon.* 2013. V. 7. P. 329.
188. Lagoudakis K.G., Fischer K., Sarmiento T., Majumdar A., Rundquist A., Lu J., Bajcsy M., Vučković J. Deterministically charged quantum dots in photonic crystal nanoresonators for efficient spin-photon interfaces // *New Journ. Phys.* 2013. V. 15. 113056.
189. Press D., Ladd T.D., Zhang B., Yamamoto Y. Complete quantum control of a single quantum dot spin using ultrafast optical pulses // *Nature.* 2008. V. 456. P. 218.
190. Knill E., Laflamme R., Milburn G. J. A scheme for efficient quantum computation with linear optics // *Nature.* 2001. V. 409. P. 46.
191. Gao J., Sun F. W., Wong C.W. Implementation scheme for quantum controlled phase-flip gate through quantum dot in slow-light photonic crystal waveguide // *Appl. Phys. Lett.* 2008. V. 93. P. 151108.
192. John R., Fiore A. Proposal for a two-qubit quantum phase gate for quantum photonic integrated circuits // *Phys. Rev. A.* 2012. V. 86. P. 063815.
193. Fushman I., Englund D., Faraon A., Stoltz N., Petroff P., Vučković J. Controlled phase shifts with a single quantum dot // *Science.* 2008. V. 320. P. 769.
194. Englund D., Majumdar A., Bajcsy M., Faraon A., Petroff P., Vučković J. Ultrafast photon-photon interaction in a strongly coupled quantum dot-cavity system // *Phys. Rev. Lett.* 2012. V. 108. P. 093604.
195. Pooley M. A., Ellis D. J. P., Patel R. B., Bennett A. J., Chan K. H. A., Farrer I., Ritchie D. A., Shields A. J. Controlled-NOT gate operating with single photons // *Appl. Phys. Lett.* 2012. V. 100. P. 211103.
196. Gazzano O., Almeida M. P., Nowak A. K., Portalupi S. L., Lemaître A., Sagnes I., White A. G., Senellart P. Entangling quantum-logic gate operated with an ultrabright semiconductor single-photon source // *Phys. Rev. Lett.* 2013. V. 110. P. 250501.
197. Gangebin P.K., Skinner S.R., Behrman E.C., Steck J.E., Zhou Z., Han S. Quantum gates using a pulsed bias scheme // *Phys. Rev. A.* 2005. Vol. 72. P. 042311. 9 p.
198. Grossman F., Dittrich T., Jung P., Hänggi P. Coherent destruction of tunneling // *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol. 67. P. 516 - 519.
199. Jacak L., Hawrylak P., Wójs A. *Quantum dots* (Berlin, Springer, 1998).
200. Елесин В.Ф., Копаев Ю.В., Опенов Л.А., Подливаев А.И. Влияние примесного рассеяния на когерентные процессы в трехъямной наноструктуре // *ФТП.* 1994. Т. 28. С. 1334.
201. Bychkov A.M., Openov L.A., Semenihi I.A. Single-electron computing without dissipation // *Письма в ЖЭТФ.* 1997. Т. 66. С. 275.
202. Пчеляков О.П., Болховитянов Ю.Б., Двуреченский А.В., Соколов Л.В., Никифоров А.И., Якимов А.И., Фойхтлендер Б. Кремний-германиевые наноструктуры с квантовыми точками: механизмы образования и электрические свойства. Обзор // *ФТП.* 2000. Т. 34. С. 1281.

203. Openov L.A. Localized electron state in a T-shaped confinement potential // Europhys. Lett. 2001. T. 55. С. 539.
204. Елесин В.Ф., Цуканов А.В. Когерентный лазер на двухъямной структуре // ФТП. 2000. Т. 34. С. 1404.
205. Елесин В.Ф., Катеев И.Ю., Подливаев А.И. Нелинейная теория когерентной генерации резонансно-туннельного диода в широком интервале частот // ФТП. 2000. Т. 34. С. 1373.
206. Grossmann F. and Hänggi P. Localization in a driven two-level dynamics // Europhys. Lett. 1992. V. 18. P. 571.
207. Крашенинников А.В., Молотков С.Н., Назин С.С., Опенев Л.А. Генерация однофотонных состояний квантовой точкой // ЖЭТФ. 1997. Т. 112. С. 1257.
208. Якимов А.И., Двуреченский А.В., Никифоров А.И., Пчеляков О.П. Формирование нульмерных дырочных состояний при молекулярно-лучевой эпитаксии Ge на Si (100) // Письма в ЖЭТФ. 1998. Т. 68. С. 125.
209. Галицкий В.М., Гореславский С.П., Елесин В.Ф. Электрические и магнитные свойства полупроводника в поле сильной электромагнитной волны // ЖЭТФ. 1969. Т. 57. С. 207.
210. Shahriar M.S., Pradhan P., and Morzinski J. Driver-phase-correlated fluctuations in the rotation of a strongly driven quantum bit // Phys. Rev. A. 2004. V. 69. P. 032308.
211. Pashkin Yu.A., Yamamoto T., Astafiev O., Nakamura Y., Averin D.V., and Tsai J. S. Quantum oscillations in two coupled charge qubits // Nature. 2003. V. 421. P. 823.
212. Burkard G., Loss D., and DiVincenzo D.P. Coupled quantum dots as quantum gates // Phys. Rev. B. V. 59. P. 2070.
213. Jefferson J. H. and Hausler W. Effective charge-spin models for quantum dots // Phys. Rev. B. 1996. V. 54. P. 4936.
214. Schliemann J., Loss D., and MacDonald A.H. Double-occupancy errors, adiabaticity, and entanglement of spin qubits in quantum dots // Phys. Rev. B. 2001. V. 63. P. 085311.
215. Requist R., Schliemann J., Abanov A.G., and Loss D. Double Occupancy Errors in Quantum Computing Operations: Corrections to Adiabaticity // Phys. Rev. B. 2005. V. P. 71 115315.
216. Yang C. - P., Chu S. - I., and Han S. Error-prevention scheme with two pairs of qubits // Phys. Rev. A. 2002. V. 66. P. 034301.
217. Zhang P., Xue Q. - K., Zhao X. - G., and Xie X.C. Coulomb-enhanced dynamic localization and Bell-state generation in coupled quantum dots // Phys. Rev. A. 2002. V. 66. P. 022117.
218. Creffield C.E. and Platero G. Ac-driven localization in a two-electron quantum dot

- molecule // Phys. Rev. B. 2002. V. 65. P. 113304.
219. Paspalakis E. Localizing two interacting electrons in a driven quantum dot molecule // Phys. Rev. B. 2003. V. 67. P. 233306.
 220. Zhang P. and Zhao X.-G. Quantum dynamics of a driven double quantum dot // Phys. Lett. A. 2000. V. 271. P. 419.
 221. Zhang P. and Zhao X.-G. Localization and entanglement of two interacting electrons in a double quantum dot // Journ. Phys.: Condens. Matter. 2001. V. 13. P. 8389.
 222. Leon G., Rendon O., Medina E., Pastawski H.M., and Mujica V. Entangled electronic state via an interacting quantum dot // LANL Arxiv. 2004. E-print cond-mat/0402603.
 223. Zhang P., Xue Q. - K., Zhao X. - G., and Xie X. C. Generation of spatially separated spin entanglement in a triple-quantum-dot system // Phys. Rev. A. 2004. V. 69. P. 042307.
 224. Oliver W.D., Yamaguchi F., and Yamamoto Y. Electron Entanglement via a Quantum Dot // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 037901.
 225. de Pasquale F., Giorgi G., and Paganelli S. Teleportation on a Quantum Dot Array // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 120502.
 226. Petrosyan D. and Lambropoulos P. Coherent population transfer in a chain of tunnel coupled quantum dots // Optics Commun. 2006. V. 264. P. 419.
 227. Cole J.H., Greentree A.D., Hollenberg L.C.L., Das Sarma S. Spatial adiabatic passage in a realistic triple well structure // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. P. 235418.
 228. Bednarek S., Szafran B., Dudek R.J., and Lis K. Induced quantum dots and wires: electron storage and delivery // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. P. 126805.
 229. Solenov D.S. and Fedichkin L.E. Continuous-time Quantum Walks on a Cycle Graph // Phys. Rev. A. 2006. V. 73. P. 012313.
 230. Weiss C. Coherent control of population transfer between communicating defects // Phys. Rev. B. 2006. V. 73. P. 054301.
 231. Башаров А.М., Дубовис С.А. Об оптическом переносе электрона между квантовыми точками // Опт. и спектроск. 2005. Т. 99. С. 802.
 232. Kuan W.-H., Tang C.-S., and Chang C.-H. Spectral properties and magneto-optical excitations in semiconductor double rings under Rashba spin-orbit interaction // Phys. Rev. B. 2007. V. 75. P. 155326.
 233. Brandes T., Renzoni F., and Blick R.H. Adiabatic steering and determination of dephasing rates in double-dot qubits // Phys. Rev. B. 2001. V. 64. P. 035319.
 234. Kis Z. and Paspalakis E. Arbitrary rotation and entanglement of flux SQUID qubits // Phys. Rev. B. 2004. V. 69. P. 024510.

235. Førre M., Hansen J.P., Popsueva V., and Dubois A. Fast single-electron transport in a double quantum dot // *Phys. Rev. B*. 2006. V. 74. P. 165304.
236. Popsueva V., Førre M., Hansen J.P., Kocbach L. Electron transport in a double quantum dot controlled by magnetic switching // *J. Phys.: Condens. Matter*. 2007. V. 19. P. 196204.
237. Liao Y.Y., Chuu D.S., and Chen Y.N. Electron transport of a driven three-level system in an asymmetric double quantum dot irradiated by an external field // *Phys. Rev. B*. 2007. V. 75. P. 125325.
238. Kosionis S.G., Terzis A.F., and Paspalakis E. Optimal control of a symmetric double quantum-dot nanostructure: Analytical results // *Phys. Rev. B*. 2007. V. 75. P. 193305.
239. Ciurla M., Adamowski J., Szafran B., and Bednarek S. Modelling of confinement potentials in quantum dots // *Physica E*. 2002. V. 15. P. 261.
240. Chelikowsky J.R., Troullier N., Wu K., and Saad Y. High-order finite-difference pseudopotential method: An application to diatomic molecules // *Phys. Rev. B*. 1994. V. 50. P. 11355.
241. Bergmann K., Theuer H., and Shore B.W. Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules // *Rev. Mod. Phys.* 1998. V. 70. P. 1003.
242. Vitanov N.V. and Stenholm S. Adiabatic population transfer via multiple intermediate states // *Phys. Rev. A*. 1999. V. 60. P. 3820.
243. Hollenberg L.C.L., Dzurak A.S., Wellard C., Hamilton A.R., Reilly D.J., Milburn G.J., Clark R.G. Charge-based quantum computing using single donors in semiconductors // *Phys. Rev. B*. 2004. V. 69. P. 113301.
244. Villas-Boas J.M., Ulloa S.E., Studart N. Selective coherent destruction of tunneling in a quantum-dot array // *Phys. Rev. B*. 2004. V. 70. P. 041302.
245. Kapale K.T., Agarwal G.S., and Scully M.O. Cavity-mediated long-range interaction for fast multiqubit quantum logic operations // *Phys. Rev. A*. 2005. V. 72. P. 052304.
246. Makhlin Yu., Schon G., and Shnirman A. Quantum-state engineering with Josephson-junction devices // *Rev. Mod. Phys.* 2001. V. 73. P. 357.
247. Hohenester U. Optimal quantum gates for semiconductor qubits // *Phys. Rev. B*. 2006. V. 74. P. 161307(R).
248. Vitanov N.V. and Stenholm S. Properties of stimulated Raman adiabatic passage with intermediate-level detuning // *Opt. Commun.* 1997. V. 135. P. 394.
249. Koiller B., Hu X., and Das Sarma S. Electric-field driven donor-based charge qubits in semiconductors // *Phys. Rev. B*. 2006. V. 73. P. 045319.
250. Briegel H.J. and Raussendorf R. Persistent Entanglement in Arrays of Interacting Particles // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 86. P. 910.
251. Ono Y., Fujiwara A., Nishiguchi K., Inokawa H., Takahashi Y. Manipulation and detection of single electrons for future information processing // *Journ. Appl. Phys.* 2005. V. 97. P. 031101.
252. Ament L.J.P. and Beenakker C.W.J. Deterministic quantum state transfer from an electronic charge qubit to a photonic polarization qubit // *Phys. Rev. B*. 2006. V. 73. P. 121307.

253. Caillet X. and Simon C. Precision of single-qubit gates based on Raman transitions // *Eur. Phys. Journ. D.* 2007. V. 42. P. 341.
254. Fedichkin L. and Fedorov A. Error rate of a charge qubit coupled to an acoustic phonon reservoir // *Phys. Rev. A.* 2004. V. 69. P. 032311.
255. Zhong Z., Fang Y., Lu W., and Lieber C.M. Coherent Single Charge Transport in Molecular-Scale Silicon Nanowires // *Nanolett.* 2005. V. 5. P. 1143.
256. Greentree A.D., Cole J.H., Hamilton A.R., and Hollenberg L.C.L. Coherent electronic transfer in quantum dot systems using adiabatic passage // *Phys. Rev. B.* 2004. V. 70. P. 235317.
257. Burdov V.A. and Solenov D.S. Controllable electron dynamics in a finite-size quantum well lattice // *Phys. Lett. A.* 2002. V. 305. P. 427.
258. Taylor J.M., Engel H.-A., Dur W., Yacoby A., Marcus C.M., Zoller P., and Lukin M. D. Fault-tolerant architecture for quantum computation using electrically controlled semiconductor spins // *Nature Physics.* 2005. V. 1. P. 177.
259. van der Wiel W.G. , Stopa M., Koder T., Hatano T., and Tarucha S. Semiconductor quantum dots for electron spin qubits // *New Journ. Phys.* 2006. V. 8. P. 28.
260. de Vasconcellos S. M., Gordon S., Bichler M., Meier T. and Zrenner A. Coherent control of a single exciton qubit by optoelectronic manipulation // *Nature Photonics.* 2010. V. 4. P. 545.
261. Tang L. and Yoshie T. Ultra-high-Q three-dimensional photonic crystal nano-resonators // *Opt. Express.* 2007. V. 15. P. 17254.
262. Rakher M.T., Kim H., Gudat J., Irvine W.T.M., Petroff P.M., and Bouwmeester D. Strong coupling through optical positioning of a quantum dot in a photonic crystal cavity // *Appl. Phys. Lett.* 2009. V. 94. P. 111115.
263. Raimond J.M., Brune M., and Haroche S. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity // *Rev. Mod. Phys.* 2001. V. 73. P. 565.
264. Zibik E.A., Grange T., Carpenter B.A., Porter N.E., Ferreira R., Bastard G., Stehr D., Winnerl S., Helm M., Liu H.Y., Skolnick M.S., and Wilson L.R. Long lifetimes of quantum-dot intersublevel transitions in the terahertz range // *Nature Mat.* 2009. V. 8. P. 803.
265. Woodford S.R., Bringer A., and Indlekofer K.M. Dephasing of a quantum dot due to the Coulomb interaction with a gate electrode // *Phys. Rev. B.* 2007. V. 76. P. 064306.
266. Filippov S., Vyurkov V., and Fedichkin L. Effect of image charge on double quantum dot evolution // *Physica E.* 2011. V. 44. P. 501.
267. Vyurkov V., Filippov S., and Gorelik L. Quantum computing based on space states without charge transfer // *Phys. Lett. A.* 2010. V. 374, P. 3285.
268. Notomi M., Kuramochi E., and Tanabe T. Large-scale arrays of ultrahigh-Q coupled nanocavities // *Nature Photonics.* 2008. V. 2. P. 741.
269. Thon S.M., Kim. H., Bonato C., Gudat J. Hagemeier J. Independent electrical tuning of separated quantum dots in coupled photonic crystal cavities // *Appl. Phys. Lett.* 2011. V. 99, P. 161102.

270. Stanley R.P., Houdré R., Oesterle U., Ilegems M., and Weisbuch C. Coupled semiconductor microcavities // *Appl. Phys. Lett.* 1994. V. 65. P. 2093.
271. Zhang X.-G., Chen K.-Ji., Qian B., Chen S., Ding H.-L., Liu K., Wang X., Xu J., Li W., Huang X.-F. Eigenmode Splitting in all Hydrogenated Amorphous Silicon Nitride Coupled Microcavity // *Chin. Phys. Lett.* 2008. V. 25. P. 1888.
272. Pavesi L., Panzarini G., and Andreani L.C. All-porous silicon-coupled microcavities: Experiment versus theory // *Phys. Rev. B.* 1998. V. 58. P. 15794.
273. Petruzzella M., Xia T., Pagliano F., Birindelli S., Midolo L., Zobenica Z., Li L.H., Linfield E.H., and Fiore A. Fully tuneable, Purcell-enhanced solid-state quantum emitters // *Appl. Phys. Lett.* 2015. Vol. 107. no. 14. P. 141109.
274. Bentham C., Itskevich I.E., Coles R.J., Royall B., Clarke E, O'Hara J., Prtljaga N., Fox A.M., Skolnick M.S., and Wilson L.R. On-chip electrically controlled routing of photons from a single quantum dot // *Appl. Phys. Lett.* 2015. Vol. 106. no. 22. P. 221101.
275. Rigal B., Jarlov C., Gallo P., Dwir B., Rudra A., Calic M., and Kapon E. Site-controlled quantum dots coupled to a photonic crystal molecule // *Appl. Phys. Lett.* 2015. Vol. 107. no. 14. P. 141103.
276. Nishibayashi K., Kawazoe T., Ohtsu M., Akahane K., and Yamamoto N. Observation of interdot energy transfer between InAs quantum dots // *Appl. Phys. Lett.* 2008 V. 93 P. 042101.
277. Leggett A. J., Chakravarty S., Dorsey A. T., Fisher P. A., Anupam Garg, and Zwerger W. Dynamics of the dissipative two-state system // *Rev. Mod. Phys.* 1987. V. 59 P. 1
278. Hohenester U. Cavity quantum electrodynamics with semiconductor quantum dots: Role of phonon-assisted cavity feeding // *Phys. Rev. B.* 2010. V. 81. P. 155303.
279. Knap M., Arrigoni E., von der Linden W., and Cole J.H. Emission characteristics of laser-driven dissipative coupled-cavity systems // *Phys. Rev. B.* 2011. V. 83. №2. P. 023821.
280. Davydov A., Pestryakov G. On the canonical transformation in the theory of exciton-phonon interaction // *Phys. Stat. Sol. (b)* 1972. V. 49. P. 505.
281. Jacak L., Machnikowski P., Krasnyj J., and Zoller P. Coherent and incoherent phonon processes in artificial atoms // *Eur. Phys. J. D.* 2003. V. 22 P. 319.
282. Bockelmann U. and Bastard G. Phonon scattering and energy relaxation in two-, one-, and zero-dimensional electron gases // *Phys. Rev. B.* 1990. V. 42. P. 8947.
283. Grange T., Ferreira R., and Bastard G. Polaron relaxation in self-assembled quantum dots: Breakdown of the semiclassical model // *Phys. Rev. B.* 2007. V. 76. P. 241304.
284. Urayama J. and Norris T. B. Observation of Phonon Bottleneck in Quantum Dot Electronic Relaxation // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 86. P. 4930.
285. Hameau S., Isaia J. N., Guldner Y., Deleporte E., Verzelen O., Ferreira R., Bastard G., Zeman J., and Gérard J. M. Far-infrared magnetospectroscopy of polaron states in self-assembled InAs/GaAs quantum dots // *Phys. Rev. B.* 2002. V. 65. P. 085316.

286. Ortner G., Oulton R., Kurtze H., Schwab M., Yakovlev D. R., Bayer M., Fafard S., Wasilewski Z., and Hawrylak P. Energy relaxation of electrons in InAs/GaAs quantum dot molecules // *Phys. Rev. B*. 2005. V. 72. P. 165353.
287. Brandes T. and Kramer B. Spontaneous Emission of Phonons by Coupled Quantum Dots // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 83. P. 3021.
288. Kulkarni M., Cotlet O., and Türeci H.E. Cavity-coupled double-quantum dot at finite bias: Analogy with lasers and beyond // *Phys. Rev. B*. 2014. V. 90. P. 125402.
289. Hohenester U. Quantum control of polaron states in semiconductor quantum dots // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2007. V. 40. P. S315.
290. Würger A. Strong-coupling theory for the spin-phonon model // *Phys. Rev. B*. 1998. V. 57. P. 347.
291. Головинский П. А. Влияние эффекта Штарка на резонансный перенос возбуждения между квантовыми точками. // *ФТП*. 2014. Т. 48. С. 781.
292. Borges H. S., Sanz L., Villas-Bôas J. M., and Alcalde A. M. Robust states in semiconductor quantum dot molecules // *Phys. Rev. B*. 2010. V. 81. P. 075322.
293. Gayral B., Gérard J.M., Lemaître A., Dupuis C., Manin L., and Pelouard J.L. High-Q wet-etched GaAs microdisks containing InAs quantum boxes // *Appl. Phys. Lett.* 1999. V. 75. P. 1908.
294. Kiraz A., Michler P., Becher C., Gayral B., Imamoğlu A., Zhang L., Hu E. Cavity-quantum electrodynamics using a single InAs quantum dot in a microdisk structure // *Appl. Phys. Lett.* 2001. V. 78. P. 3932.
295. Peter E., Senellart P., Martrou D., Lemaître A., Hours J., Gérard J.M., Bloch J. Exciton-photon strong-coupling regime for a single quantum dot embedded in a microcavity // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 95. P. 067401.
296. Andronico A., Favero I., Leo G. Difference frequency generation in GaAs microdisks // *Opt. Lett.* 2008. V. 33. P. 2026.
297. Ding L., Baker C., Senellart P., Lemaître A., Ducci S., Leo G., Favero I. High frequency GaAs nano-optomechanical disk resonator // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 105. P. 263903.
298. McCall S.L., Levi A.F.J., Slusher R.E., Pearton S.J., and Logan R.A. Whispering-gallery mode microdisk lasers // *Appl. Phys. Lett.* 1992. V. 60. P. 289.
299. Moiseev S. A. and Kroll S. Complete reconstruction of the quantum state of a single-photon wave packet absorbed by a doppler-broadened transition // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 87. P. 173601.
300. Dantan A., Bramati A., and Pinard M. Atomic quantum memory: Cavity versus single-pass schemes // *Phys. Rev. A*. 2005. Vol. 71. P. 043801.
301. Liao Y.Y., Chen Y.N., Chou W.C., and Chu D.S. Decoherence of a charge qubit embedded inside a suspended phonon cavity // *Phys. Rev. B*. 2008. Vol. 77. P. 033303.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах

- A1. Tsukanov A.V. Single electron transfer between ground-states of multidot structure // Quantum computers & Computing. 2002. V.3, PP. 92 - 100.
- A2. Tsukanov A.V., Larionov A.A., and Valiev K.A. Resonant-tunneling solid state NMR quantum computer // Proc. of SPIE. 2003. V. 5128. PP. 131-139.
- A3. Цуканов А.В. и Опенев Л.А. Резонансные переходы электрона между полупроводниковыми квантовыми точками под действием лазерного излучения // ФТП. 2004. Т. 38. С. 94-101. [Semiconductors. 2004. V. 38. P. 91.]
- A4. Openov L.A. and Tsukanov A.V. Charge qubit rotations in a double-dot structure // Письма в ЖЭТФ. 2004. Т. 80. С. 572-575. [JETP Lett. 2004. V. 80. P. 503]; // LANL E-print. 2004. arXiv: cond-mat/0411010.
- A5. Цуканов А.В. Резонансные переходы электрона между тремя полупроводниковыми квантовыми точками под действием лазерного излучения // ФТП. 2004. Т. 38. С. 1382-1365. [Semiconductors. 2004. V. 38. P. 1340.]
- A6. Tsukanov A.V. and Openov L.A. Selective electron transfer between the quantum dots under the resonant pulse // Proc. of SPIE. 2005. V. 5833. P. 137; // LANL E-print. 2004. arXiv: cond-mat/0411083.
- A7. Tsukanov A.V. Entanglement and quantum state engineering in the optically driven two-electron double-dot structure // Phys. Rev. A. 2005. V. 72. P. 022344; // LANL E-print. 2004. arXiv: cond-mat/0412653.
- A8. Опенев Л.А. и Цуканов А.В. Селективный перенос электрона между квантовыми точками под действием резонансного импульса // ФТП. 2005. Т. 39. С. 251-257, 2005. [Semiconductors. 2005. V. 39. PP. 235-242.]
- A9. Цуканов А.В. Оптическое управление орбитальными и спиновыми состояниями электронов в квантовых точках // Исследования по проблеме создания квантовых компьютеров. М.: Наука. 2005. С. 37-48 (Тр. ФТИАН; Т.18).
- A10. Tsukanov A.V. Rabi oscillations in the four-level double-dot structure under the influence of the resonant pulse // Phys. Rev. B. 2006. V. 73. P. 085308; // LANL E-print. 2006. arXiv: cond-mat/0601606.
- A11. Цуканов А.В. и Валиев К.А. Идеальные и неидеальные квантовые операции на зарядовом кубите // Микроэлектроника. 2006. Т. 36. С. 83. [Russian Microelectronics. 2006. V. 36. P. 67].
- A12. Tsukanov A.V. Single-qubit operations in the double-donor structure driven by optical and voltage pulses // Phys. Rev. B. 2007. V. 76. P. 035328.

- A13. Tsukanov A.V. Quantum operations in the optically driven two-electron double-dot structure // Proc. of SPIE. 2006. V. 6264. P. 62640J.
- A14. Цуканов А.В. Зарядовый кубит на основе одноэлектронной донорной пары с оптическим и электростатическим управлением// Исследования по проблеме создания квантовых компьютеров. М.: Наука. 2008. С. 7-22 (Тр. ФТИАН; Т.19).
- A15. Tsukanov A.V. Resonant optical electron transfer in one-dimensional multiwell structures // J. Phys.: Condens. Matter. 2008. V. 20. P. 315204.
- A16. Tsukanov A.V. Optically driven nanostructures as the basis for large-scale quantum computing // Proc. of SPIE. 2008. V. 7023. P. 70230M.
- A17. Tsukanov A.V. Charge qubit entanglement via conditional single-electron transfer in an array of quantum dots // J. Phys.: Condens. Matter. 2009. V. 21. P. 055501.
- A18. Tsukanov A.V. Controlled-phase operation on two remote charge qubits via conditional electron dynamics in auxiliary structure // Optics Communications. 2009. V. 282. P. 4175.
- A19. Цуканов А.В. Резонансный перенос электрона в одномерных многоямных структурах // Квантовые компьютеры, микро- и наноэлектроника: физика, технология, диагностика и моделирование. М.: Наука. 2009. С. 35-56 (Тр. ФТИАН; Т.20).
- A20. Tsukanov A.V. Indirect coupling in a cluster of quantum-dot-based charge qubits // Journ. Comp. Theor. Nanosci., A Special Issue on Technology Trends and Theory of Nanoscale Devices for Quantum Applications. 2010. V. 7. P. 1727.
- A21. Tsukanov A.V. Quantum information transfer protocol via optimized single-electron // Quantum computers & Computing. 2010. V. 10. P. 3.
- A22. Tsukanov A.V. Photon-assisted conditionality for double-dot charge qubits in a single-mode cavity // Phys. Rev. A. 2012. V. 85. P. 012331.
- A23. Цуканов А.В. Твердотельные зарядовые кубиты на одиночных и двойных квантовых точках // Квантовые компьютеры, микро- и наноэлектроника: физика, технология, диагностика и моделирование. М.: Наука. 2013. С. 56 (Тр. ФТИАН; Т.23).
- A24. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые операции на зарядовых кубитах с электростатическим управлением в полупроводниковых резонаторах // Микроэлектроника. 2013. Т. 42. С. 246.
- A25. Цуканов А.В. Квантовые точки в фотонных молекулах и квантовая информатика. Часть I // Микроэлектроника. 2013. Т. 42. С. 403.
- A26. Цуканов А.В. Квантовые точки в фотонных молекулах и квантовая информатика. Часть II // Микроэлектроника. 2014. Т.43. С. 163.

- A27. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые вычисления на квантовых точках в полупроводниковых микрорезонаторах. Часть I. // Микроэлектроника. 2014. Т. 43. С. 323.
- A28. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые вычисления на квантовых точках в полупроводниковых микрорезонаторах. Часть II. // Микроэлектроника. 2014. Т. 43. С. 403.
- A29. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые вычисления на квантовых точках в полупроводниковых микрорезонаторах. Часть III. // Микроэлектроника. 2015. Т. 44. С. 79.
- A30. Цуканов А.В., Чекмачев В.Г. Моделирование спектроскопического отклика кубита на двойной квантовой точке с учетом диссипативных процессов // Квантовые компьютеры, микро- и нанoeлектроника: физика, технология, диагностика и моделирование. М.: Наука. 2016. СС. 58-77 (Тр. ФТИАН; Т.25).
- A31. Цуканов А.В., Чекмачев В.Г. Моделирование спектроскопического отклика и динамики электрона в двойной квантовой точке // Микроэлектроника. 2016. Т. 45. № 1. С. 3.
- A32. Tsukanov A.V. Multifunctional quantum node based on double quantum dot in laser and cavity fields // Proc. of SPIE. 2016. V. 10224. P. 102242G.
- A33. Tsukanov A.V. and Chekmachev V.G. Stark-shift based quantum dot-cavity electrometer // Proc. of SPIE. 2016. V. 10224. P. 102242I.
- A34. Цуканов А.В. Зарядовые кубиты на полупроводниковых квантовых точках в механических резонаторах: управление фононными процессами // Квантовые компьютеры, микро- и нанoeлектроника: физика, технология, диагностика и моделирование. М.: Наука. 2017. СС. 30-54 (Тр. ФТИАН; Т.26).
- A35. Цуканов А.В., Чекмачев В.Г. Сенсор электрического поля на основе двойной квантовой точки в микрорезонаторе // ФТП. 2017. Т. 51. С. 1249-1256.
- A36. Цуканов А.В. Квантовая память на зарядовом кубите в оптическом микрорезонаторе // Опт. и спектроск. 2017. Т. 123. СС. 100-108.
- A37. Цуканов А.В., Катеев И.Ю. Квантовый узел памяти на основе полупроводниковой двойной квантовой точки в оптическом резонаторе с лазерным управлением // Квант. электроника. 2017. Т. 47. СС. 748–756.