

На правах рукописи

Фадеев Алексей Владимирович

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЛАТЕРАЛЬНОЙ ОДНОРОДНОСТИ ПЛАЗМЫ В
РЕАКТОРАХ МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ МЕТОДАМИ ДВУХРАКУРСНОЙ
ЭМИССИОННОЙ ТОМОГРАФИИ**

Специальность 05.27.01.-твёрдотельная электроника, радиоэлектронные
компоненты, микро- и нанoeлектроника, приборы на квантовых эффектах.

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
доцент Руденко Константин Васильевич

Москва 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Глава 1.	
Проблемы эмиссионной томографии в условиях ограничения числа ракурсов.....	9
1.1 Обратное преобразование Радона.....	9
1.2 Классические методы реконструктивной томографии.....	13
1.2.1 Метод обратного проецирования.....	13
1.2.2 Метод фильтрованных обратных проекций.....	17
1.2.3 Метод свертки.....	19
1.2.4 Метод Фурье синтеза.....	21
1.2.5 Алгебраические алгоритмы реконструкции.....	24
1.2.6 Обратное преобразование Радона в веерной геометрии.....	26
1.2.7 Метод максимума энтропии.....	30
1.3 Проблемы реконструкции изображений в условиях недостатка ракурсов и шумов в исходных данных.....	34
1.4 Другие методы реконструкции в области малоракурсной томографии...	41
Выводы по главе 1.....	47
Глава 2.	
Реконструкция латерального распределения частиц плазмы в случае двухракурсной веерной геометрии сканирования.....	49
2.1 Модель поля реконструкции диффузионной области плазмы в технологических реакторах с удаленной зоной плазмообразования.....	49
2.2 Исследование возможностей классических алгоритмов томографии в применении к задаче малоракурсной реконструкции.....	54
2.3 Алгоритм реконструкции, позволяющий удалять артефакты.....	70
2.4 Экспериментальные ограничения, накладываемые на алгоритмы реконструкции и способы их решения.....	79
2.4.1 Измерение интенсивности через окно оптического порта.....	79
2.4.2 Учет ослабления интенсивности, как функция расстояния от	

точечного источника.....	81
2.4.3 Учет влияния размера и угла зрения сканирующих датчиков.....	89
Выводы по главе 2.....	93
Глава 3.	
Оптимизация алгоритма реконструкции с использованием томографических фантомов и физических моделей.....	94
3.1 Модернизация алгоритма реконструкции.....	97
3.2 Модельный эксперимент.....	112
Выводы по главе 3.....	116
Глава 4.	
Экспериментальное исследование 2d-распределения ионов и химически активных радикалов в технологической плазме.....	117
4.1 Верификация томографических результатов зондовыми методами в плазме Ar.....	117
4.2 Томография BF_3 плазмы.....	127
Выводы по главе 4.....	137
Заключение.....	138
Список литературы.....	140
Приложение	151

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы.

В настоящее время более половины технологических операций при изготовлении интегральных схем составляют методы с использованием низкотемпературной плазмы. Одним из ключевых параметров, ответственных за качественные характеристики структур интегральных схем является латеральная однородность компонентов плазмы в непосредственной близости от обрабатываемых пластин. Концентрация ионов и активных радикалов в плазме определяет скорость протекания поверхностных реакций травления и осаждения. Латеральная однородность потоков этих частиц обеспечивает однородность скорости этих процессов по площади пластины. Поэтому, разработка и оптимизация плазменных технологий является ключевой задачей на всех этапах создания интегральных схем высокой степени интеграции.

В прогнозе ITRS [1] описаны планы перехода промышленного производства на пластины диаметром 450 мм. Это возможно при неоднородности концентрации частиц плазмы по сечению реактора в зоне обработки не более чем 1-3 процента. Для конструирования новых типов технологических реакторов и дизайна новых технологических процессов необходимо использование точных, не возмущающих диагностических методов.

Высокие требования к однородности плазмы по сечению реактора приводят к необходимости пространственно - разрешенных измерений. Измерение пространственной однородности ионов возможно рядом методов, например, зондовым методом [2]. В то время как диагностика плотности незаряженных частиц плазмы (химически активных радикалов) реализуема в технологических реакторах микроэлектроники лишь оптическими методами [3], среди которых преобладают абсорбционная эмиссионная спектроскопия [4-6] и метод лазерно-индуцированной флюоресценцией (ЛИФ) [7-9]. Пространственное разрешение в данных экспериментальных методах может быть достигнуто значительным

усложнением эксперимента, не всегда совместимого с промышленными типами плазмохимических реакторов. Кроме того, эти методы дорогостоящи и часто требуют множества специализированных оптических портов в камере технологического реактора.

Последние пятнадцать лет активно развиваются методы томографических эмиссионных исследований плазменных источников микроэлектроники. В работах [10-16] авторами были реализованы методы реконструкции пространственного распределения частиц плазмы классическими методами томографии [17-27], с использованием математических алгоритмов, аналогичных используемым в медицине. Эти алгоритмы реконструкции предполагают использование большого числа ракурсов сканирования эмиссионных данных. Однако на промышленных реакторах плотной плазмы низкого давления с цилиндрической симметрией камеры имеется два, а в некоторых случаях один оптический порт, необходимый для вывода эмиссионного излучения плазмы. Поэтому, описанные в работах [17-27] алгоритмы реконструкции не применимы (без модернизации) для томографии в промышленных реакторах плотной плазмы низкого давления (НДР), за исключением реакторов геликонного типа. Так как рассмотренные алгоритмы требуют большого числа оптических портов для получения линейных интегралов интенсивности с максимально возможным числом томографических ракурсов.

Целью работы было создание и экспериментальная проверка алгоритма двухракурсной эмиссионной томографии плазмы, совместимого с технологическими плазмохимическими реакторами с удаленным источником плотной плазмы.

Для достижения цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Выбор оптимальной томографической схемы сканирования, использующей два ракурса оптических портов плазмохимического реактора;

2. Создание алгоритма реконструктивной томографии, совместимого с двухракурсной схемой сканирования, и методов подавления артефактов, возникающих при малоракурсной реконструкции данных;

3. Создание программного обеспечения для томографической реконструкции латерального распределения плотности частиц плазмы в сечении камеры реактора по ее спектрально разрешенному эмиссионному излучению;

4. Проверка и оптимизация работы алгоритма реконструкции на статистически большом количестве случайных томографических фантомов;

5. Верификация разработанного томографического алгоритма в вычислительном эксперименте (частицы Ar^+ плазмы аргона), использующем в качестве исходных данных прямые зондовые измерения двумерного распределения ионной концентрации в сечении экспериментального реактора;

6. Экспериментальное исследование латерального распределения компонентов плазмы BF_3 в камере плазменно-иммерсионного ионного имплантера.

Научная новизна и достоверность работы состоит в следующих результатах, полученных автором впервые:

- Предложена модель плазменных неоднородностей, позволяющая применить реконструктивную томографию в двухракурсной схеме сканирования.
- Разработано оригинальное программное обеспечение для реконструкции латерального распределения частиц плазмы по ее эмиссионному излучению.
- Проведено исследование функционирования алгоритма на множестве случайных томографических фантомов.
- Проведено экспериментальное исследование латерального распределения ионов и свободных радикалов BF_3 плазмы в камере плазменно-иммерсионного ионного имплантера.

Достоверность полученных результатов обеспечена применением общепризнанных теорий физики плазмы, математических методов реконструктивной томографии, верификацией алгоритма на плазменных объектах.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Механизм учета априорной информации о физическом объекте – в виде представления плазменных неоднородностей суперпозицией гладких функций (одинокных пиков), надстроенных над постоянным полем (фоном).
2. Алгоритм двумерной эмиссионной томографической реконструкции при двухракурсной схеме сканирования.
3. Численная реализация алгоритма и его апробация на множестве математических фантомов.
4. Экспериментальная верификация томографического алгоритма реконструкции на плазменных объектах.

Практическая значимость работы. Разработанный и исследованный экспериментально метод двухракурсной томографии плазмы позволяет контролировать однородность латерального распределения плотности частиц плазмы, что значительно облегчает разработку и оптимизацию новых плазменных реакторов и технологий микро- и нанoeлектроники.

Апробация работы

Основные результаты работы опубликованы в журналах списка ВАК и были представлены на международных конференциях:

1. Intern. Conference on “Micro- and nanoelectronics”, Zvenigorod. – 2003.
2. 16th International Vacuum Congress, Book 2, Page 896 [1349], June 28 – July 2, Venice, Italy. – 2004.
3. Intern. Conference on “Micro- and nanoelectronics”, Zvenigorod. – 2007.
4. Intern. Conference on “Micro- and nanoelectronics”, Zvenigorod. – 2009.

Структура диссертационной работы

Диссертация состоит из общей характеристики работы, четырех глав, заключения, списка используемой литературы и приложения, включающего в себя фрагменты исходных кодов программы.

В первой главе приводятся основные результаты и современное состояние исследований в области малоракурсной томографии плазмы. Проанализированы классические методы реконструктивной томографии. Указаны основные проблемы, возникающие при реконструкции изображения в условиях недостатка ракурсов сканирования и шумов в исходных данных.

Во второй главе приведены результаты исследования классических алгоритмов реконструкции на предмет применимости к двухракурсной схеме регистрации эмиссионных данных. Предложена модель поля неоднородностей, использованная для реконструкции диффузионной области плазмы в технологических реакторах с удаленной зоной плазмообразования.

В третьей главе проводилась оптимизация алгоритма, основанная на его применении в задачах реконструкции на множестве случайных математических фантомов. Также проводится его проверка на физической модели в геометрии, повторяющей геометрию камеры плазмохимического реактора.

Четвертая глава посвящена верификации предлагаемого алгоритма и экспериментальному исследованию двумерного распределения ионов и химически активных радикалов в технологической плазме в камере экспериментального реактора.

Заключение содержит основные выводы, составляющие научную новизну диссертационной работы.

ГЛАВА 1.

ПРОБЛЕМЫ ЭМИССИОННОЙ ТОМОГРАФИИ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕНИЯ ЧИСЛА РАКУРСОВ

В данной главе приводятся основные результаты и современное состояние исследований в области малоракурсной томографии плазмы. Проанализированы классические методы реконструктивной томографии. Указаны основные проблемы, возникающие при реконструкции изображения в условиях недостатка ракурсов сканирования и шумов в исходных данных.

Компьютерная томография является методом дистанционного не возмущающего контроля внутренней структуры объекта, позволяющая извлекать пространственно-разрешенную информацию из интегрального сигнала. Если считать, что регистрация излучения (сканирование) ведется вдоль определенной прямой L , то взаимное расположение этих прямых называется схемой сканирования. Наиболее часто используются веерная (когда сканирование ведется вдоль прямых, выходящих из одной точки - фокуса) и параллельная (когда сканирование ведется вдоль параллельных прямых) схемы сканирования. Область, внутренняя структура которой подлежит определению, называется областью реконструкции, а углы, с которых ведется сканирование – ракурсами. Двумерная томография (2D томография) изучает внутреннюю структуру объекта в тонком слое [28-31], в то время как трехмерная томография (3D томография) изучает внутреннюю структуру в объеме исследуемого объекта [32-34].

Плазма является излучающим в диапазон углов 4π объектом. Интенсивность излучения I возбужденными частицами в области пространства, занятого плазмой, пропорциональна концентрации частиц n в данной области [35]. Для оптически тонкой плазмы, когда коэффициент поглощения $\chi \ll 1$, уравнение

переноса излучения вдоль прямой L сводится к классическому уравнению Радона [36].

1.1 Обратное преобразование Радона

На рисунке 1.1 изображена классическая схема сканирования в параллельном пучке. Если $f(x, y)$ – интенсивность излучения в точке с координатами (x, y) , а L – прямая линия, вдоль которой происходит регистрация излучения, то лучевая сумма p излучения вдоль прямой L определяется выражением:

$$p = \int_0^D f(x, y) dz, \quad (1.1.1)$$

где интеграл вычисляется между границами области реконструкции.

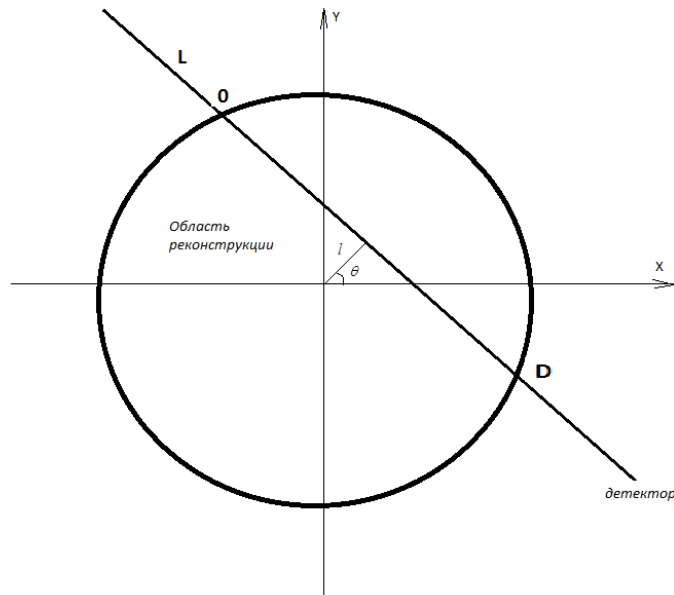


Рис.1.1. Схема регистрации излучения.

Задача определения $f(x, y)$ по набору значений лучевых сумм p (1.1.1) вдоль множества прямых L в общем виде была решена И. Радон в 1917 году. В своей работе [36] И. Радон показал, что распределение интенсивности излучения в бесконечно тонком слое однозначно определяется множеством всех линейных интегралов:

$$f(x, y) = -\frac{1}{2\pi^2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{1}{q} \int_0^{2\pi} p'_l(x \cos \theta + y \sin \theta + q, \theta) d\theta dq, \quad (1.1.2)$$

где

$$p'_l(l, \theta) = \frac{\partial p(l, \theta)}{\partial l},$$

l – расстояние от прямой L до начала координат Рис.1,

θ – угол между l и осью x .

Для определения смысла оператора обратного проецирования Радона выражение (1.1.2) следует переписать в полярных координатах [22]:

$$f(r, \varphi) = [R^{-1}p](r, \varphi) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\pi} \int \frac{p'_l(l, \theta)}{r \cos(\theta - \varphi) - l} dl d\theta. \quad (1.1.3)$$

Оператор обратного преобразованием Радона R^{-1} можно представить в виде последовательности действия трех простых операторов. Если оператор вычисления частной производной по первой переменной от функции двух переменных $p(l, \theta)$ обозначить через D_1 :

$$[D_1 p](l, \theta) = \frac{\partial p(l, \theta)}{\partial l}. \quad (1.1.4)$$

Оператор Гильберта по первой переменной – H_1 :

$$[H_1 q](l', \theta) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q(l, \theta)}{l' - l} dl. \quad (1.1.5)$$

Оператор обратного проецирования – B :

$$[Bt](r, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} t(r \cos(\theta - \varphi), \theta) d\theta, \quad (1.1.6)$$

то последовательное действие указанных операторов (1.1.4 – 1.1.6) приведет к выражению:

$$[BH_1D_1p](r, \varphi) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \int \frac{p'_l(l, \theta)}{r \cos(\theta - \varphi) - l} dl d\theta. \quad (1.1.7)$$

Сопоставляя формулу (1.1.7) с обратным преобразованием Радона (1.1.3), можно обнаружить однозначную связь между ними:

$$R^{-1} = -\frac{1}{2\pi} BH_1D_1. \quad (1.1.8)$$

Таким образом, определение функции интенсивность излучения $f(x, y)$ в точке (x, y) , по проекциям p вдоль набора прямых L сводится к последовательности действий трех операторов на функцию лучевых сумм. Сначала происходит вычисление частной производной по первой переменной от функции лучевых сумм p . Затем осуществляется преобразование Гильберта по первой переменной, после чего совершается операция обратного проецирования и, наконец, результат нормируется на величину $-\frac{1}{2\pi}$.

Обратное преобразование Радона, определяемое выражением (1.1.3) представляет собой общую математическую формулу, которая в случае численной реализации дает возможность создания множества различных алгоритмов. Далее будут рассмотрены наиболее известные алгоритмы реконструкции, используемые в задачах компьютерной томографии.

1.2 Классические методы реконструктивной томографии

В данном разделе будут рассмотрены наиболее известные методы компьютерной томографии.

1.2.1 Метод обратного проецирования

Наиболее простым алгоритмом получения изображения является алгоритм обратного проецирования [37]. Данный метод состоит в том, что оценка интенсивности излучения в любой точке определяется путем сложения лучевых сумм для всех лучей, проходящих через данную точку. Как было показано выше, обратное преобразование Радона можно выполнить при помощи четырех последовательных операций. Использование для реконструкции только оператора обратного проецирования мало обоснованно. Согласно действию оператора обратного проецирования, изображение в точке (x, y) определяется сложением всех лучевых сумм p , лучи которых проходят через данную точку. Поэтому, если хотя бы один луч, проходящий через точку, отличен от нуля, то и реконструированная интенсивность излучения в этой точке будет отлична от нуля $f(x, y) \neq 0$, что приводит к перераспределению изображения по всей площади области реконструкции.

Кроме того, операция реконструкции, основанная только на операторе обратного проецирования, дает неверную размерность. Из выражений (1.1.4-1.1.6) и (1.1.7) видно, что в случае безразмерного p оператор R^{-1} имеет размерность обратной длины, в то время как оператор обратного проецирования безразмерен. Несмотря на все указанные минусы, алгоритм обратного проецирования, при

использовании нормировки, в ряде случаев дает удовлетворительный результат при минимальных затратах времени [37].

Таким образом, применяя оператор обратного проецирования (1.1.6) к лучевой сумме p получим:

$$f(r, \varphi) = [Bp](r, \varphi) = \int_0^{\pi} p(r \cos(\theta - \varphi), \theta) d\theta. \quad (1.2.1.1)$$

Для численной реализации этого алгоритма в случае конечного числа измерений вводятся следующие обозначения:

M – количество ракурсов,

$\Delta = \frac{\pi}{M}$ – угол между направлениями ракурсов,

N – число параллельных лучей, вдоль которых производятся измерения,

$d = \frac{a}{N}$ – шаг между параллельными лучами.

В результате, выражение (1.2.1.1) в дискретной постановке можно переписать в виде:

$$f(r, \varphi) = \Delta \sum_{m=0}^{M-1} p(r \cos(m\Delta - \varphi), m\Delta). \quad (1.2.1.2)$$

Для того чтобы получить значение интенсивности излучения $f(r, \varphi)$ в произвольной точке (r, φ) области реконструкции, необходимо провести интерполяцию конечного набора N лучевых сумм $p(nd, m\Delta)$ для каждого из M ракурсов. Для случая линейной интерполяции выражение для лучевой суммы $p(r \cos(m\Delta - \varphi), m\Delta)$ в точке (r, φ) области реконструкции примет вид:

$$\begin{aligned} p(r \cos(m\Delta - \varphi), m\Delta) = & \frac{(n+1)d - r \cos(m\Delta - \varphi)}{d} p(nd, m\Delta) + \\ & + \frac{r \cos(m\Delta - \varphi) - nd}{d} p((n+1)d, m\Delta) \end{aligned} \quad (1.2.1.3)$$

При использовании метода дискретного обратного проецирования [22] дискретизация области реконструкции проводится на начальной стадии алгоритма. Для этого вводятся обозначения дискретизированных элементов изображения

$$f_i = \iint_{\substack{\text{площадь} \\ i \text{ ячейки}}} f(x, y) dx dy, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1.2.1.4)$$

и лучевых сумм

$$p_i = \sum_j f_j r_{i,j}, \quad (1.2.1.5)$$

где

$r_{i,j}$ – длина отрезка полученного при пересечении i -го элемента изображения j -тым лучом, находящимся внутри области реконструкции.

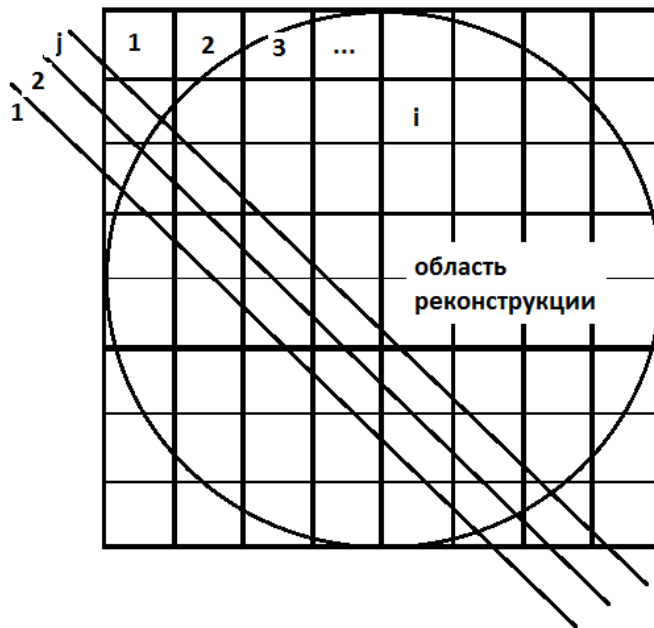


Рисунок.1.2. Дискретизация области реконструкции.

При вычислении дискретного изображения f_i , вычисления проводятся для центральной точки каждого элемента изображения, значение в которой принимается равным оценке интенсивности излучения в данном элементе изображения (Рис.1.2).

При использовании метода обратного проецирования можно получить дискретное изображение, среднее значение интенсивности в котором значительно отличается от средней интенсивности объекта реконструкции. Восстановить значения средней интенсивности возможно использованием мультипликативной нормировки:

$$\tilde{f}_i = \frac{f_i f_{cc}}{f_c}, \quad (1.2.1.6)$$

где

$$f_c = \sum_i f_i \text{ и } f_{cc} = \frac{1}{M} \sum_i p_i. \quad (1.2.1.7)$$

Следует заметить, что применение данной нормировки приводит также к восстановлению размерности функции $f(x, y)$.

Таким образом, описанный выше метод двумерной реконструкции проекционных данных в параллельном пучке с применением метода линейной интерполяции и мультипликативной нормировкой представляет собой простейший и наиболее быстрый метод определения функции интенсивности излучения $f(x, y)$ в точке.

1.2.2 Метод фильтрованных обратных проекций

Рассматриваемый метод [21] основан на операции обратного проецирования не самой лучевой суммы $p(\xi, \theta)$, как это было сделано в методе обратного проецирования, а отфильтрованной лучевой суммы $g(\xi, \theta)$, которую можно представить в виде:

$$g(\xi, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi_0, \theta) h(\xi - \xi_0) d\xi_0, \quad (1.2.2.1)$$

где $h(\xi)$ – функция фильтра, подлежащая определению.

Применяя операцию обратного проецирования к функции $g(\xi, \theta)$, мы должны получить искомое выражение (1.1.2) для функции распределения интенсивности излучения $f(x, y)$

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(-x \sin \theta + y \cos \theta, \theta) d\theta. \quad (1.2.2.2)$$

Используя формулы преобразования координат

$$\begin{cases} \zeta = x \cos \theta + y \sin \theta \\ \xi = -x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases}, \quad (1.2.2.3)$$

и выражение для лучевых сумм, в которой линия проецирования выделена с помощью δ -функции Дирака

$$p(\xi, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \delta(\xi + x_0 \sin \theta - y_0 \cos \theta) dx_0 dy_0 \quad (1.2.2.4)$$

получено выражение:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h(-(x - x_0) \sin \theta + (y - y_0) \cos \theta) d\theta \right]. \quad (1.2.2.5)$$

По свойствам δ -функции Дирака

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h(-x \sin \theta + y \cos \theta) d\theta = \delta(x) \delta(y). \quad (1.2.2.6)$$

Для определения функции фильтра совершается преобразование Фурье от левой и правой частей выражения (1.2.2.6) в полярных координатах:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} H(\rho) \exp(i\rho(-x \sin \theta + y \cos \theta)) d\rho d\theta = \\
& = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \exp(i\rho(x \cos \theta + y \sin \theta)) \rho d\rho d\theta
\end{aligned} \quad (1.2.2.7)$$

Из сравнения левой и правой частей видно, что

$$H(\rho) = \frac{|\rho|}{2\sqrt{2\pi}} A(\rho), \quad (1.2.2.8)$$

где $A(\rho)$ – аподизирующая функция, учитывающая ограниченность спектра. Её можно представить в виде:

$$A(\rho) = \begin{cases} 1, & \text{если } |\rho| \leq \rho_0/2 \\ 0, & \text{если } |\rho| > \rho_0/2 \end{cases}. \quad (1.2.2.9)$$

После подстановки выражения (1.2.2.9) в (1.2.2.8) и, выполнив обратное преобразование Фурье, функция фильтра примет вид:

$$\begin{aligned}
h(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} H(\rho) \exp(i\rho\xi) d\rho = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\rho_0/2} \rho \cos(\xi\rho) d\rho = \\
&= \frac{1}{2\pi\xi^2} \left[\frac{\xi\rho_0}{2} \sin\left(\frac{\xi\rho_0}{2}\right) + \cos\left(\frac{\xi\rho_0}{2}\right) - 1 \right]
\end{aligned} \quad (1.2.2.10)$$

По теореме Котельникова [38] шаг дискретизации d связан с ограничивающей частотой ρ_0 соотношением

$$d = \frac{\pi}{\rho_0}. \quad (1.2.2.11)$$

Таким образом, выражения (1.2.2.2) с учетом (1.2.2.1) и фильтром (1.2.2.10) полностью определяют функцию спектра $f(x, y)$. Для получения дискретного изображения необходимо воспользоваться процедурой, описанной в методе обратного проецирования.

1.2.3 Метод свертки

Метод свертки впервые был предложен в работе [39]. Метод основан на замене оператора Гильберта (1.1.5) и оператора вычисления частной производной (1.1.4) в операторе Радона (1.1.8) сверткой двух функций:

$$\rho(u) = -\frac{1}{\pi u} \quad \text{и} \quad p'_l(l, \theta). \quad (1.2.3.1)$$

С учетом введенных обозначений, последовательность операторов Гильберта и взятия частной производной по первой переменной можно записать следующим образом:

$$[H_1 D_1 p](l_1, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} p'_l(l, \theta) \rho_A(l_1 - l) dl. \quad (1.2.3.2)$$

Так как интеграл, записанный в правой части выражения (1.2.3.2) является несобственным интегралом, то вместо функции $\rho(u)$ записана регуляризирующая функция $\rho_A(u)$. Функцию $\rho_A(u)$ можно подобрать из условия:

$$\lim_{A \rightarrow \infty} p' * \rho_A = H p', \quad (1.2.3.3)$$

и записать в виде:

$$\rho_A(u) = -2 \int_0^{A/2} F_A(v) \sin(2\pi uv) dv, \quad (1.2.3.4)$$

где $F_A(v)$ – функция «окна» с вещественным числом A . Функция окна должна, при неотрицательных значениях аргумента, удовлетворять следующим свойствами:

- $F_A(v) \in [0; 1]$, $F_A(v) = 0$, если $v \geq A/2$,
- $F_A(v)$ – монотонно не возрастающая функция v ,
- $\lim_{A \rightarrow \infty} F_A(v) = 1$.

С учетом того, что интенсивность излучения $f(x, y)$ обращается в ноль вне области реконструкции, интегрирование по частям выражения (1.2.3.2) приводит к следующему результату:

$$[H_1 D_1 p](l_1, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(l, \theta) \rho'_A(l_1 - l) dl, \quad (1.2.3.5)$$

где $\rho'_A(u)$ производная по аргументу от функции $\rho_A(u)$:

$$\rho'_A(u) = -4\pi \int_0^{A/2} v F_A(v) \cos(2\pi uv) dv. \quad (1.2.3.6)$$

Используя (1.2.3.5) обратное преобразование радона (1.1.8) можно представить в виде оператора обратного проецирования от функции p_A

$$f(r, \varphi) = [R^{-1} p_A](r, \varphi) = [B p_A](r, \varphi) = \int_0^{\pi} p_A(r \cos(\theta - \varphi), \theta) d\theta, \quad (1.2.3.7)$$

которая представляет собой свертку функции лучевых сумм p и нормированной функции $\rho'_A(u)$

$$p_A(l_1, \theta) = [p_{\theta} * q](l_1) = \int_{-\infty}^{\infty} p(l, \theta) q(l_1 - l) dl, \quad (1.2.3.8)$$

$$q(u) = 2 \int_0^{A/2} v F_A(v) \cos(2\pi uv) dv. \quad (1.2.3.9)$$

Дискретизация выражений (1.2.3.7-1.2.3.9) по методу, описанному в разделе 1.2.1, приводит к построению окончательного алгоритма реконструкции.

Таким образом, реконструкция изображения с использованием сверточного алгоритма сводится к последовательности двух операций:

- сверткой функции лучевых сумм $p(l, \theta)$ с производной от регуляризирующей функции $\rho'_A(u)$ (1.2.3.8) и
- оператора обратного проецирования от функции, полученной на предыдущем шаге.

1.2.4 Метод Фурье синтеза

Метод Фурье синтеза [20-21] основан на теореме о центральном сечении, которая гласит, что одномерное преобразование Фурье от функции лучевых сумм $p(\xi, \theta)$ пропорционально двумерному преобразованию Фурье от функции интенсивности излучения $f(r, \varphi)$.

Двумерное преобразование Фурье от функции источника в цилиндрических координатах имеет вид:

$$F(\rho, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} f(r, \varphi) \exp[-ir\rho \cos(\theta - \varphi)] r dr d\varphi. \quad (1.2.4.1)$$

Одномерное Фурье - преобразование от функции лучевых сумм $p(\xi, \theta)$ по первой переменной можно записать следующим образом:

$$P(\rho, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi, \theta) \exp(-i\xi w) d\xi. \quad (1.2.4.2)$$

С учетом формулы преобразования координат (1.2.2.4) выражение для Фурье образа функции лучевых сумм (1.2.4.2) можно записать в виде:

$$P(\rho, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(\xi + x \sin \theta - y \cos \theta) \exp(-i\xi w) d\xi dx dy. \quad (1.2.4.3)$$

После интегрирования по $d\xi$:

$$P(\rho, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp(-i(-x \sin \theta + y \cos \theta)w) dx dy \quad (1.2.4.4)$$

и, переходя к цилиндрическим переменным, выражение для Фурье образа функции лучевых сумм окончательно примет вид:

$$P(\rho, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} f(r, \varphi) \exp(iwr \sin(\theta - \varphi)) r dr d\varphi. \quad (1.2.4.5)$$

Сравнение формул двумерного преобразования Фурье от функции источника (1.2.4.1) и Фурье образа функции лучевых сумм (1.2.4.5) можно заметить, что

$$F(\rho, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} P\left(\rho, \theta + \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.2.4.6)$$

Проводя обратное преобразование Фурье от обеих частей выражения (1.2.4.6), окончательно получим выражение для функции распределения интенсивности излучения

$$f(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} P\left(\rho, \theta + \frac{\pi}{2}\right) \exp[i r \rho \cos(\theta - \varphi)] \rho d\rho d\theta. \quad (1.2.4.7)$$

Для численной реализации метода Фурье синтеза необходимо учесть, что функция лучевых сумм $p(\xi, \theta)$ определена в конечном числе точек с координатами $(nd, m\Delta)$, где:

M – количество ракурсов,

$\Delta = \frac{\pi}{M}$ – угол между направлениями ракурсов,

N – число параллельных лучей, вдоль которых производятся измерения,

$d = \frac{a}{N}$ – шаг между параллельными лучами.

С учетом введенных обозначений преобразование Фурье по первой переменной от функции лучевых сумм примет вид:

$$P(R, m\Delta) = d \sum_{n=-N}^N p(nd, m\Delta) \exp(-2\pi i R nd). \quad (1.2.4.8)$$

Данная аппроксимация верна лишь в узком диапазоне пространственных частот

при $R \in \left[-\frac{1}{2d}; \frac{1}{2d}\right]$. С учетом сказанного выражение (1.2.4.8) можно переписать:

$$P(n'd, m\Delta) = d \sum_{n=-N}^N p(nd, m\Delta) \exp\left(-\frac{2\pi i n' nd}{2N+1}\right). \quad (1.2.4.9)$$

В аналогичном виде можно записать и двумерное обратное преобразование Фурье

$$f(nd, m\Delta) = \frac{\Delta}{2N+1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=-N}^N \left| \frac{n}{(2N+1)d} \right| P(n'd, m\Delta) \exp\left(\frac{2\pi i n'n}{2N+1}\right). \quad (1.2.4.10)$$

Окончательно выражение (1.2.4.10) для дискретизированной функции интенсивности излучения можно представить в виде оператора обратного проецирования

$$f(r, \varphi) = \Delta \sum_{m=0}^{M-1} p_f(r \cos(\varphi - m\Delta), m\Delta) \quad (1.2.4.11)$$

от функции

$$p_f(n'd, m\Delta) = \frac{1}{d(2N+1)^2} \sum_{n=-N}^N |n| P(n'd, m\Delta) \exp\left(\frac{2\pi i n'n}{2N+1}\right). \quad (1.2.4.12)$$

Таким образом, метод Фурье синтеза можно свести к оператору обратного проецирования от функции, полученной прямым преобразованием Фурье по первой переменной от функции лучевых сумм, с последующим двумерным обратным преобразованием Фурье от полученного результата.

1.2.5. Алгебраические алгоритмы реконструкции

В рассмотренных выше методах (за исключением метода дискретного обратного проецирования) дискретизация производится только на последней стадии, необходимой для численной реализации алгоритма. В алгебраических методах [40-45] дискретизация проводится на начальной стадии описания. При этом область реконструкции покрывается сеткой. На рис.1.2 показан пример такой дискретизации. Интеграл по площади i -ой ячейки обозначается через f_i :

$$f_i = \iint\limits_{\substack{\text{площадь} \\ i \text{ ячейки}}} f(x, y) dx dy, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.2.5.1)$$

В этом случае значение лучевой суммы вдоль j -ого луча можно представить в виде суммы:

$$p_i = \sum_j f_j r_{i,j}, \quad (1.2.5.2)$$

где

$r_{i,j}$ — длина отрезка, полученного при пересечении i -го элемента изображения j -тым лучом, находящимся внутри области реконструкции.

С учетом погрешности измерения e_i лучевых сумм p_i уравнение (1.2.5.2) можно переписать в матричном виде:

$$Rf = p + e. \quad (1.2.5.3)$$

Таким образом, в дискретной постановке реконструкция сводится к определению значений f_i по известным величинам p_i и $r_{i,j}$ путем решения системы линейных уравнений вида (1.2.5.3). В большинстве задач компьютерной томографии количество уравнений очень велико. Также часто приходится иметь дело как с переопределенными, так и с недоопределёнными системами. Если еще принять во внимание случайный характер величины e , то в подавляющем числе случаев приходится отказываться от прямых методов решения систем линейных уравнений, отдавая предпочтение итерационным методам. Основным

преимуществом алгебраических методов является простота реализации и учета априорной информации.

Наипростейшим алгебраическим методом является метод простой итерации [21], который определяется выражением:

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} + \tau H(p - Rf^{(k)}), \quad (1.2.5.4)$$

где в самом простом случае H - единичная матрица, а параметр τ определяется через собственные значения λ матрицы R по формуле:

$$\tau = \frac{2}{\lambda_{\min} + \lambda_{\max}}. \quad (1.2.5.5)$$

Одним из наиболее широко используемых алгебраических методов компьютерной томографии является метод ART (Algebraic Reconstruction Technique) [46]:

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} + \tau_k r_i \left(\frac{p_i - r_i^T f^{(k)}}{r_i^T r_i} \right), \quad (1.2.5.6)$$

где r_i - i -ая строка матрицы R , τ_k - релаксационный множитель, находящийся в диапазоне (0;2). Следует заметить, что для каждого значения p_i корректируются только те значения $f^{(k)}$, которые участвуют в образовании именно этого значения лучевой суммы.

1.2.6. Обратное преобразование Радона в веерной геометрии

Плазмохимический реактор низкотемпературной плазмы чаще всего содержит малое число оптических портов небольшого, по сравнению с диаметром реактора, размера. Это является главной проблемой для решения задач эмиссионной томографии. При исследовании распределения концентрации частиц плазмы по их эмиссионному излучению в таких реакторах невозможно охватить всю область реактора при использовании параллельной схемы сканирования. В связи с чем, необходимо применение веерной схемы регистрации эмиссионного излучения. К тому же съемка томографических данных проводится при предельно малом числе ракурсов.

На Рис.1.3 изображена система регистрации излучения для случая веерного пучка. Регистрация эмиссионного излучения происходит вдоль лучей, сходящихся в точке S, которая находится на расстоянии D от начала координат O. Угол β характеризует ракурс, с которого снимаются данные. Угол σ представляет собой угол между рассматриваемым лучом и лучом, проходящим через начало координат. Расстояние от рассматриваемого луча до начала координат l и угол θ между прямой l и осью абсцисс, можно однозначно связать с углами σ и β , определяющими геометрию веерного пучка:

$$\begin{aligned} l &= D \sin \sigma \\ \beta &= \theta - \sigma \end{aligned} \quad (1.2.6.1)$$

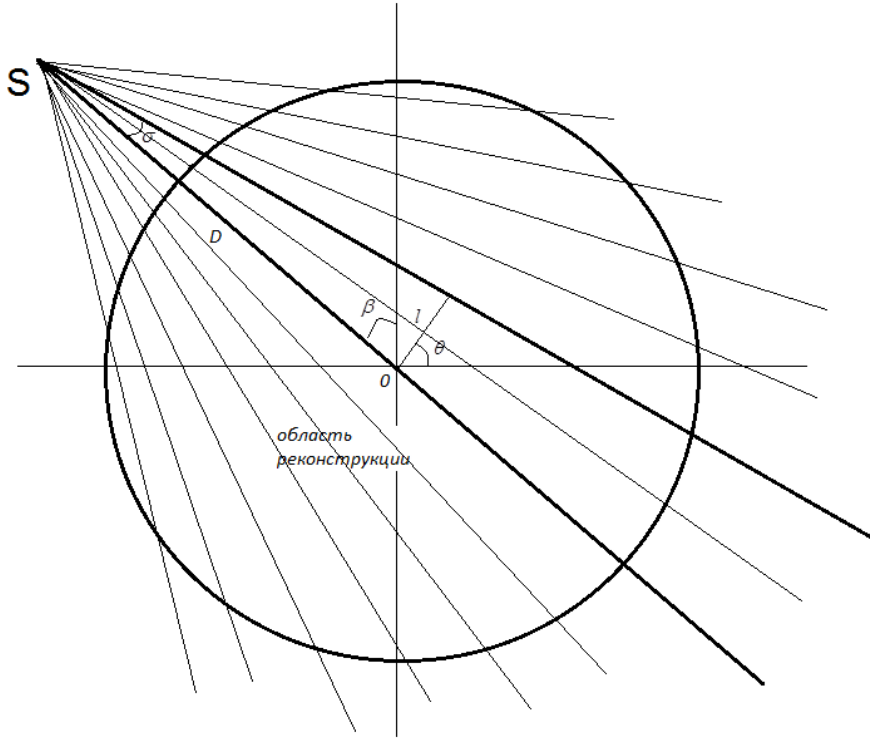


Рисунок.1.3. Геометрия системы регистрации исходных данных в веерном пучке.

Таким образом, чтобы получить выражение для оператора обратного преобразования Радона, примененного к веерной схеме сканирования, необходимо совершить замену переменных в выражении для обратного преобразования Радона параллельной схемы сканирования (1.1.3) [22].

$$f(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\pi} \frac{1}{r \cos(\theta - \varphi) - l} P'_l(l, \theta) dl d\theta \quad (1.2.6.2)$$

Замена переменных (1.2.6.1) в знаменателе подынтегрального выражения (1.2.6.2) приводит к следующему выражению:

$$\begin{aligned} r \cos(\theta - \varphi) - l &= r \cos(\beta - \phi + \sigma) - D \sin \sigma = \\ &= r \cos(\beta - \phi) \cos \sigma - [D + r \sin(\beta - \phi)] \sin \sigma =, \\ &= W \sin(\sigma' - \sigma) \end{aligned} \quad (1.2.6.3)$$

где

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{[r \cos(\beta - \phi)]^2 + [D + r \sin(\beta - \phi)]^2} \\ \tan \sigma' &= \frac{r \cos(\beta - \phi)}{D + r \sin(\beta - \phi)} \end{aligned} \quad (1.2.6.4)$$

Якобиан перехода к новым переменным и производная от лучевых сумм после замены переменной примут вид:

$$\text{Якобиан} = D \cos \beta \quad P'_l(l, \theta) = \frac{P'_\sigma(\sigma, \beta)}{D \cos \sigma} - \frac{P'_\beta(\sigma, \beta)}{D \cos \sigma}. \quad (1.2.6.5)$$

После подстановки этих выражений в формулу для обратного преобразования Радона (1.2.6.2) выражение для функции интенсивности излучения в точке $f(r, \phi)$ примет вид:

$$f(r, \phi) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{W \sin(\sigma' - \sigma)} [P'_\sigma(\sigma, \beta) - P'_\beta(\sigma, \beta)]_l d\sigma d\beta. \quad (1.2.6.6)$$

Поскольку интеграл, стоящий в правой части выражения (1.2.6.6), является несобственным, для его вычисления необходимо ввести регуляризующую функцию $\rho_A(u)$ вместо выражения $\frac{1}{u}$:

$$f(r, \phi) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_A(\sigma' - \sigma) \frac{\sigma' - \sigma}{W \sin(\sigma' - \sigma)} [P'_\sigma(\sigma, \beta) - P'_\beta(\sigma, \beta)]_l d\sigma d\beta. \quad (1.2.6.7)$$

После интегрирования выражения (1.2.6.6) по частям, с учетом, что вне области реконструкции функция распределения интенсивности излучения $f(r, \phi)$ обращается в ноль, окончательно получим:

$$f(r, \phi) = \frac{D}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{W^2(\beta)} [q_1(\sigma' - \sigma) + q_2(\sigma' - \sigma)] P(\sigma, \beta) d\sigma d\beta, \quad (1.2.6.8)$$

где были введены обозначения:

$$q_1(u) = -\frac{u \rho_A(u)}{\sin^2 u} \quad q_2(u) = \frac{\rho_A(u) + u \rho'_A(u)}{\sin u}. \quad (1.2.6.9)$$

Регуляризующая функция $\rho_A(u)$ может быть записана аналогично случаю для параллельного пучка (1.2.3.4):

$$\rho_A(u) = -2 \int_0^{A/2} F_A(v) \sin(2\pi v) dv, \quad (1.2.6.10)$$

где $F_A(v)$ – функция окна, выбранная равной единице.

Дискретизацию выражений (1.2.6.9) производится аналогично случаю для параллельной схемы сканирования:

$u = n \cdot \Delta\alpha$ и $A = \frac{1}{\Delta\alpha}$, где $\Delta\alpha$ определяет угол между соседними лучами в

ракурсе, получим дискретизированные выражения для функций q_1 и q_2

$$q_1(u) = -2\pi \cdot \begin{cases} \frac{\pi}{2 \cdot \Delta\alpha^2} & \text{если } n = 0 \\ 0 & \text{если } n \text{ четное} \\ \frac{1}{\pi \cdot \sin^2(n \cdot \Delta\alpha)} & \text{если } n \text{ нечетное} \end{cases} \quad (1.2.6.11)$$

$$q_2(u) = -2\pi \cdot \begin{cases} -\frac{\pi}{\Delta\alpha^2} & \text{если } n = 0 \\ 0 & \text{если } n \neq 0 \end{cases}. \quad (1.2.6.12)$$

Таким образом, обратное преобразование Радона (1.2.6.8) с выражениями (1.2.6.11) и (1.2.6.12) является стандартным методом реконструкции и для случая веерной геометрии.

1.2.7 Метод максимума энтропии

Одним из наиболее перспективных методов для случая небольшого числа ракурсов является метод максимума энтропии [47]. Рассмотрим этот метод для случая веерной геометрии сканирования [48]. Для этого рассматривается система координат (x', y') , повернутая для j -ого ракурса, относительно системы (x, y) на угол γ_j , где положение фокусной точки веера определяется координатами $x' = 0$, $y' = D$. Если (x', y') координаты некоторой точки реконструкции, тогда координата пересечения луча, проходящего через данную точку, с осью x' обозначается через u (см. рисунок 1.4).

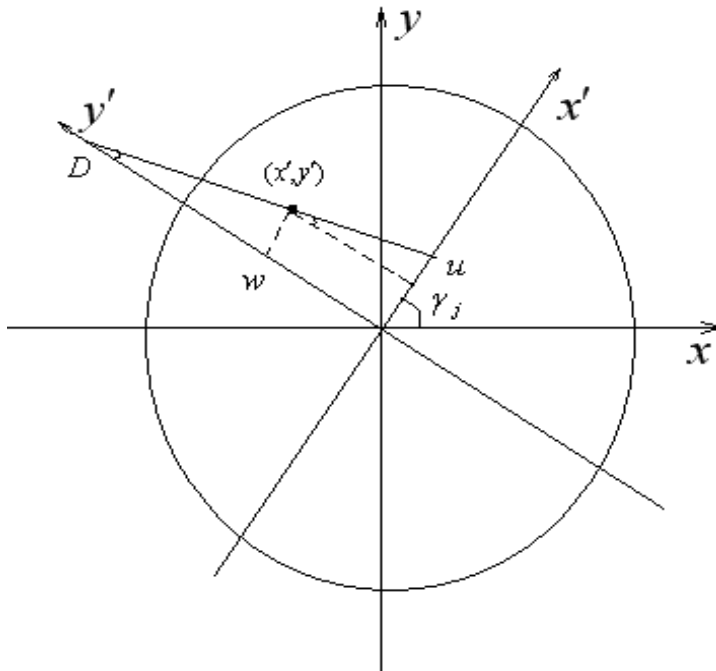


Рисунок.1.4. Веерная схема сканирования для метода “Максимум Энтропии”

В данной геометрии связь между переменными (x', y') и (u, w) имеет вид:

$$\begin{cases} u = \frac{x'}{1 - y'/D} \\ w = y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = u(1 - w/D) \\ y' = w \end{cases}. \quad (1.2.7.1)$$

В заданной таким образом системе координат веерный луч задается условием $u = \text{const}$. Так как повернутая система координат связана с исходной соотношением:

$$\begin{cases} x' = x \cos \gamma_j + y \sin \gamma_j \\ y' = -x \sin \gamma_j + y \cos \gamma_j \end{cases}, \quad (1.2.7.2)$$

то координаты u и w можно выразить через x и y

$$\begin{cases} u = U_j(x, y) = \frac{x \cos \gamma_j + y \sin \gamma_j}{1 - \frac{-x \sin \gamma_j + y \cos \gamma_j}{D}} \\ w = W(x, y) = -x \sin \gamma_j + y \cos \gamma_j \end{cases}. \quad (1.2.7.3)$$

Обратное соотношение имеет вид:

$$\begin{cases} x = x' \cos \gamma_j - y' \sin \gamma_j \\ y = x' \sin \gamma_j + y' \cos \gamma_j \end{cases}, \quad (1.2.7.4)$$

или с учетом (1.2.7.1)

$$\begin{cases} x = X(u, w) = u(1 - w/D) \cos \gamma_j - w \sin \gamma_j \\ y = Y(u, w) = u(1 - w/D) \sin \gamma_j + w \cos \gamma_j \end{cases}. \quad (1.2.7.5)$$

Веерная проекция вдоль луча, проходящего через точку $x' = u$, задается выражением:

$$p(u) = \int dx \int dy \delta(u - U(x, y)) f(x, y), \quad (1.2.7.6)$$

или после вычисления якобиана перехода для j -ого ракурса получится

$$p_j(u) = \int dw \left(1 - \frac{w}{D}\right) f(X(u, w), Y(u, w)). \quad (1.2.7.7)$$

Метод максимума энтропии основан на максимизации функции

$$S(f) = - \iint dx dy \cdot f(x, y) \ln(f(x, y)A), \quad (1.2.7.8)$$

где A —площадь области реконструкции, по которой ведется интегрирование. Максимум энтропии необходимо вычислять при дополнительном условии (1.2.7.6):

$$\frac{d}{df} \left[S(f) - \sum_j \int du \cdot \Lambda_j(u) \left(p_j(u) - \int dw (1 - \frac{w}{D}) f(X(u, w), Y(u, w)) \right) \right] = 0. \quad (1.2.7.9)$$

После вычисления производной выражение для функции $f(x, y)$ примет вид:

$$f(x, y) = \frac{1}{A} \exp \left(-1 + \sum_j \Lambda_j(U_j(x, y)) \right) \quad (1.2.7.10)$$

или после введения обозначения

$$H_j(u) = \exp \left(-\frac{1}{J} + \Lambda_j(u) \right), \quad (1.2.7.11)$$

где J — число ракурсов, окончательно получим выражение для интенсивности излучения в точке (x, y) как произведение одномерных функций вдоль каждого ракурса j

$$f_j(x, y) = \prod_j H_j(U_j(x, y)). \quad (1.2.7.12)$$

Подставляя (1.2.7.12) в выражения для лучевых сумм (1.2.7.7), получим уравнение на функцию лучевых сумм $p_j(u)$, которая для двухракурсного случая ($j = 0, j = 1$) имеет вид:

$$p_j(u) = \int dw (1 - \frac{w}{D}) H_0[U_0(X_j(u, w), Y_j(u, w))] H_1[U_1(X_j(u, w), Y_j(u, w))]. \quad (1.2.7.13)$$

Используя формулы (1.2.7.4) и (1.2.7.5) получим:

$$\begin{aligned} U_0(X_0, Y_0) &= u, & U_0(X_1, Y_1) &= \frac{-w}{1 - u/D \cdot (1 - w/D)}, \\ U_1(X_0, Y_0) &= \frac{w}{1 + u/D \cdot (1 - w/D)}, & U_1(X_1, Y_1) &= u. \end{aligned} \quad (1.2.7.14)$$

Подставляя последние выражения в формулу, определяющую лучевые суммы $p_j(u)$ через $H_j(u)$, получим итерационные выражения для $H_j(u)$ двухракурсной схемы сканирования:

$$\begin{aligned}
H_0(u) &= \frac{Ap_0(u)}{\int dw \cdot \left(1 - \frac{w}{D}\right) H_1\left[\frac{w}{1 + u/D \cdot (1 - w/D)}\right]}, \\
H_1(u) &= \frac{Ap_1(u)}{\int dw \cdot \left(1 - \frac{w}{D}\right) H_0\left[\frac{-w}{1 - u/D \cdot (1 - w/D)}\right]}.
\end{aligned} \tag{1.2.7.15}$$

Таким образом, в методе максимума энтропии интенсивность излучения $f(x, y)$ в точке (x, y) представляется в виде произведения функций, каждая из которых определена исключительно лучевыми суммами данного ракурса.

1.3 Проблемы реконструкции изображений в условиях недостатка ракурсов и шумов в исходных данных

Реконструкция внутренней структуры объекта по его проекциям представляет собой обратную задачу, которая в дискретной постановке относится к классу некорректно поставленных [20]. Несмотря на то, что преобразование Радона (1.1.2) дает однозначную связь между интенсивностью излучения $f(x, y)$ в точке с координатами (x, y) и лучевыми суммами p вдоль множества прямых L , при дискретизации уравнений, опираясь только на конечное множество данных (угловых ракурсов), можно получить очень неточные результаты реконструкции. По этой причине можно говорить только о приближенном решении данной задачи. Основными методами решения некорректных задач являются методы регуляризации.

Из теории некорректных задач следует, что задача называется корректно поставленной, если выполнены три условия:

- 1) условие существования решения, что означает, что задача имеет решение при любых допустимых исходных данных, т.е. среди исходных данных нет противоречащих друг другу условий;
- 2) условие однозначности задачи, что означает, что каждым исходным данным соответствует только одно решение, т.е. исходных данных достаточно для однозначной определённости решения задачи;
- 3) условие устойчивости решения, что означает, что небольшое отклонение в исходных данных приводит к небольшому же отклонению в решении.

Задачи, которые не удовлетворяют хотя бы одному условию корректности, называются некорректными задачами. Подход к решению некорректных задач, были впервые высказаны в работе [49]. В 1963 г. А.Н. Тихонов сформулировал определение регуляризующего алгоритма. Регуляризующим оператором $R_\delta(u_\delta)$ уравнения $Az = u$ называется оператор, обладающий двумя свойствами:

- 1) $f(\varepsilon)$ – определен для любых $\delta > 0$, $u_\delta \in U$ и отображает U в Z
- 2) для любого n_F и для любого $u_\delta \in U$ такого, что для любого $\delta > 0$ $\|u_\delta - u\| < \delta$, при $\delta \rightarrow 0$ $z_\delta = R_\delta(u_\delta) \rightarrow z$.

Таким образом, некорректная задача называется регуляризируемой, если к ней можно подобрать регуляризирующий алгоритм.

При решении некорректных задач реконструкции методами компьютерной томографии в результатах могут появляться объекты, реально отсутствующие в области реконструкции (артефакты от лат. *arte factum* – искусственно сделанное) [50-51]. На рис.1.5 показан пример реконструкции гладкой плазменной неоднородности, состоящей из трех Гауссовых пиков [19], а также результаты ее реконструкции для 4, 7 и 19 ракурсов съемки томографических данных, соответственно. Как можно видеть, количество артефактов резко возрастает с уменьшением числа ракурсов. Таким образом, в реальных задачах компьютерной томографии можно говорить не об определении интенсивности излучения в точке $f(x, y)$, а о получении оценки этой функции тем более точной, чем больше информации об объекте реконструкции мы имеем.

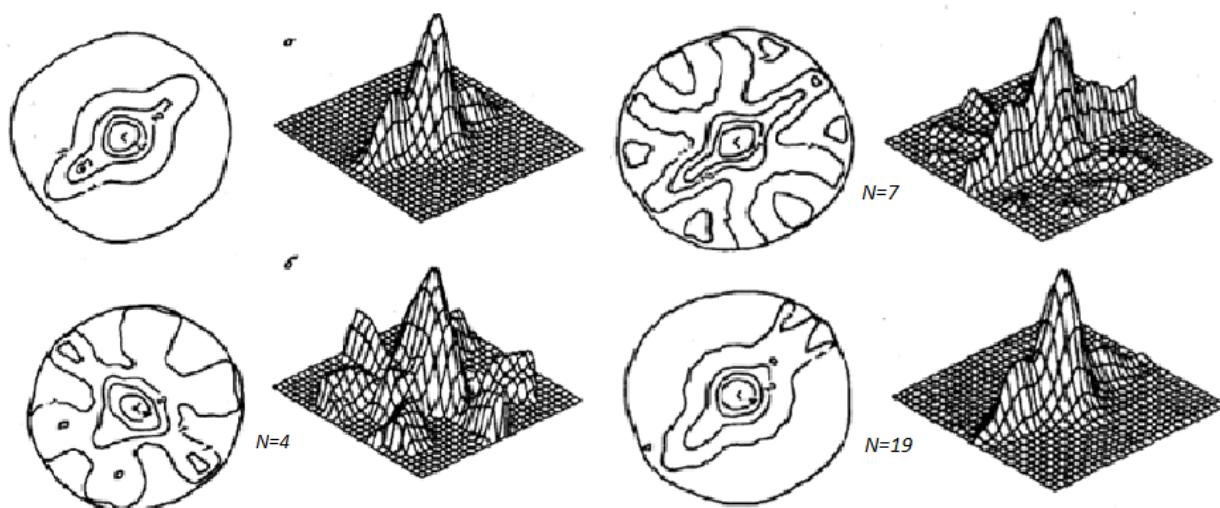


Рисунок.1.5. Реконструкция гладкого фантома (а) для 4, 7 и 19 ракурсов (б) соответственно [19].

В работе [27] исследовалась зависимость качества реконструкции алгоритма свертки от числа ракурсов сканирования. На рисунке 1.6 показана зависимость среднеквадратичной и максимальной погрешности реконструкции одиночной несимметричной гауссианы в зависимости от числа ракурсов. Отсюда видно, что при числе ракурсов $M < 16$ сверточный алгоритм не позволяет удовлетворительно восстановить исходный фантом даже для случая гладких функций.

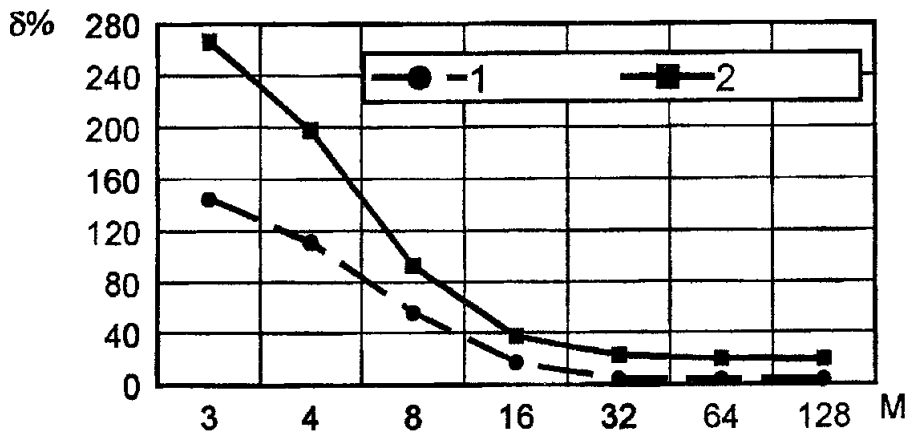


Рисунок 1.6. Ошибка реконструкции сверточного алгоритма в зависимости от числа ракурсов: 1-среднеквадратичная относительная погрешность; 2-максимальная погрешность. [27]

В связи с тем, что задача малоракурсной реконструкции является некорректной, важным аспектом при ее решении является анализ влияния шумов в исходных данных на результаты реконструкции.

В работе [52] использовалась верная схема сканирования эмиссионного излучения через единственный оптический порт. Предполагая цилиндрическую симметрию распределения частиц плазмы, был предложен алгоритм регуляризации эмиссионных данных. На рисунке 1.7 изображена зависимость ошибки реконструкции цилиндрически симметричного фантома $e(r)=1+10(r/30)^2-23(r/30)^4+12(r/30)^6$ от амплитуды шума исходного сигнала. Из рисунка видно, что увеличение амплитуды шума катастрофически влияет на качество реконструкции, и только применение регуляризации позволяет получить адекватный результат при величине шума более 3-5%.

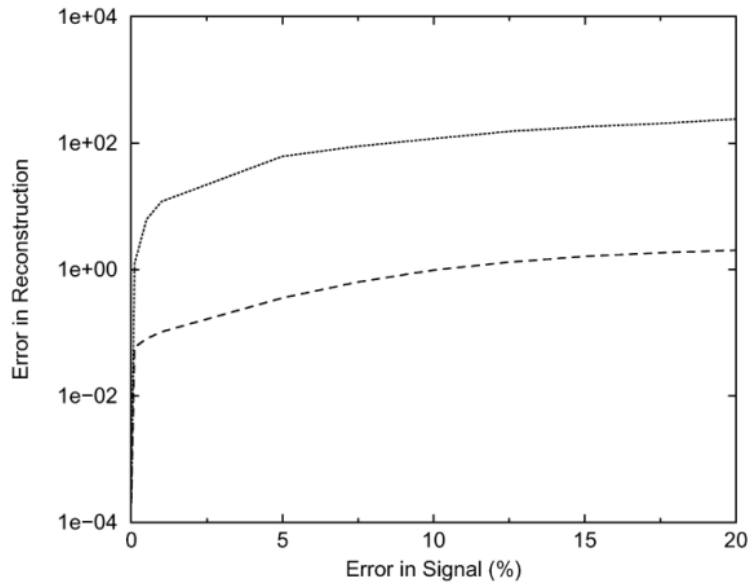


Рисунок 1.7. Зависимость ошибки реконструкции цилиндрически симметричного фантома $e(r)=1+10(r/30)^2-23(r/30)^4+12(r/30)^6$ от амплитуды шума исходного сигнала для регуляризованного (пунктир) и не регуляризованного (точки) алгоритма [52].

В [27] было указано, что шум в исходных данных наиболее сильно проявляется при реконструкции с помощью мультипликативных алгоритмов по сравнению с аддитивными алгоритмами. Исследования, описанные в [22] показали, что в случае применения сверточного алгоритма, когда шумовая составляющая исходных данных имеет в некоторой точке области реконструкции среднее значение, равное нулю, после реконструкции среднее значение в этой точке также будет равно нулю. Дисперсия же реконструкции зависит как от дисперсии в исходных данных, так и от вида сворачиваемых функций, вида интерполяционных функций, числа ракурсов, величины шага сканирования в данном ракурсе и координат самой точки, в которой проводится реконструкция.

В работе [52] был проведен эксперимент с использованием веерной схемы сканирования низкотемпературной плазмы через единственный оптический порт небольшого размера с использованием спектрально разрешающего зонда. Предполагалась цилиндрическая симметрия плазменных неоднородностей. Работа направлена на регуляризацию алгоритма с целью подавления шумов. В ее

основе лежит идея, что плазма диффузна, и, следовательно, должна иметь малый градиент изменения интенсивности излучения частиц от ячейки к ячейке сканирующей сетки, в то время как шумы, предполагается, имеют большой градиент изменения интенсивности.

В работах [53-54] предложен алгоритм вейвлет-томографии, позволяющий в процессе реконструкции производить фильтрацию шума, улучшая результат восстановления. Вейвлет-преобразование определяется как свертка функции $f(x, y)$ и вейвлета с параметрами b_x, b_y, a, φ , где параметры b_x, b_y - определяют двумерный сдвиг, a -масштабирование и φ - поворот метрической функции g (в [53] в качестве g была выбрана δ - функция Дирака). В работе было показано, что шум искажает сигнал преимущественно в области малых значений a , поэтому для устойчивой реконструкции достаточно выбрать нижнюю границу масштабирования.

В классической томографии изображения строятся, опираясь на предположение, что лучевые суммы получены в результате интегрирования вдоль бесконечно тонких прямых. Тем не менее, в реальном физическом эксперименте сканирующий датчик обладает конечным размером и не нулевым углом зрения. В работе [55] предложен итерационный алгоритм, основанный на разложения в ряд Неймана, который учитывает реальную схему сбора проекционных данных. Алгоритм был протестирован на фантоме, состоящем из двух несимметричных гауссиан при двенадцати ракурсах сканирования. Результат тестирования показал преимущество предлагаемого метода по сравнению со сверточным алгоритмом реконструкции. В работе было указано о необходимости сглаживания проекционных данных для стабилизации итерационного процесса и для избежания потери точности реконструкции при повышении уровня шума. Также авторы [55] обнаружили, что уменьшение числа ракурсов с двенадцати до шести приводит к 7% увеличению ошибки реконструкции.

В работе [56] было установлено, что проведение вейвлет-фильтрации проекционных данных снижает среднеквадратичную ошибку реконструкции и увеличивает устойчивость метода реконструкции на 2-4%.

В [57] исследовалось влияние шума как на нейросетевой алгоритм реконструкции, так и на вариации наиболее распространенного алгебраического метода реконструкции изображения ART (Algebraic Reconstruction Technique). Было показано, что шум не оказывает критического влияния на качество реконструкции. Но при использовании нейросетевого алгоритма томографической реконструкции учет шума необходимо проводить на этапе обучения.

В работе [22] описаны физические ограничения, связанные с получением данных в реконструктивной томографии. Принципиальным ограничением точности измерений является статистическая природа излучения фотонов, а также взаимодействие их с веществом и детекторами. В случае рентгеновской томографии необходимо учитывать изменение энергетического спектра рентгеновского излучения, связанного с различием коэффициента поглощения для фотонов с разной энергией. В результате спектр распределения излучения изменяется, становясь более жестким по мере пересечения области реконструкции. Также необходимо учитывать, что источник и детектор имеют конечные размеры, и отличный от нуля угол зрения, поэтому не все фотоны регистрируемые детектором проходят один и тот же оптический путь.

При дискретизации задачи область сканирования приходится разбивать на ячейки, размер которых определяется шагом сканирующих датчиков. Таким образом, восстанавливается не реальное распределение интенсивности, а усредненное по ячейке значение. Уменьшение шага сканирующего датчика с одной стороны приближает реконструируемое значение интенсивности к истинному распределению, но с другой приводит к увеличению количества ячеек, т.е. количества неизвестных подлежащих определению. Для малоракурсной томографии характерно значительное превышение количества неизвестных (ячеек сетки N^2) над количеством исходных данных ($N \cdot M$, где M - количество

ракурсов, N - количество шагов сканирующего датчика). Учет конечного размера апертуры детектора и отличного от нуля угла зрения приводит, в условиях дискретизации, к добавлению в лучевую сумму рассматриваемого луча интенсивности, полученной от соседних, к данному лучу, ячеек. Также свой вклад в лучевую сумму рассматриваемого луча вносит излучение, отраженное от стенок реактора и излучение от соседних ячеек, связанное с рассеянием фотонов.

Авторы [18] выделили основные отличия, возникающие в плазменной томографии по сравнению медицинской компьютерной томографией:

- небольшое число ракурсов наблюдения;
- небольшое число отсчетов в данном ракурсе;
- угловое ограничение в регистрации проекций;
- возможное рассогласование проекций;
- наличие разнообразных искажающих сигнал аппаратных функций в системах детектирования;
- наличие шумов с различной статистикой в измерительных каналах;
- появление в некоторых случаях непрозрачных включений внутри плазменных объектов;
- возможное отклонение лучевых траекторий от прямолинейных вследствие рефракции.

1.4 Другие методы реконструкции в области малоракурсной томографии

Как было указано выше, реконструкция по малому числу ракурсов является значительно недоопределённой. В связи с чем, работы в области малоракурсной томографии [61-76] в первую очередь направлены на доопределение задачи реконструкции путем введения априорной информации о физической природе объекта реконструкции. Одной из возможностей введения априорной информации является использование итерационных методов реконструкции, позволяющих корректировать процесс на каждой итерации.

В работах [14,76,77] был описан алгоритм регуляризации Гершберга-Папулиса, применимый для схемы сканирования в параллельных лучах. Идея этого метода состоит в поочередной коррекции оценки томограммы и ее Фурье образа. В основе метода лежит теорема о центральном сечении, согласно которой одномерное прямое преобразование Фурье от проекций, полученных под углом ξ , равно двумерному прямому преобразованию Фурье от функции, проходящему через начало координат под тем же углом ξ . Данный алгоритм позволяет на каждом шаге итерации вводить априорную информацию как на саму томограмму, так и на ее Фурье образ. В качестве априорной информации рассматривается:

- положительность томограммы $f(x, y) \geq 0$;
- сохранение энергии вдоль каждого ракурса $\int_0^L f(x, y) dz = \text{const}$;
- гладкость искомого решения, т.е. неразрывность производных от функции $f(x, y)$;
- оценка шума в измерениях.

В результате, алгоритм реконструкции может быть представлен в следующем виде [27]:

1. По набору лучевых сумм p_i с помощью преобразования Фурье получается набор их одномерных Фурье-образов F_p .

2. По теореме о центральном сечении эти Фурье-образы дают в полярной системе координат Фурье-образ томограммы $F_f(\xi + \pi/2, \nu)$.

3. Обнуляются спектральные амплитуды вне указанных лучей.

4. Выполняется обратное двумерное преобразование Фурье от функции F_f , с целью получения оценки томограммы $\tilde{f}(x, y)$. При этом выполняется интерполяция в спектральной области при переходе от декартовой к полярной системе координат.

5. Вносится априорная информация о положительности решения и его пространственной ограниченности.

6. Выполняется прямое преобразование Фурье от функции $\tilde{f}(x, y)$.

7. Проводится сглаживание функции $F\tilde{f}$ в соответствии с априорной информацией о ее гладкости и уровне шумов.

8. Значения спектра полученной функции на лучах, проходящих через начало координат, заменяются на значения F_f , полученные по известным проекциям. Вне области реконструкции спектральные амплитуды обнуляются.

9. Проверяются критерии окончания остановки итерационного процесса и, если они не выполняются, итерации возобновляются с шага 4.

На рисунке 1.8 показан результат работы данного алгоритма для фантома, состоящего из двух одинаковых симметричных гауссиан при реконструкции по трем ракурсам [76].

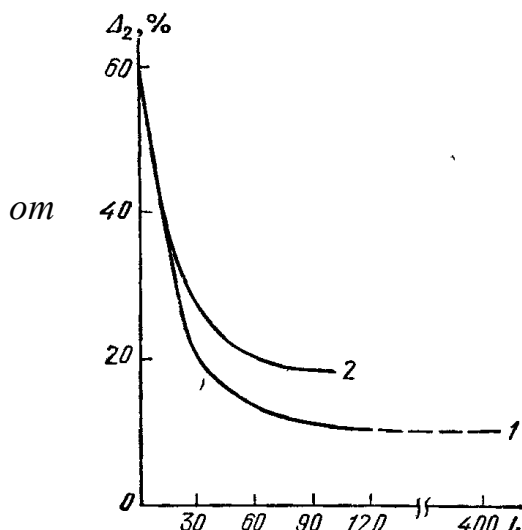


Рисунок. 1.8. Зависимость среднеквадратичной ошибки реконструкции от числа итераций алгоритма Гершберга-Папулиса для фантома, состоящего из двух симметричных гауссиан при трех ракурсной схеме сканирования: 1- без шума, 2- с шумом 10%. [76]

В ряде работ рассмотрен нейросетевой метод компьютерной томографии см. например [77-81]. Суть этого метода заключается в использовании некоторых промежуточных функций (нейронов) между входными и выходными данными. В общем случае нейронную сеть можно представить в виде трех слоев: слоя исходных данных (лучевые суммы), слоя выходных данных (значение функций в точках пересечения лучей) и скрытых операторов (например гауссианы с различными параметрами), параметры которых находятся в процессе обучения нейронной сети. Каждый входной параметр может быть соединен как со всеми нейронами сети, так и с ограниченным набором. Принцип работы простейшей нейронной сети можно рассмотреть на примере (рис. 1.9). Каждая связь, соединяющая входной элемент сети с нейроном, имеет свой вес. Проходя через связь, входной импульс меняется по закону: $импульс = импульс \cdot вес \text{ связи}$. Нейрон получает импульсы от всех входов, с которыми он связан, и суммирует их. Далее нейроны по аналогичной схеме передают свой импульс в выходной канал. Для использования нейронной сети необходимо провести процесс ее обучения, который, в указанном примере, сводится в определении весов связей.

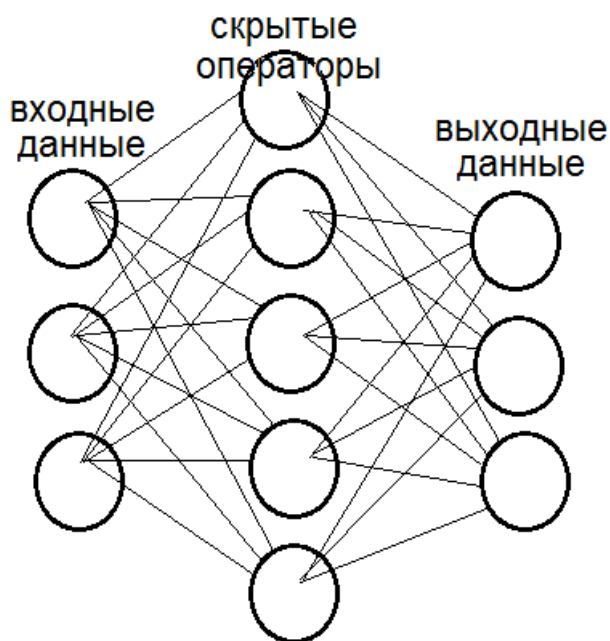


Рисунок.1.9. Схема нейронной сети.

Основным недостатком метода является необходимость его обучения на большом числе задач. Следовательно, он будет хорошо работать только для класса задач, на котором метод обучен. Преимуществом является устойчивость метода к шумам исходных данных.

Задача реконструкции по конечному набору данных является неопределенной, а потому некорректной. В работах [82-85] авторы предлагают различные модификации метода максимума энтропии. В [82] автор предлагает альтернативный подход к получению выражения для лучевых сумм. Вместо выражения для лучевых сумм (1.2.7.6): $p(u) = \int dx \int dy \delta(u - U(x, y)) f(x, y)$, описанного в [48], автор предлагает альтернативный вид записи:

$$p(u) = \int dl f(X(u, w), Y(u, w)), \quad (1.4.1)$$

где интегрирование ведется вдоль прямой $u = \text{const}$. В результате в выражении

(1.2.6.7) множитель $(1 - \frac{w}{D})$ заменится на $\sqrt{\frac{D^2}{u^2 + D^2}}$. В данной работе

модифицированный алгоритм максимума энтропии был протестирован на множестве фантомов, как для веерной схемы сканирования, так и для случая параллельных лучей. Был сделан вывод, что метод дает хорошие результаты реконструкции в малоракурсной томографии при количестве ракурсов ≥ 6 .

В [76] была изучена возможность использования двухракурсной томографии в параллельных лучах для адекватной реконструкции плазменных неоднородностей. При использовании томографического сканирования в параллельных лучах для двух ортогональных ракурсов, выражение (1.2.7.12) интенсивности излучения в точке (x, y) можно переписать в виде:

$$f_j(x, y) = H_0(X)H_1(Y). \quad (1.4.2)$$

В этом случае лучевые суммы вдоль каждого ракурса можно записать как:

$$p_0(y) = \int H_0(x)H_1(y)dx \quad p_1(x) = \int H_0(x)H_1(y)dy. \quad (1.4.3)$$

Из этих уравнений следует, что

$$H_0(x) \sim p_1(x) \quad H_1(y) \sim p_0(y), \quad (1.4.4)$$

и выражение (1.4.2) примет вид:

$$f(x, y) \sim p_0(y)p_1(x). \quad (1.4.5)$$

Исследование предложенного алгоритма на математических фантомах показало прекрасные результаты реконструкции, для случая, когда объект реконструкции имеет простую структуру и правильно ориентирован относительно ракурсов. Так, погрешность реконструкции фантома, представляющего собой четыре гауссовых пика, расположенных в вершинах квадрата с центром в середине зоны сканирования и сторонами параллельными ракурсам, составляет величину порядка процента. Если данный фантом развернуть на 45 градусов относительно ракурсов сканирования, погрешность реконструкции вырастет до 47%. В работе было показано, что включение априорной информации об объекте реконструкции (например $f(x, y) = f_1(r)f_2(x)$) в алгоритм максимума энтропии, является критическим при реконструкции изображения по двум ракурсам.

В работе [86] исследовалось взаимодействие высокоэнтальпийного сгустка метановой плазмы с метаном, находящимся в плазмохимическом реакторе, методом, основанным на методе максимума энтропии. В предположении аксиальной симметрии реконструкция проводилась для одного ракурса. Было проведено исследование пространственно-временных характеристик процесса инжектирования плазмы, генерируемой ускорителем, в химически активную среду. Таким образом, включение в томографический подход априорной информации об аксиальной симметрии объекта позволило выполнить томографическую реконструкцию пространственной структуры реагентных зон и динамику их развития в микросекундном масштабе.

В работе [87] адаптируется теорема о центральном сечении, связывающая Фурье-образы проекций с Фурье-образами объектов для случая веерной схемы сканирования [см. также 27]. Основная идея данной работы состоит в том, что с помощью нелинейного преобразования координат:

$$\begin{cases} u = \frac{x'}{1 - y'/D}, \\ v = y' \end{cases} \quad (1.4.6)$$

где (x', y') новая система координат, повернутая на угол γ_i для i -ого ракурса сканирования (см. рис. 1.4) относительно системы (x, y) .

Задача веерной томографии в координатах (x, y) переводится в томографию в параллельных лучах в системе (u, v) , для которой существует теорема о центральном сечении. Причем нелинейные координатные преобразования, различны для различных ракурсов сканирования определяемых углами γ_i . В связи с чем, при переходе к следующему ракурсу необходимо совершать обратное преобразование к веерному пучку.

Адаптация теоремы о центральном сечении позволила применить алгоритм регуляризации Гершберга-Папулиса к задачам веерной малоракурсной томографии [88]. В указанной работе проведено численное моделирование различных фантомов. Было обнаружено, что при уровне шума в проекционных данных менее 5%, описанный алгоритм сам обладает регуляризующими свойствами, но при уровне шума свыше 5%, необходимо проведение их предварительного сглаживания.

В работе [89] была предложена схема, в которой сканирование проводится через два небольших оптических окна. Эта схема сканирования совместно с алгоритмом реконструкции, основанном на регуляризации Тихонова и ART, была испытана на ICP-GEC реакторе при различных параметрах плазмы. В работе было получено уменьшение радиуса области разряда с увеличением давления плазмы, обусловленное столкновением заряженных частиц с нейтральным газом, преобладающим вблизи стенок реактора. Авторами также было выявлено отклонение распределения частиц плазмы от аксиальной симметрии, которое они объяснили шумами исходных данных, вызванных калибровкой и искажениями при веерной геометрии сканирования.

Выводы по главе 1

Обзор работ, проведенный в данной главе, обозначил как классические методы компьютерной томографии, разработанные в основном для случая медицинской томографии, где отсутствует проблема недостатка числа ракурсов, так и их современное развитие в области малоракурсной томографии, позволяющее получать адекватные результаты реконструкции для случая резкого недостатка в углах сканирования. Основные проблемы, влияющие на результат реконструкции - это шумы в исходных данных и артефакты, возникающие вследствие недостатка ракурсов сканирования. Следует также отметить, что количество и амплитуда артефактов растет по мере уменьшения числа ракурсов. Основой решения таких сильно недоопределенных задач является введение априорной информации об объекте исследования, что наиболее просто реализовать при использовании итерационного подхода.

В результате проведенного анализа современного состояния малоракурсной томографии, были определены задачи настоящей работы:

- 1 Разработка томографической схемы сканирования, использующей два ракурса оптических портов плазмохимического реактора;
- 2 Создание алгоритма реконструктивной томографии, совместимого с двухракурсной схемой сканирования, и методов подавления артефактов, возникающих при малоракурсной реконструкции данных;
- 3 Создание программного обеспечения для реконструкции латерального распределения плотности частиц плазмы в сечении камеры реактора по ее спектрально разрешенному эмиссионному излучению;
- 4 Проверка и оптимизация алгоритма реконструкции на множестве томографических фантомов, генерированных генератором случайных чисел;
- 5 Верификация алгоритма в вычислительном эксперименте на эмиссионной 2D-томографии ионов Ar^+ в плазме с использованием независимых прямых 2D-зондовых измерений ионной плотности;

6 Экспериментальное исследование латерального распределения незаряженных радикалов F^* и ионов B^+ в BF_3 -плазме, в камере плазменно-иммерсионного ионного имплантера.

Полученные результаты отражены в публикациях автора [90-100].

ГЛАВА 2

РЕКОНСТРУКЦИЯ ЛАТЕРАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ ПЛАЗМЫ В СЛУЧАЕ ДВУХРАКУРСНОЙ ВЕЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ СКАНИРОВАНИЯ

В данной главе приведены результаты исследования классических алгоритмов реконструкции на предмет применимости к двухракурсной схеме регистрации эмиссионных данных. Предложена модель поля неоднородностей, использованная для реконструкции диффузионной области плазмы в технологических реакторах с удаленной зоной плазмообразования.

2.1 Модель поля реконструкции диффузионной области плазмы в технологических реакторах с удаленной зоной плазмообразования

Плазма обладает эмиссионными свойствами в широком диапазоне частот. При возбуждении оптического перехода прямым электронным ударом интенсивность излучения выбранной атомной спектральной линии может быть описана формулой [101]:

$$I \propto 4\pi n n_e \int_{E_{th}}^{\infty} \sigma(\varepsilon) \cdot \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_e}} \cdot f_e(\varepsilon) \cdot d\varepsilon, \quad (2.1.1)$$

где n – концентрация атомов исследуемой компоненты плазмы,

n_e – концентрация электронов,

$\sigma(\varepsilon)$ – сечение возбуждения атома,

m_e – масса электронов,

ε – энергия электронов,

$f(\varepsilon)$ – функция распределения электронов по энергиям.

Интегрирование в (2.1.1) ведется от порогового значения E_{th} энергии возбуждения. Для незаряженных частиц эта величина, как правило, меньше, чем для ионов, что приводит к более интенсивным спектральным линиям нейтральных атомов и молекул. Таким образом, эмиссионная томография наиболее подходит для реконструкции именно незаряженных частиц плазмы. Из выражения (2.1.1) видно, что помимо концентрации исследуемых частиц n , интенсивность излучения зависит еще от таких параметров плазмы, как электронная температура и функция распределения электронов по энергиям. Поэтому, необходимо следить за тем, как меняются эти параметры вдоль области сканирования, и, если их изменение существенно, использовать, например, метод актинометрии [101], для удаления вклада иных, кроме концентрации, параметров в интенсивность регистрируемого излучения. С учетом этого, в отсутствие самопоглощения в плазме, можно считать, что интенсивность выделенной характеристической спектральной линии пропорциональна соответствующей ей концентрации частиц плазмы.

Технологические операции микроэлектроники проводятся в промышленных реакторах с плазмой низкого и пониженного давления, снабженных либо удаленными источниками плотной плазмы [102] (HDP-источники: ICP, TCP, ECR, геликонные), либо встроенными непосредственно в камеру (емкостные CCP, DCCP). В рабочей зоне плазменной обработки данные реакторы должны обеспечивать латеральную однородность плазмы с ионной плотностью до $n_i = (1 - 2) \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и электронной температурой $T_e \leq 3-4$ эВ в рабочем диапазоне давлений $P = 1-50$ мТорр. Такие реакторы обладают цилиндрической формой технологических камер с одним или двумя оптическими портами небольшого, по сравнению с размером камеры, диаметра. Схема технологического реактора микроэлектроники с удалённым источником индуктивно-связанной плазмы высокой плотности (ICP source), предназначенного для иммерсионной имплантации, представлена на рис.2.1.

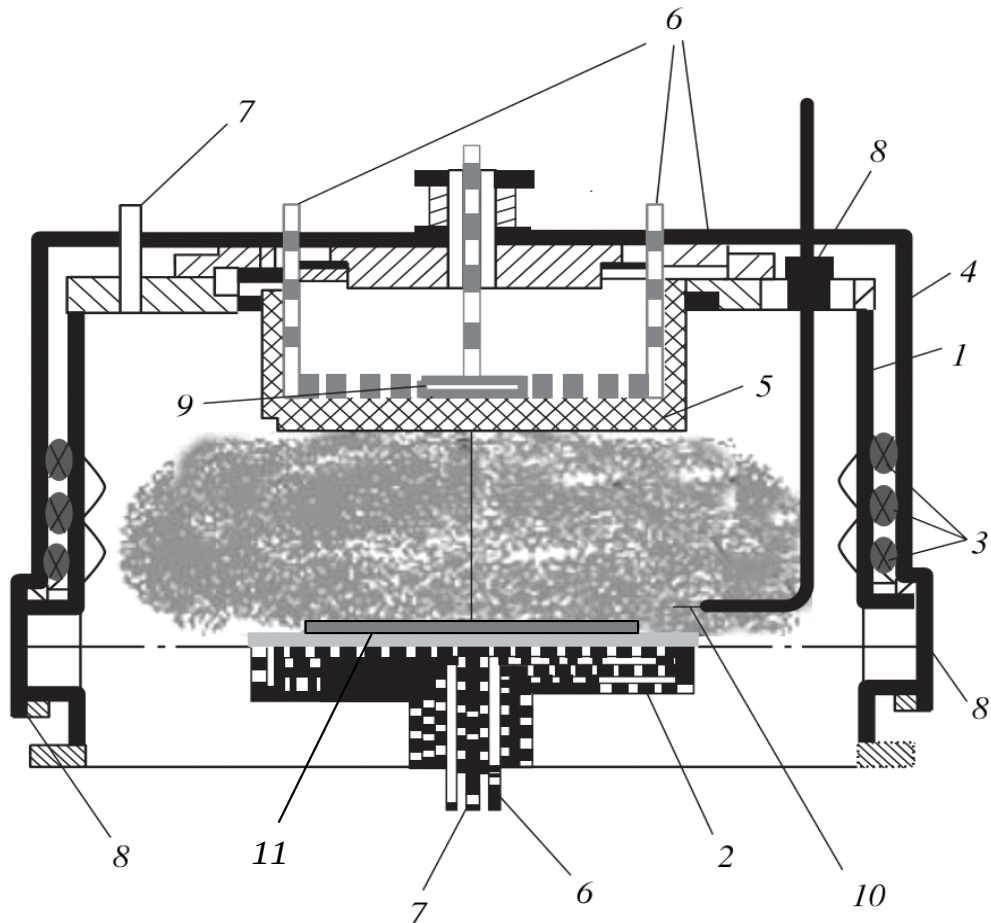


Рисунок 2.1. Экспериментальная установка с использованием удалённого источника индуктивно-связанной плазмы высокой плотности: (1) камера (диаметр 300 мм), (2) охлаждаемый стол (диаметр 150 мм), (3) мультипольные магнитные ловушки, (4) внешний корпус из магнитомягкого материала, (5) кварцевое окно для ВЧ мощности, (6) канал для воды, (7) канал для газа (элемент газового душа), (8) порты для ОЭС, (9) индуктор, (10) одиночный зонд Ленгмюра, (11) пластина мультizonда.

Конструктивные особенности реакторов накладывают ограничения на геометрию и количество ракурсов сканирования при получении томографических данных. В данных условиях сбор интенсивности вдоль лучей, охватывающих всю область обрабатываемой пластины, возможен только при веерной двухракурсной схеме сканирования. Из-за недостатка ракурсов сканирования в данном случае необходимым является введение априорной информации об объекте томографической реконструкции – плазме.

Для реакторов НДР типа с удаленными источниками плазмообразования характерно отсутствие заметных электромагнитных полей в зоне обработки пластины. В этой области происходит диффузионное растекание плазмы генерированной в источнике. Поэтому логично положить в основу модели плазменных неоднородностей физически обоснованные механизмы растекания для каждого сорта частиц.

1. Пространственное распределение незаряженных частиц (свободных радикалов) определяется диффузией, и локальная неоднородность концентрации с большой степенью вероятности может быть описана Гауссовым профилем:

$$F_1(x, y, x_p, y_p, A_p, \sigma_p) = A_p \cdot \exp\left(-\frac{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2}{\sigma_p^2}\right). \quad (2.1.2)$$

2. Пространственные неоднородности заряженных частиц в приосевых, центральных областях реактора могут быть описаны параболической зависимостью – аналогично растеканию заряженных частиц в плазменном шнуре [103]:

$$F_2(x, y, x_p, y_p, A_p, \sigma_p) = A_p \cdot \left(1 - \frac{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2}{\sigma_p^2}\right), \quad (2.1.3)$$

где $\sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2} < \sigma_p$.

3. Амбиполярная диффузия заряженных частиц в пристеночной области реактора может быть описана функцией Бесселя 1-го порядка [104].

$$F_3(x, y, x_p, y_p, A_p, \sigma_p) = A_p \cdot J_0\left(\frac{\Lambda_0 \sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2}}{\sigma_p}\right), \quad (2.1.4)$$

где $\left(\sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2}\right) / \sigma_p < \Lambda_0$, где Λ_0 – первый ноль функции Бесселя.

В настоящей модели предполагается, что плазму можно представить в виде суперпозиции однородного двумерного распределения частиц (фон) и конечного числа единичных («элементарных») пространственных неоднородностей

плотности частиц, которые могут быть описаны одним из выражений (2.1.2–2.1.4), в зависимости от их зарядового состояния.

В случае незаряженных частиц элементарные неоднородности не взаимодействуют друг с другом, для заряженных частиц этим взаимодействием, в первом приближении, можно пренебречь, что позволяет использовать их сферическую симметрию.

Очевидно, что корректное применение той или иной функции профиля пространственной неоднородности требует спектрального разрешения данных в методе эмиссионной томографии и идентификации компонентов плазмы.

Таким образом, вместо реконструкции значений произвольной функции плотности $f(x, y)$ в различных точках сечения реактора, можно заменить ее суперпозицией фона и «элементарных» неоднородностей с параметрами: амплитуда пиков A_{p_i} , ширина σ_{p_i} и положение (x_{p_i}, y_{p_i}) , тем самым уменьшая количество неизвестных в недоопределённой обратной задаче.

Идея алгоритма реконструкции состоит в том, что по томографическим данным (лучевым суммам) проводится начальная реконструкция одним из классических методов. Из реконструированного поля интенсивности определяется фон, и последовательно вычленяются «элементарные» неоднородности. В процессе выделения «элементарных» неоднородностей проводятся итерации их параметров с целью минимизации невязки в расчетных и экспериментально измеренных лучевых суммах.

На параметры реконструируемых элементарных неоднородностей (пиков) накладываются ограничения, исходя из физической природы плазмы и экспериментальных ограничений при съемке томографических данных:

- Ширина пиков «элементарных» неоднородностей σ_{p_i} не должна быть меньше диффузионной длины пробега частиц в плазме, а также превышать характерного размера реактора;

- Амплитуда выделяемых пиков неоднородностей не должна быть ниже уровня шума исходных данных (динамического диапазона эксперимента).

2.2 Исследование возможностей классических алгоритмов томографии в применении к задаче малоракурсной реконструкции

При малоракурсной реализации томографической реконструкции приходится сталкиваться с неоднозначностью решения задачи. При дискретизации задачи область сканирования необходимо разбивать на ячейки, размер которых определяется шагом сканирующих датчиков. Таким образом, восстанавливается усредненное по ячейке значение интенсивности. Уменьшение шага сканирующего датчика, с одной стороны приближает реконструируемое значение интенсивности к истинному распределению, но с другой, - приводит к увеличению количества ячеек, т.е. количества неизвестных, подлежащих определению. Для малоракурсной томографии характерно значительное превышение количества неизвестных (определяемых числом ячеек сетки) над количеством исходных данных (количество ракурсов, умноженное на количество шагов сканирующего датчика). Такая задача является математически некорректной априори. В связи с этим остро встает проблема корректности реконструированного изображения.

Для построения алгоритма реконструкции в схеме, совместимой с промышленными плазменными реакторами низкотемпературной плазмы, был изучен ряд классических алгоритмов для сравнения качества реконструкции заданных фантомов при двухракурсной схеме сканирования, а также влияние шумов на результат реконструкции в этом случае. Вначале была рассмотрена схема сканирования в параллельных лучах. В качестве фантома были выбраны один и два Гауссовых пика (2.1.2) с добавлением равномерно зашумленного фонового значения в области реконструкции.

Фантом генерируется следующим образом: рассматривается область реконструкции в виде квадрата со стороной $a = 1$. Предполагается, что сканирование ведется параллельным пучком вдоль $N = 31$ равноотстоящих лучей. В результате область сканирования разбивается на N^2 квадратных ячеек

размером $d = a/N$. Фантом-1 состоял из заданного в каждой ячейке с помощью оператора случайных чисел значения в пределах от 1.7 до 2.3 со средним значением равным $F_f = 2$ (фон). К описанному выше зашумленному фону в центр области реконструкции добавлялся Гауссовый пик (2.1.2) с амплитудой $A = 4F_f$ и полушириной $\sigma = 6d$ (рис.2.2а). Фантом-2 состоял из такого же зашумленного фона и двух Гауссовых пиков: первый с амплитудой $6F_f$, полушириной $5d$ и координатами центра $(5d, 7d)$, второй с амплитудой $4F_f$, полушириной $3d$ и координатами центра $(-d, -4d)$ (рис.2.3а).

Для количественной оценки достоверности реконструкции восстанавливаемого фантома использовалась нормированная среднеквадратичная ошибка:

$$error = \sqrt{\frac{\sum \sum (F_{i,j}^{fantom} - F_{i,j}^{reconstruction})^2}{\sum \sum (F_{i,j}^{fantom})^2}} \cdot 100\%, \quad (2.2.1)$$

где $F_{i,j}^{fantom}$ и $F_{i,j}^{reconstruction}$ – значение в центре (i, j) ячейки фантома до и после реконструкции.

В качестве наиболее простого метода был рассмотрен метод обратного проецирования с учетом мультипликативной нормировки [22]. На рисунках 2.2 и 2.3 изображены первый и второй фантомы, а также результат их реконструкции методом обратного проецирования. На рисунках хорошо видны артефакты от истинных пиков, имеющие вид протяженных областей интенсивности, направленных вдоль ракурсов сканирования. Указанные артефакты возникают вследствие действия оператора обратного проецирования, согласно которому значение в точке (x, y) реконструированного изображения определяется суммой всех лучевых сумм, проходящих через данную точку.

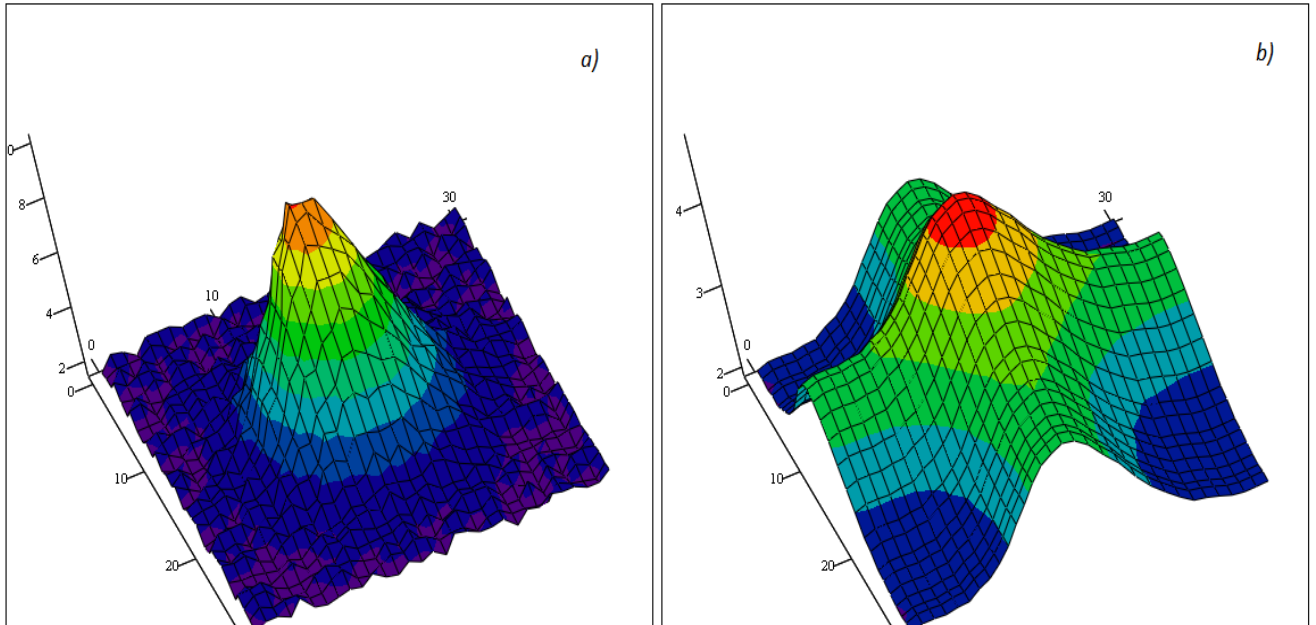


Рисунок.2.2. Фантом-1 (a) и результат его реконструкции (b) методом обратного проецирования $err_1 = 36\%$.

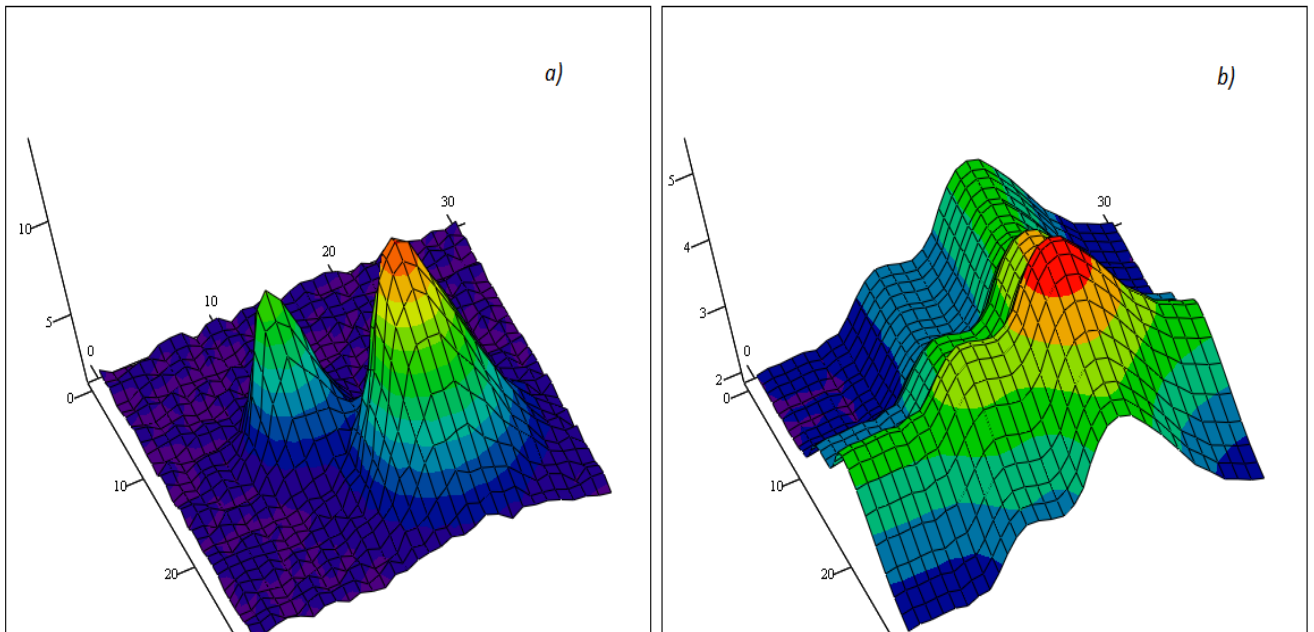


Рисунок.2.3. Фантом-2 (a) и результат его реконструкции (b) методом обратного проецирования $err_2 = 47\%$.

В тоже время шум в фантоме не оказывает заметного влияния на результат реконструкции. Если в случае реконструкции одного Гауссова пика по рисунку 2.2b можно распознать реконструируемый объект, а также определить его параметры, то в случае двух Гауссовых пиков (рис. 2.3b) в лучшем случае

определяются параметры наибольшего пика. Ошибка реконструкции для фантома-1 составляет $err_1 = 36\%$, а для фантома-2 $err_2 = 47\%$. Данный результат показывает, что с увеличением сложности фантома ошибка реконструкции возрастает.

Далее было изучено применение метода фильтрованных обратных проекций, учитывающий ограниченность Фурье спектра [21] к двухракурсной схеме сканирования. На рисунках 2.4-2.5 показан результат работы указанного алгоритма.

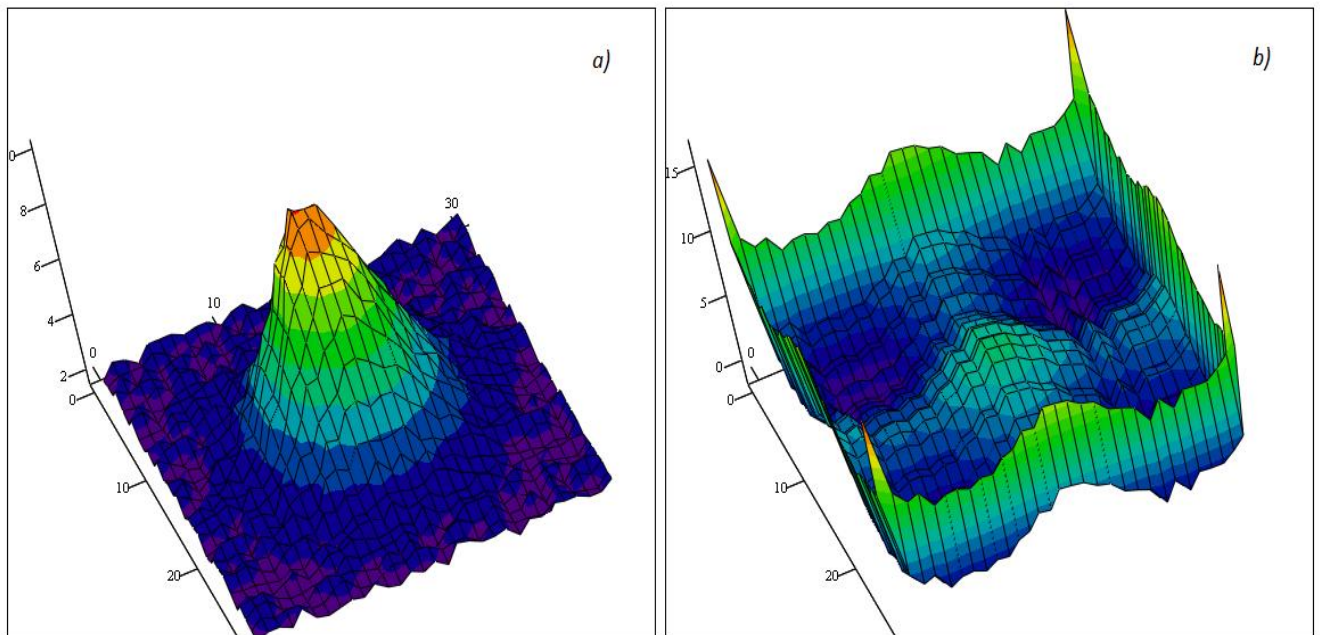


Рисунок 2.4. Фантом-1 (a) и результат его реконструкции (b) методом фильтрованных обратных проекций $err_1 = 94\%$.

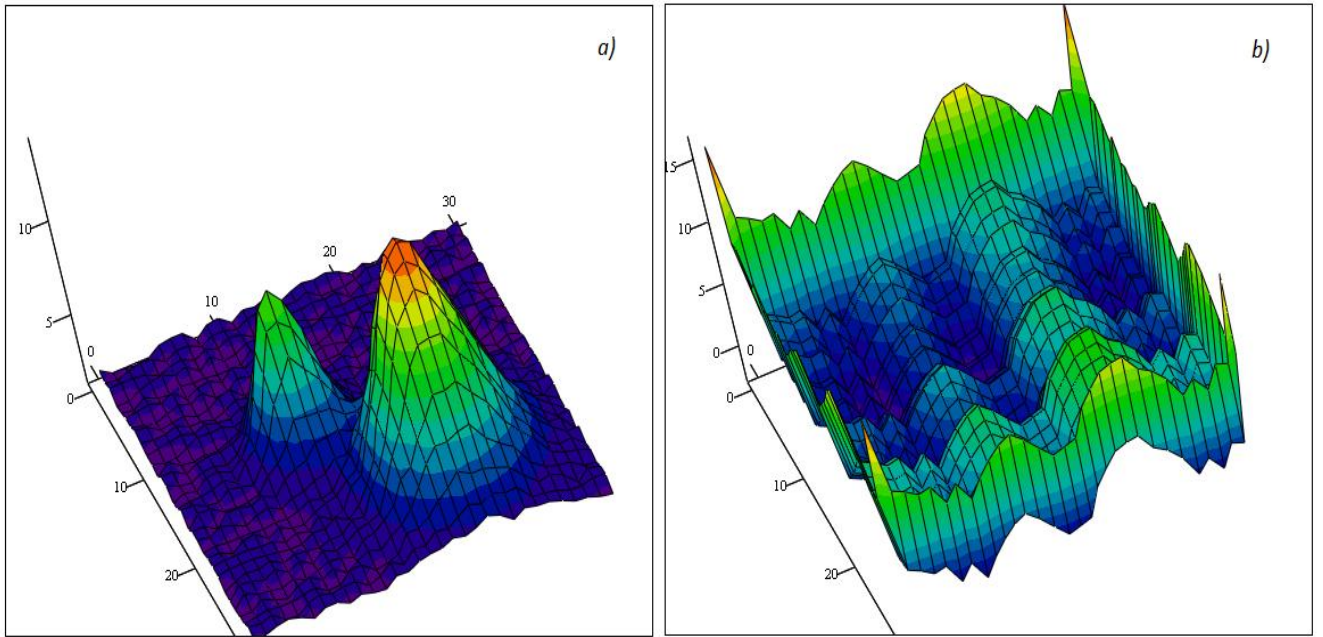


Рисунок 2.5. Фантом-2 (а) и результат его реконструкции (б) методом фильтрованных обратных проекций $err_2 = 87\%$.

Из рисунка видно, что перенормировка лучевых сумм приводит к уменьшению артефактов вблизи пика, но вызывает интенсивный протяженный артефакт по границам области реконструкции. Это связано с тем, что при дискретизации выражения (1.2.2.10) для случая двух ракурсов функция фильтра $h(p)$ примет вид:

$$h(p) = \begin{cases} 0, & \text{если } p - \text{четное} \\ \frac{-1}{\pi d^2 p^2}, & \text{если } p - \text{нечетное} \\ \frac{\pi}{4d^2}, & \text{если } p = 0 \end{cases} \quad (2.2.2)$$

Как можно видеть, наибольшие по модулю значения функция $h(p)$ принимает при значениях $p = 0$ и $p = \pm 1$. При вычислении функции $f(x, y)$ (1.2.2.5), параметр p пробегает все значения в диапазоне $-i \dots N - i - 1$ (N - количество сканирующих лучей, i - номер луча сканирования). Для луча, проходящего через край области сканирования $i = 0$ или $i = N - 1$, во множестве значений p

присутствует только одно из значений $p = 1$ или $p = -1$, а потому значение функции фильтра для этих лучей значительно больше.

Также на рисунках 2.4b-2.5b показано влияние шумов исходных данных, что проявляется как отсутствие гладкости реконструированных фантомов.

Для случая реконструкции двух Гауссовых пиков (рис.2.5) достаточно точно определяется положение меньшего пика, хотя значения его амплитуды и полуширины сильно занижены. Однако отчетливо видны еще два артефактных пика, расположенных в точках пересечения лучей, проходящих через максимумы истинных пиков фантома-2. Ошибки реконструкции фантомов методом фильтрованных обратных проекций для фантома-1 составляет $err_1 = 94\%$, а для фантома-2 $err_2 = 87\%$, что говорит о невозможности применения, в данном некодифицированном виде, исследуемого метода реконструкции в задаче двухракурсной компьютерной томографии.

Также было изучено качество реконструкции при использовании метода свертки [22] в двухракурсной схеме сканирования. Данный метод учитывает все операторы, входящие в обратное преобразование Радона. Принципиально результат реконструкции указанным методом не отличается от реконструкции методом фильтрованных обратных проекций (рис. 2.6-2.7). Погрешность реконструкции фантомов 1 и 2 алгоритмом свертки составляет соответственно $err_1 = 94\%$ и $err_2 = 93\%$. Причина появления краевых артефактов в этом методе аналогична методу фильтрованных обратных проекций. Т.к. после дискретизации функции $q(u)$ (1.2.3.9) она примет вид аналогичный функции фильтра $h(p)$:

$$q(p) = \begin{cases} 0, & \text{если } p - \text{четное} \\ \frac{-1}{\pi^2 d^2 p^2}, & \text{если } p - \text{нечетное} \\ \frac{1}{4d^2}, & \text{если } p = 0 \end{cases} \quad (2.2.3)$$

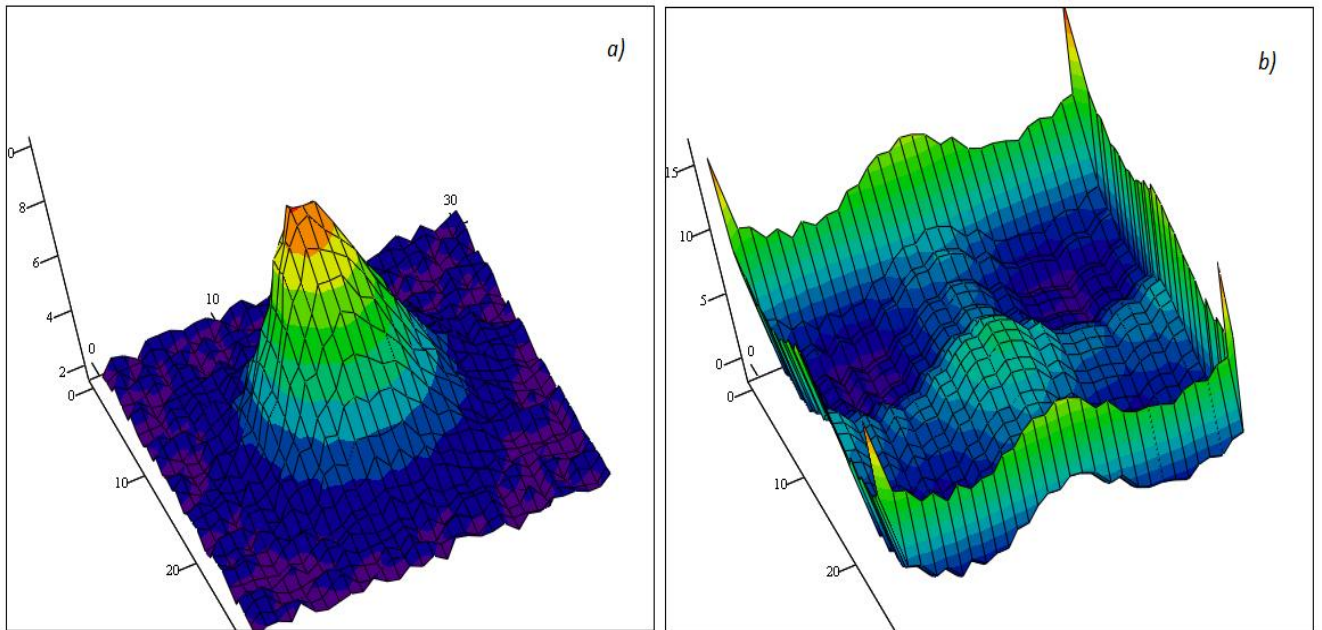


Рисунок 2.6. Фантом-1 (a) и результат его реконструкции (b) методом свертки $err_1 = 94\%$.

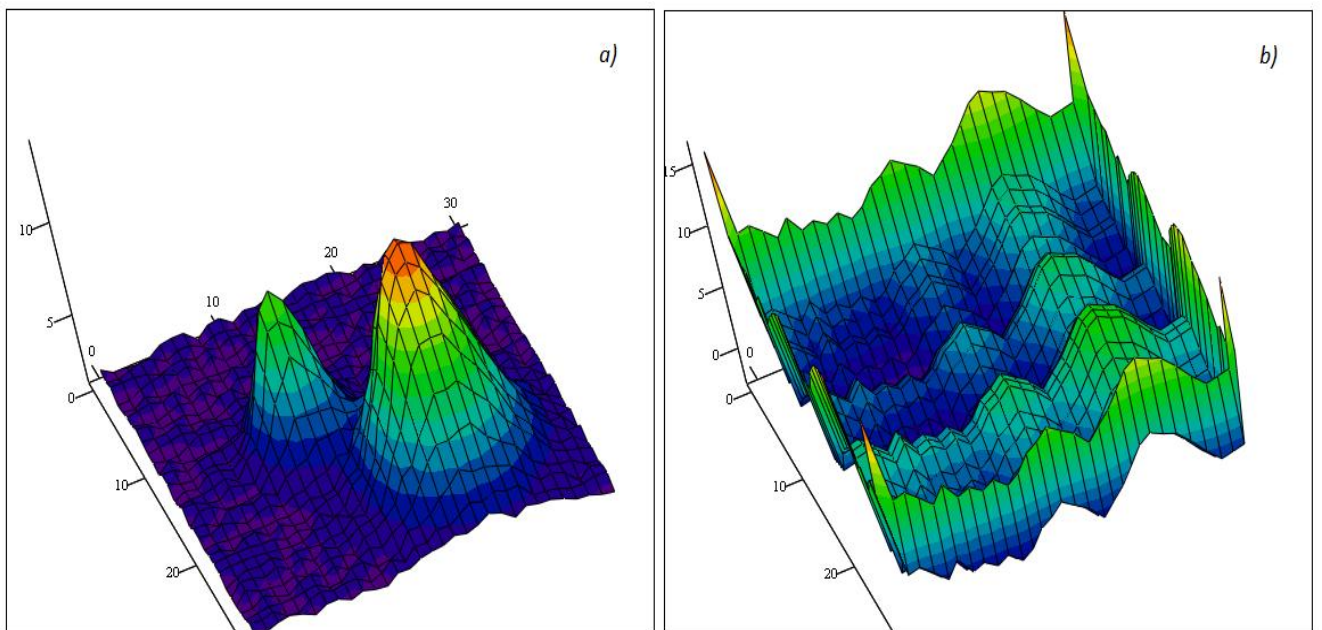


Рисунок 2.7. Фантом-2 (a) и результат его реконструкции (b) методом свертки $err_2 = 93\%$.

Следующий рассмотренный метод - это метод Фурье-синтеза [21]. На рисунках 2.8-2.9 представлен результат его работы. В целом, результат реконструкции аналогичен методам свертки и фильтрованных обратных проекций. На рисунках представлены как краевые артефакты, вызванные

отсутствием компенсации краевых гармоник, так и артефакты в виде протяженных областей от истинных пиков вдоль ракурсов сканирования. При реконструкции фантома-2 (рис. 2.9b) меньший Гауссовый пик восстановился со значительно меньшей амплитудой, по сравнению с предыдущими двумя методами, и оказывается фактически неразличимым на реконструированном фантоме. Кроме того время реконструкции методом Фурье-синтеза в восемь раз превышает время работы алгоритмов свертки и фильтрованных обратных проекций. Ошибки реконструкции рассматриваемых фантомов в данном случае также недопустимо велики и имеют значения $err_1 = 94\%$ и $err_2 = 94\%$ соответственно.

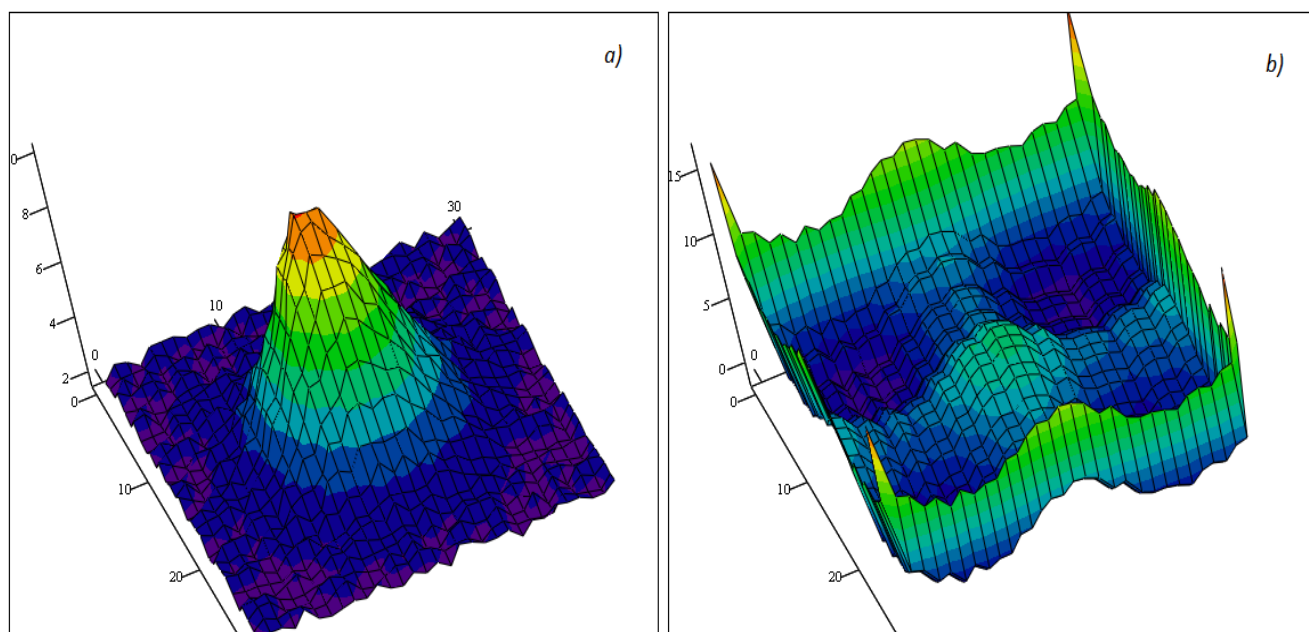


Рисунок 2.8. Фантом-1 (a) и результат его реконструкции (b) методом Фурье-синтеза $err_1 = 94\%$.

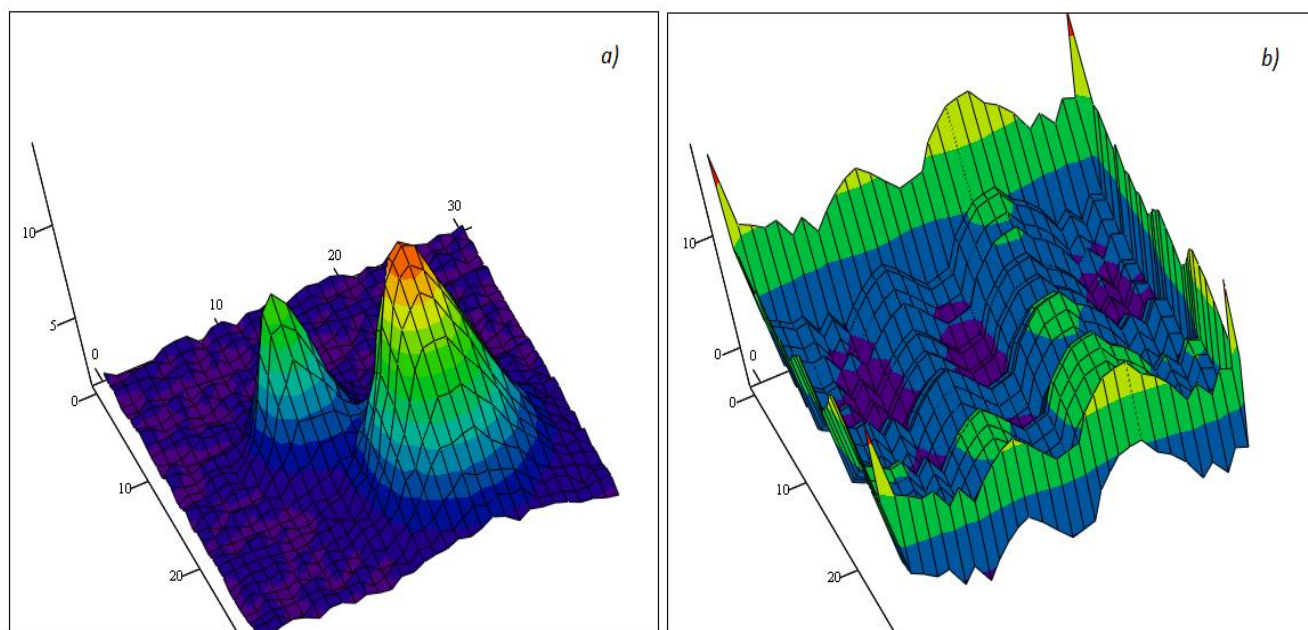


Рисунок 2.9. Фантом-2 (a) и результат его реконструкции (b) методом Фурье-синтеза $err_2 = 94\%$.

Исследование алгебраических методов реконструкции для двухракурсной схемы сканирования проводилось на методе простой итерации [21], методе скорейшего спуска [21] и ART [21]. Результаты реконструкции этими методами оказались схожими, поэтому на рисунках 2.10-2.11 показаны результаты реконструкции только метода ART.

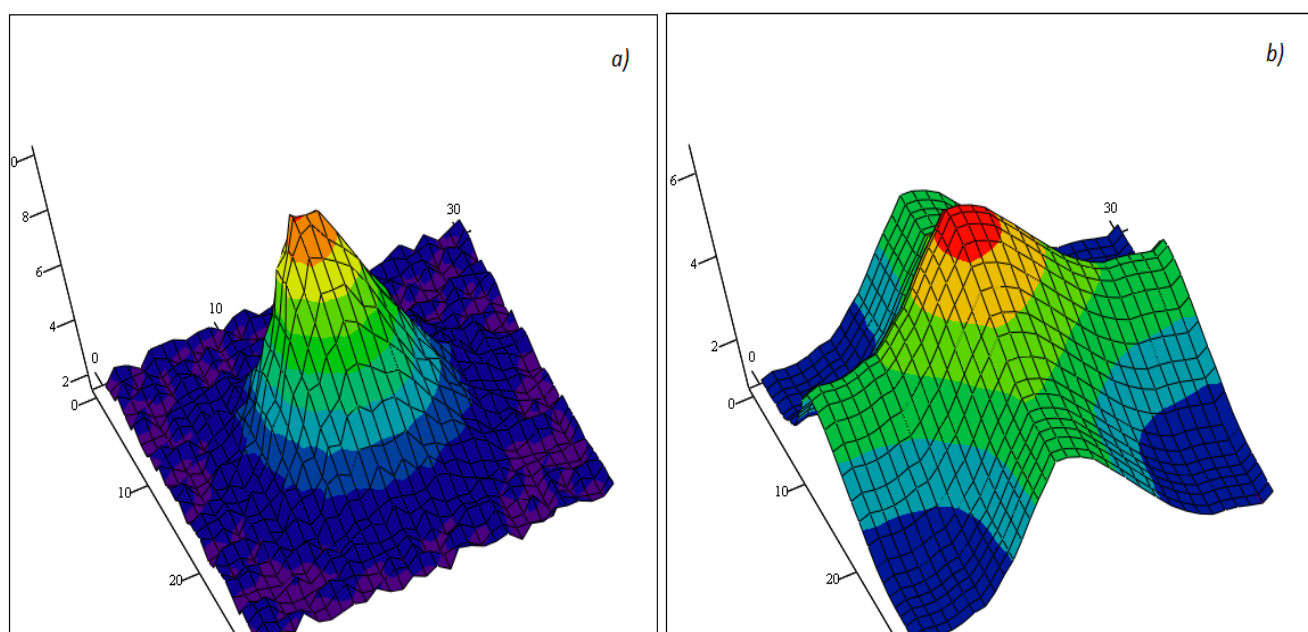


Рисунок 2.10. Фантом-1 (a) и результат его реконструкции (b) методом ART $err_1 = 30\%$.

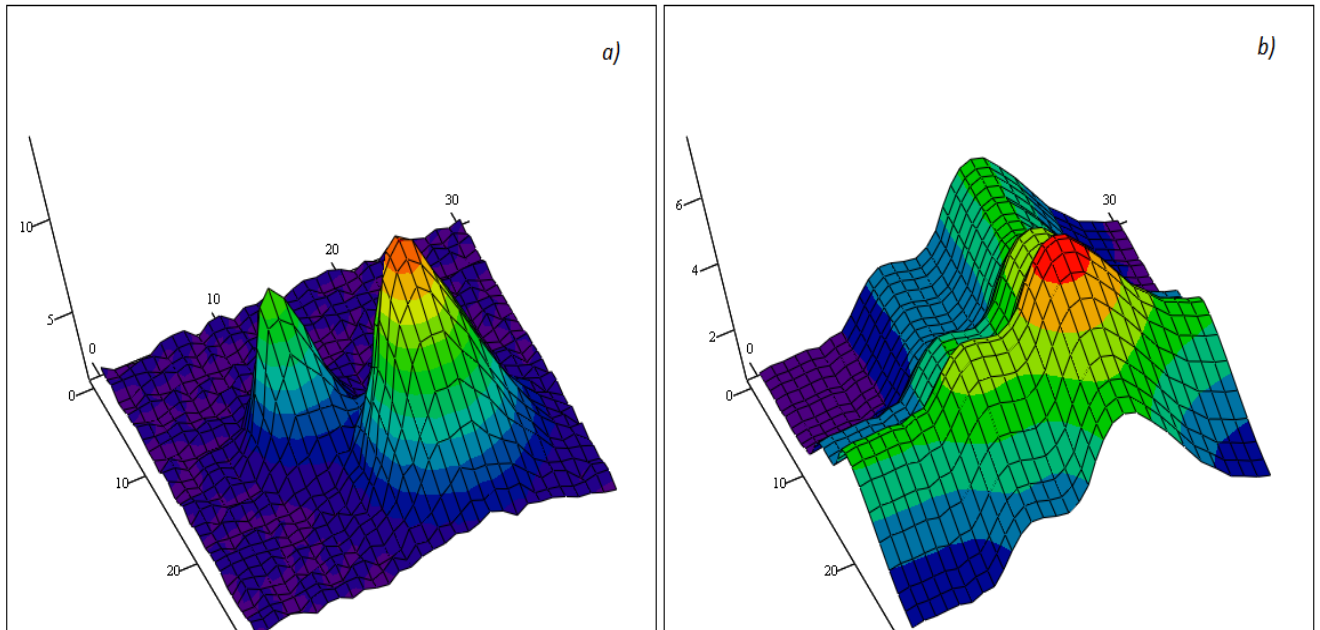


Рисунок 2.11. Фантом-2 (a) и результат его реконструкции (b) методом ART $err_2 = 43\%$.

Как видно из рисунков, результаты реконструкции сравнимы с результатами метода обратного проецирования, но амплитуды и полуширины восстанавливаемых пиков реконструируются с меньшей погрешностью. Погрешности реконструкции методом ART для первого и второго фантома равны соответственно: $err_1 = 30\%$ и $err_2 = 43\%$. Алгебраические методы устойчивы к шумам в исходных данных и проявляют сильные артефакты вдоль ракурсов сканирования (ракурсные артефакты). Кроме того, время реконструкции алгебраическими методами примерно в сто раз превышает время реконструкции методом обратного проецирования. Алгебраические методы (без модернизации), дают наилучший результат реконструкции среди классических методов, но требуют наибольших затрат времени.

Сравнение классических методов томографии для двухракурсной схемы показало, что результаты реконструкции примерно схожи для алгебраических методов и метода обратного проецирования. Алгебраические методы показали наименьшую погрешность реконструкции, но большее время счета. Методы свертки, Фурье-синтеза и фильтрованных обратных проекций также показали схожие результаты реконструкции. Но, метод свертки показал меньшую среди

них погрешность реконструкции и небольшие временные затраты по сравнению с методом Фурье-синтеза. Основной причиной более высокой погрешности этих методов являются краевые артефакты.

Рассмотрим методы свертки и максимума энтропии при веерной схеме сканирования, поскольку именно эта схема может быть реализована в практическом случае для камеры с двумя небольшими оптическими портами (рис. 2.12).

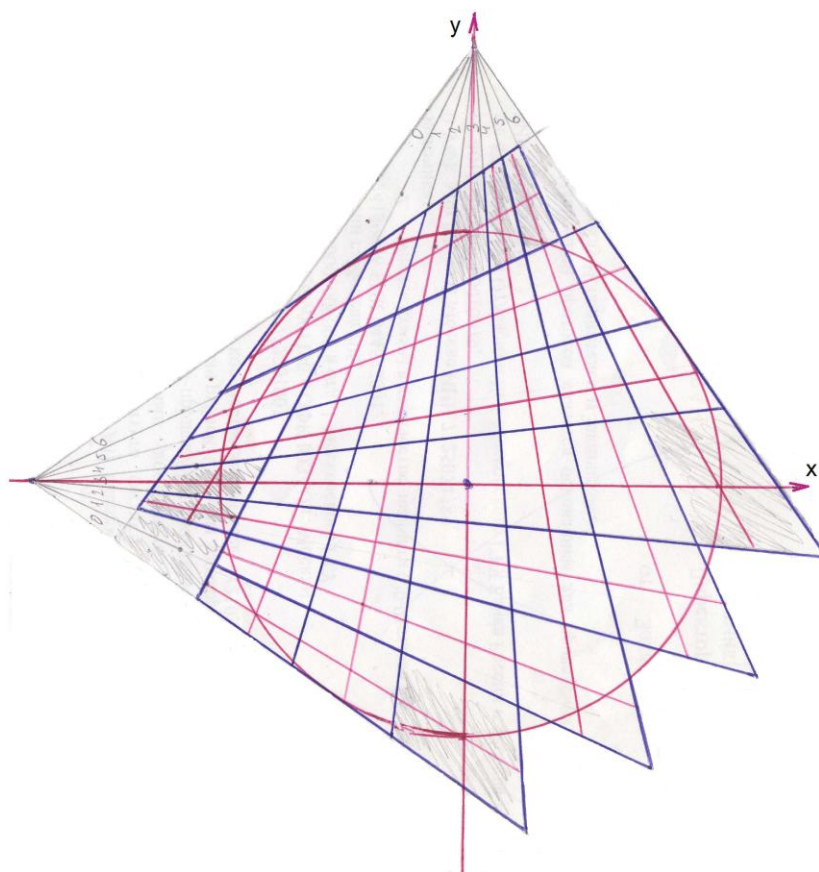


Рисунок 2.12. Геометрия системы регистрации исходных данных в веерном пучке.

В веерной схеме сканирование проводилось вдоль $N = 31$ равноотстоящего луча с фокусом, расположенным на расстоянии $D = 1$ от центра области реконструкции, диаметром $a = 1$. Сканирование проводилось с двух ракурсов, расположенных под прямым углом друг к другу. В результате область сканирования разбивалась на N^2 ячеек, размер которых увеличивается по мере

удаления от веерных фокусов. Для исследования методов реконструкции в веерной схем были выбраны фантом-3, представляющий собой Гауссовый пик (2.1.2) с амплитудой $A=4$, полушириной $\sigma=0,25a$ и координатами центра $(-0.18a, -0.18a)$ (рис. 2.13a). И фантом-4, состоящий из двух Гауссовых пиков с параметрами: амплитудой $A=4$, полушириной $\sigma=0,25a$ и координатами центра $(-0.18a, -0.18a)$ для первого пика и амплитудой $A=6$, полушириной $\sigma=0,15a$ и координатами центра $(0.31a, 0.31a)$ для второго пика, (рис. 2.15a).

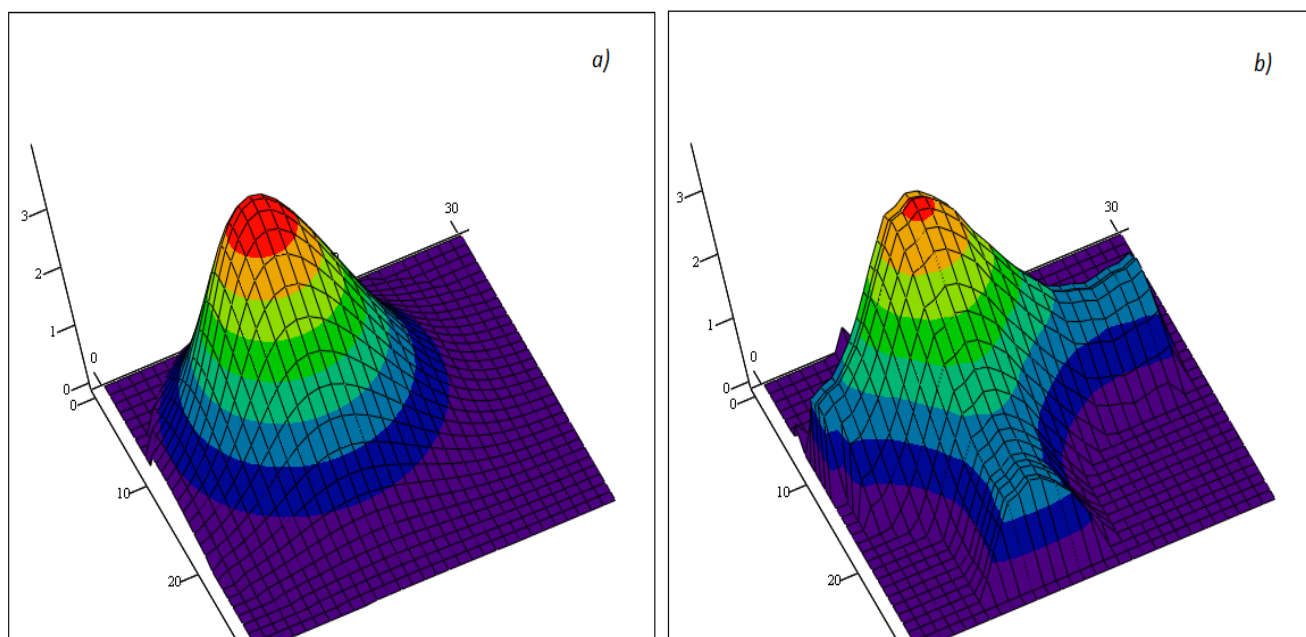


Рисунок 2.13. Фантом-3 (a) и результат его реконструкции (b) методом свертки в веерной схеме сканирования, $\text{err} = 30\%$.

На рисунках 2.13 изображен результат реконструкции этого фантома методом свертки. Также как и в случае параллельной схемы сканирования, на рисунке видны характерные для двухракурсной схемы ракурсные артефакты, величина которых растет по мере удаления от центра реконструированного пика.

Метод максимума энтропии [18] является итерационным методом, поэтому важно определить ошибку реконструкции в зависимости от числа итераций. На рисунке 2.14 изображены результаты реконструкции фантома-3 методом максимума энтропии при различном числе итераций.

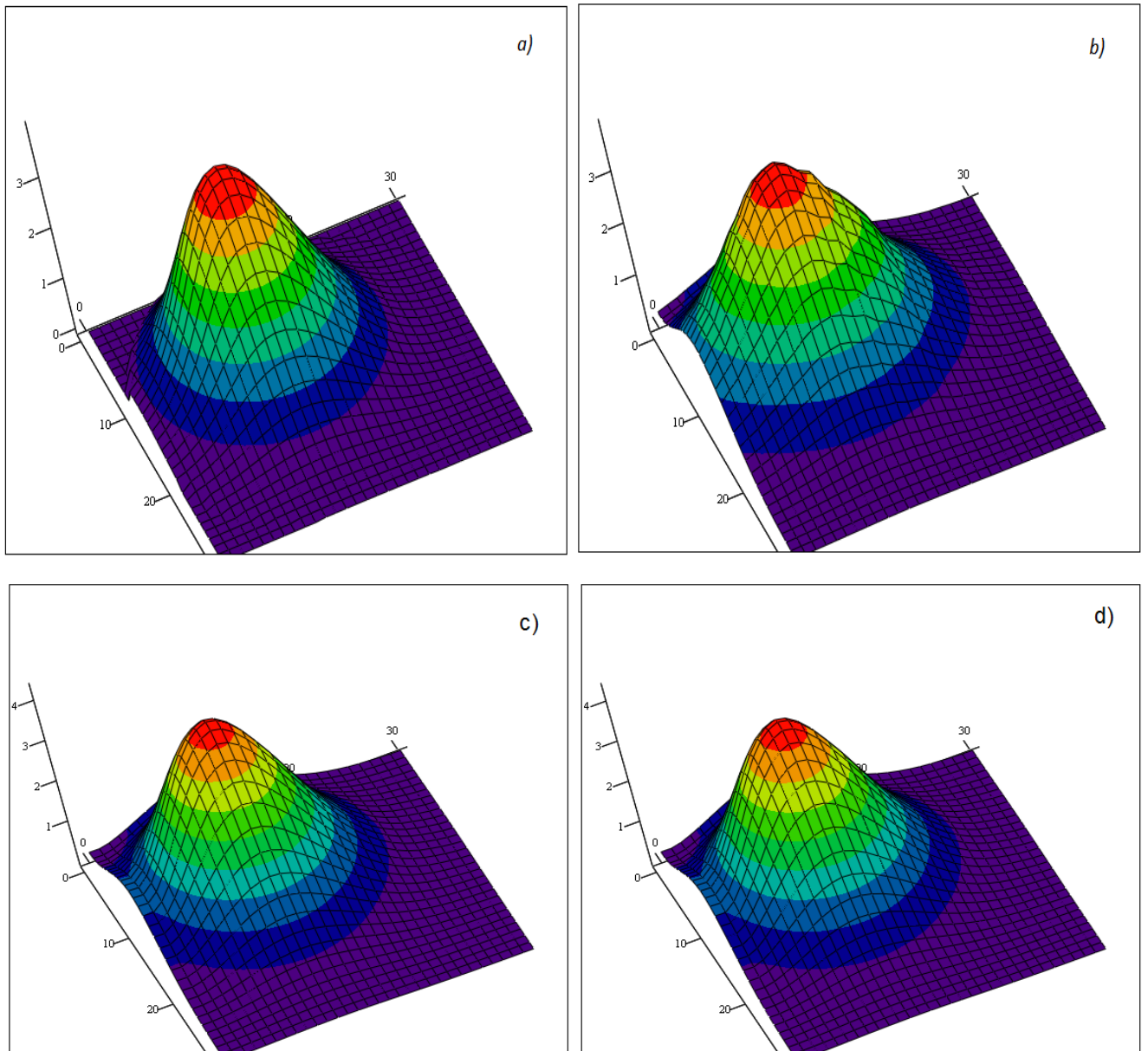


Рисунок 2.14. Фантом-3 (а), результат его реконструкции одной итерацией метода максимума энтропии в верной схеме сканирования, $err_1 = 30\%$ (б), с использованием двух итераций $err_2 = 27,4\%$ (с) и трех итераций $err_3 = 27,7\%$ (д).

Так как метод максимума энтропии определяет реконструируемую функцию в виде произведения, а не суммы операторов соответствующих исследуемому ракурсу, первая итерация сразу дает результат свободный от характерных ракурсных артефактов, проявляемых у выше рассмотренных методов. Из рисунка 2.14б также видно, что произошло увеличение ширины реконструированного пика, а также нарушение его гладкости. Вторая итерация (рис. 2.14с) значительно

улучшила гладкость пика, а также уменьшила его ширину, которая по-прежнему остается завышенной, по сравнению со значением фантома-3. Третья итерация не привела к видимым изменениям в результате реконструкции, в то время как погрешность восстановления увеличилась на 0,3%. Следует также отметить, что переход к каждой следующей итерации увеличивает время реконструкции примерно в десять раз. Если для первой итерации, при расчете на персональном компьютере с двухъядерным процессором E8500, требовалось несколько секунд, для второй несколько минут, то время третьей итерации составляло несколько часов.

Для более детальной оценки работы методов свертки и максимума энтропии в веерном пучке в условиях двухракурсной веерной схемы сканирования был рассмотрен Фантом-4 (рис. 2.15а).

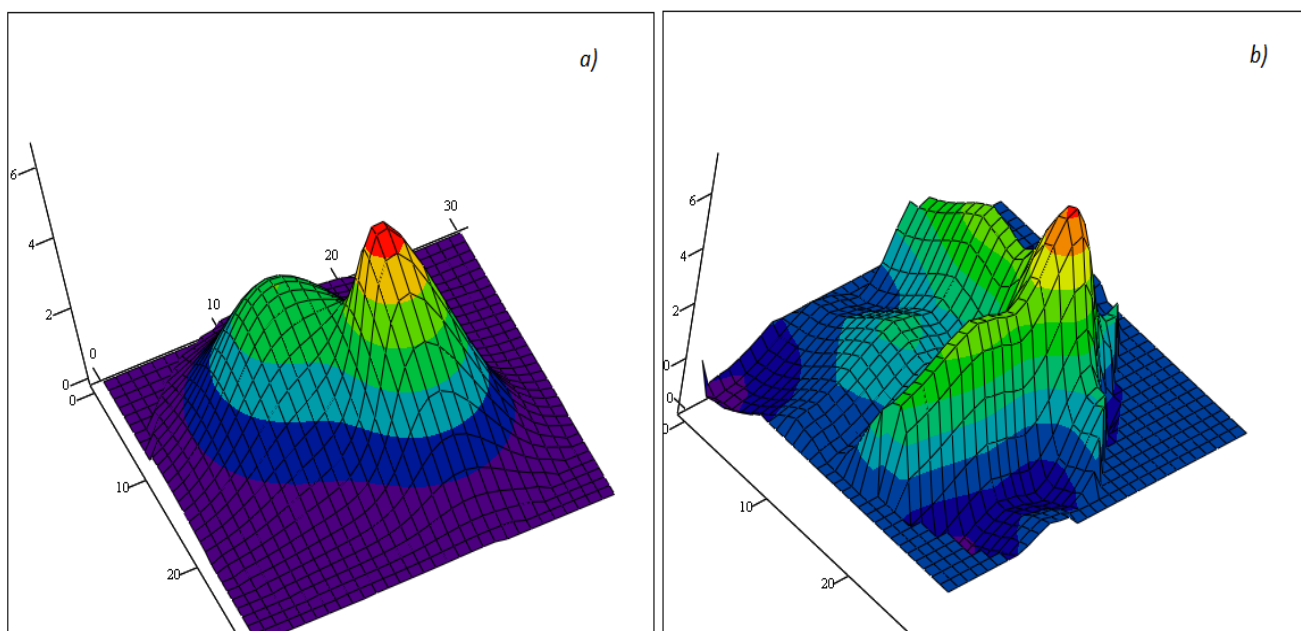


Рисунок 2.15. Фантом-4 (а) и результат его реконструкции (б) методом свертки в веерной схеме сканирования, $err = 59\%$.

На рисунке 2.15b изображен результат реконструкции фантома-4 методом свертки. В результате работы алгоритма был сильно подавлен пик меньшего объема и занижена ширина обоих пиков. Несмотря на то, что положения каждого пика достаточно хорошо определяется из рисунка, значения координат пиков примерно на размер ячейки отличаются от координат, заданных в фантоме-4.

На рисунке 2.16 представлены результаты реконструкции фантома-4 классическим методом максимума энтропии при одной, двух и трех итерациях соответственно.

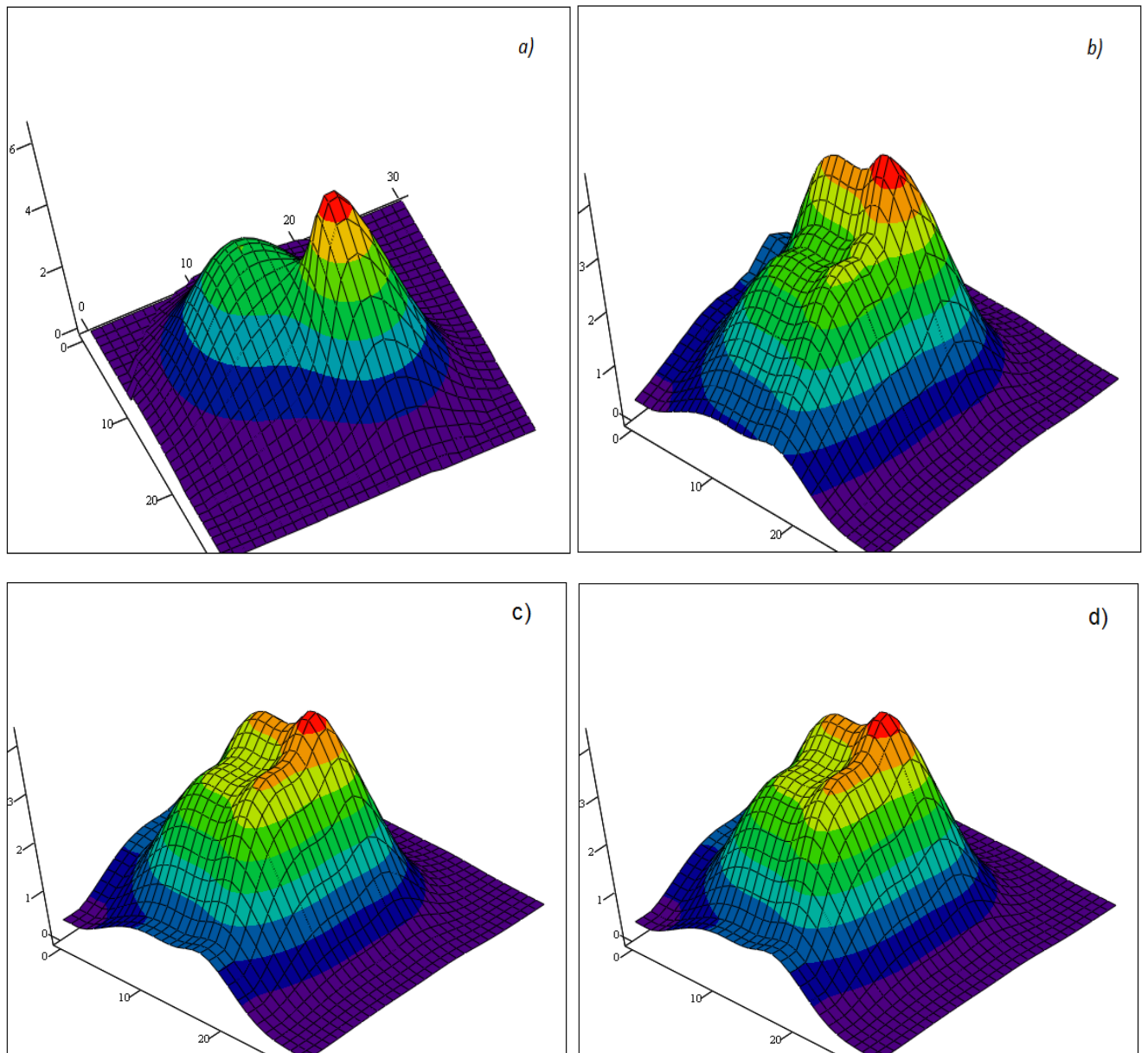


Рисунок 2.16. Фантом-4 (а), результат его реконструкции одной итерацией метода максимума энтропии в веерной схеме сканирования, $err_1 = 45,4\%$ (b), с использованием двух итераций $err_2 = 46,4\%$ (c) и трех итераций $err_3 = 46,2\%$ (d).

Как и в случае фантома-3 увеличение итераций приводит к незначительному увеличению гладкости реконструируемого объекта, но при этом к резкому увеличению времени работы алгоритма. Работа алгоритма привела к

объединению обоих пиков в одну обширную область, меньший по объему пик в которой фактически не выделяется, несмотря на более низкую ошибку реконструкции по сравнению с методом свертки.

Таким образом, при реконструкции данных с двух ракурсов классическим методом максимума энтропии одиночные пики восстанавливаются без присущих другим методам артефактов. При этом происходит увеличение ширины и уменьшение амплитуды реконструированного фантома. В случае реконструкции, представляющей собой суперпозицию нескольких элементарных неоднородностей, происходит их объединение в одну протяженную область, меньшие по объему пики в которой перестают быть различимыми. Также, было показано, что увеличение количества итераций в методе максимума энтропии приводит к значительному росту времени реконструкции, при этом качество восстановления улучшается незначительно. Поэтому, в большинстве случаев достаточно ограничиться использованием первой или второй итерацией при использовании алгоритма максимума энтропии.

Метод свертки лучше проявляет себя при реконструкции объектов, состоящих из нескольких элементарных неоднородностей, положение которых, а также параметры пиков лучше определяются по сравнению с методом максимума энтропии.

Однако, как показало сравнительное исследование, все классические методы томографической реконструкции дают неприемлемо большую ошибку двухракурсной томографии фантомов и требуют модернизации, учитывающей особенности объекта реконструкции.

2.3 Алгоритм реконструкции, позволяющий удалять артефакты

Основными артефактами, наблюдаемыми при реконструкции, являются краевые артефакты (резкие неоднородности вдоль границы области реконструкции) и ракурсные (имеющие вид валов, продолжающих реконструируемые пики, вдоль ракурсов сканирования). Для удаления краевых и уменьшения ракурсных артефактов из области реконструкции, для принятой модели неоднородностей, было предложено выделение однородного поля интенсивности (фона) и априорная информация об амплитуде шума (динамическом диапазоне сигнала) в исходных данных. Величину фона можно определить как:

$$F_f = \frac{\min(p_i)}{d_{\min(p_i)}}, \quad (2.3.1)$$

где $\min(p_i)$ - минимальное значение лучевой суммы, а $d_{\min(p_i)}$ - длина луча, соответствующая этому значению.

Таким образом, в соответствии с принятой 2D-моделью поля неоднородностей, выделение плоского однородного поля (фона) и надстроенных на нем элементарных неоднородностей производится следующим образом:

Вычитая значения лучевых сумм, отвечающих однородному полю

$$p_i^f = F_f \cdot d_i \quad (2.3.2)$$

из исходных лучевых сумм

$$p'_i = p_i - p_i^f \quad (2.3.3)$$

получаем лучевые суммы, описывающие единичные («элементарные») пространственные неоднородности плотности частиц.

Далее, обладая априорной информацией о величине шума в исходных данных, можно ввести обнуляющий фильтр, т.е. обнулять значения в тех пересекаемых лучом ячейках области реконструкции, для которых лучевая сумма меньше величины шума g . На рисунках 2.17-2.20 показан результат работы характерных,

по качеству реконструкции, алгоритмов в параллельной схеме сканирования с учетом применения обнуляющего фильтра.

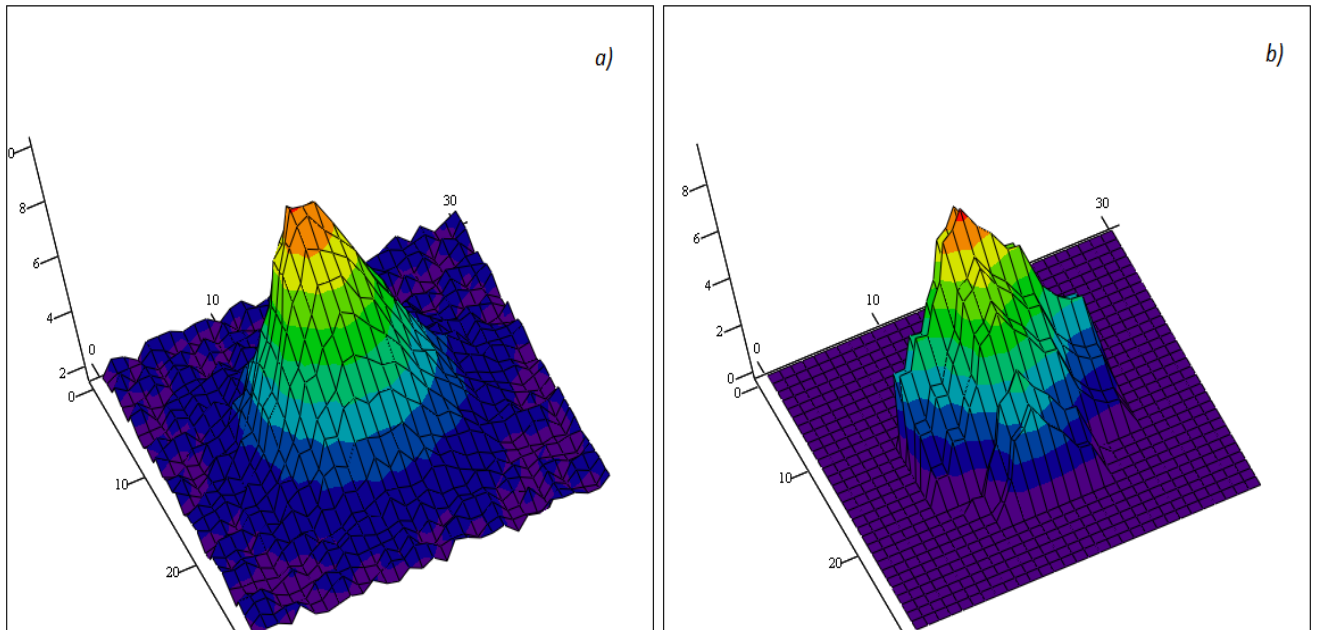


Рисунок 2.17 Фантом-1 (a) и результат его реконструкции (b) методом свертки с использованием обнуляющего фильтра $err = 28\%$.

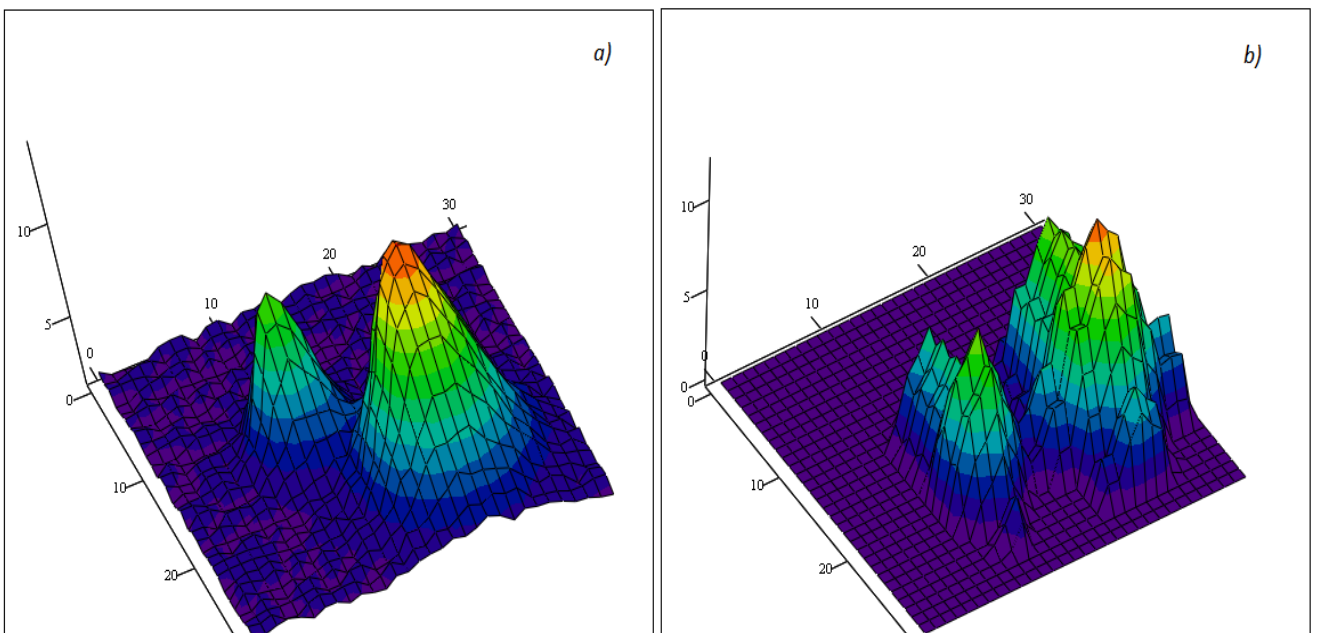


Рисунок 2.18 Фантом-2 (a) и результат его реконструкции (b) методом свертки с использованием обнуляющего фильтра $err = 57\%$.

Т.к. величина фона в рассматриваемых фантомах определялась с погрешностью менее 1%, на рисунках представлены реконструкции фантомов без

учета фонового значения (т.е. выделенные элементарные неоднородности). Погрешность реконструкции также вычислялась по формуле (2.2.1), без учета фонового значения, что более адекватно оценивает качество реконструкции элементарных неоднородностей.

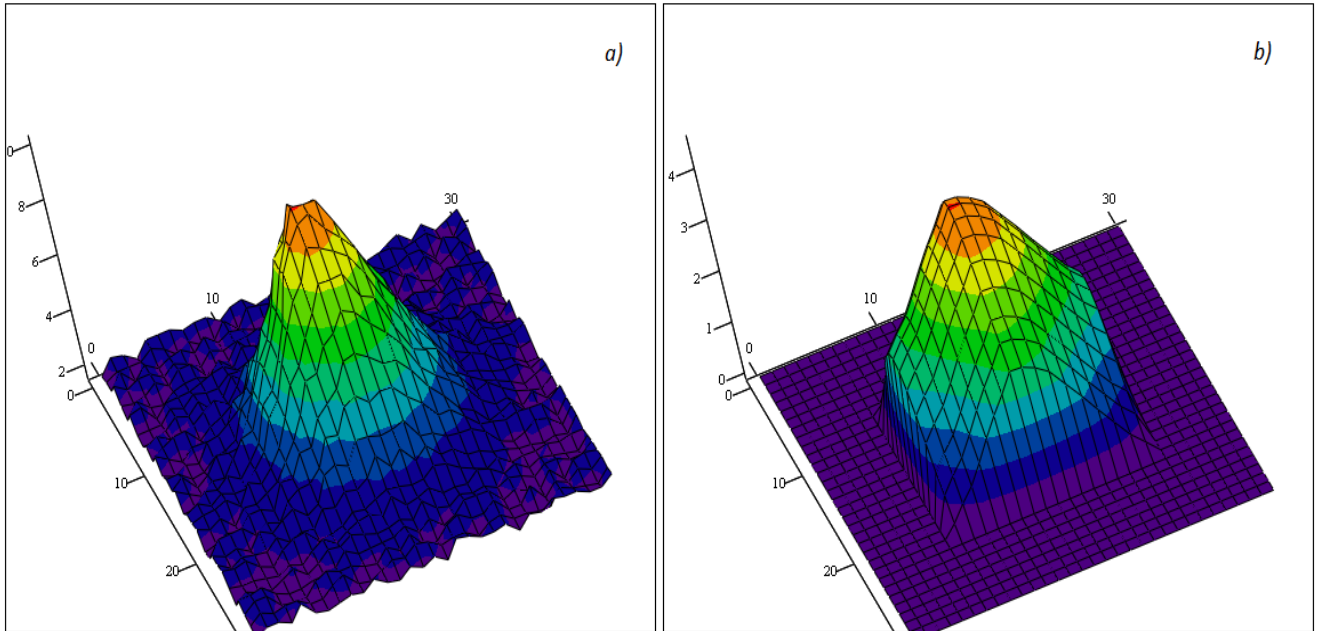


Рисунок 2.19 Фантом-1 (a) и результат его реконструкции (b) методом ART с использованием обнуляющего фильтра $err = 23\%$.

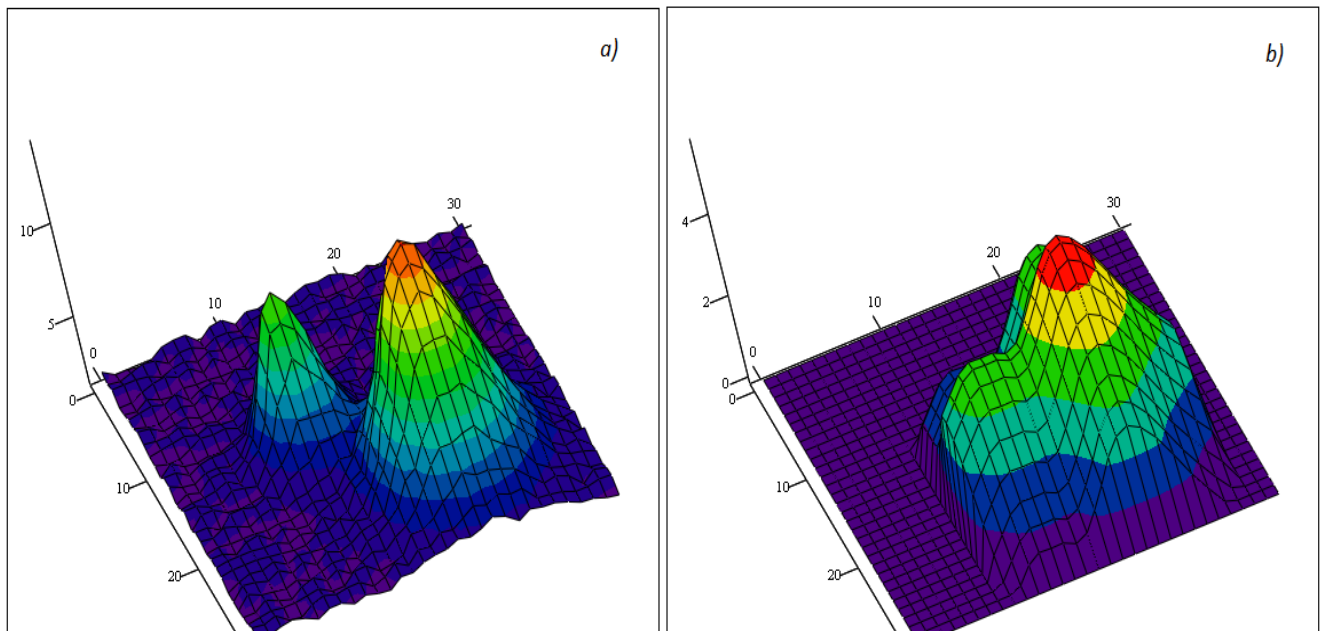


Рисунок 2.20 Фантом-2 (a) и результат его реконструкции (b) методом ART с использованием обнуляющего фильтра $err = 48\%$.

Как можно видеть, действие обнуляющего фильтра значительно улучшило качество реконструкции для фантома-1, представленного в виде одиночного Гауссова пика. Для фантома-2 результаты реконструкции, несмотря на уменьшение погрешности, остаются неудовлетворительными. Как шумы, так и факт поглощения Гауссова пика с меньшим объемом артефактными пиками по-прежнему имеет место. Сравнения методов свертки и метода фильтрованных обратных проекций показало, что метод свертки дает более точные значения амплитуды и полуширины определяемых пиков.

На рисунках 2.21-2.22 изображен результат реконструкции фантома-3 и фантома-4 методом свертки в веерной геометрии с учетом обнуляющего фильтра.

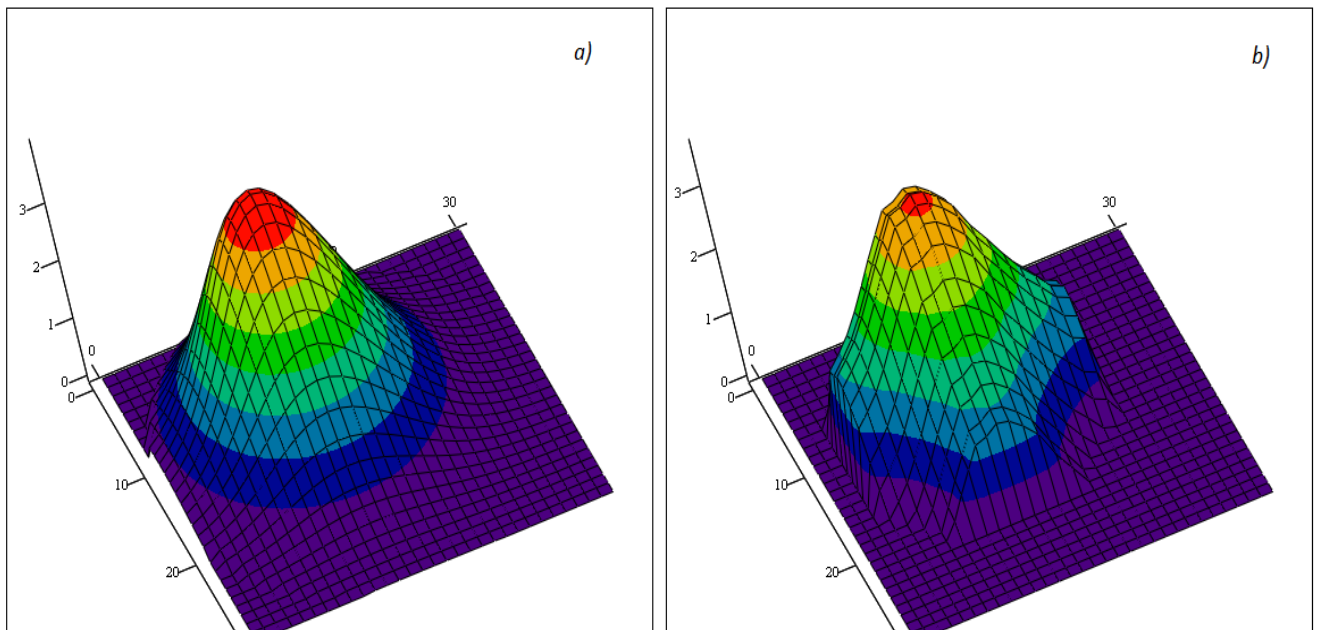


Рисунок 2.21. Фантом-3 (а) и результат его реконструкции (б) методом свертки в веерной геометрии с использованием обнуляющего фильтра $err = 21\%$.

Как и для случая сканирования в параллельных лучах использование обнуляющего фильтра в веерной геометрии томографической съемки приводит к значительному снижению ошибки реконструкции. Ракурсные артефакты, хотя и в меньшей степени, остаются заметны и после применения обнуляющего фильтра.

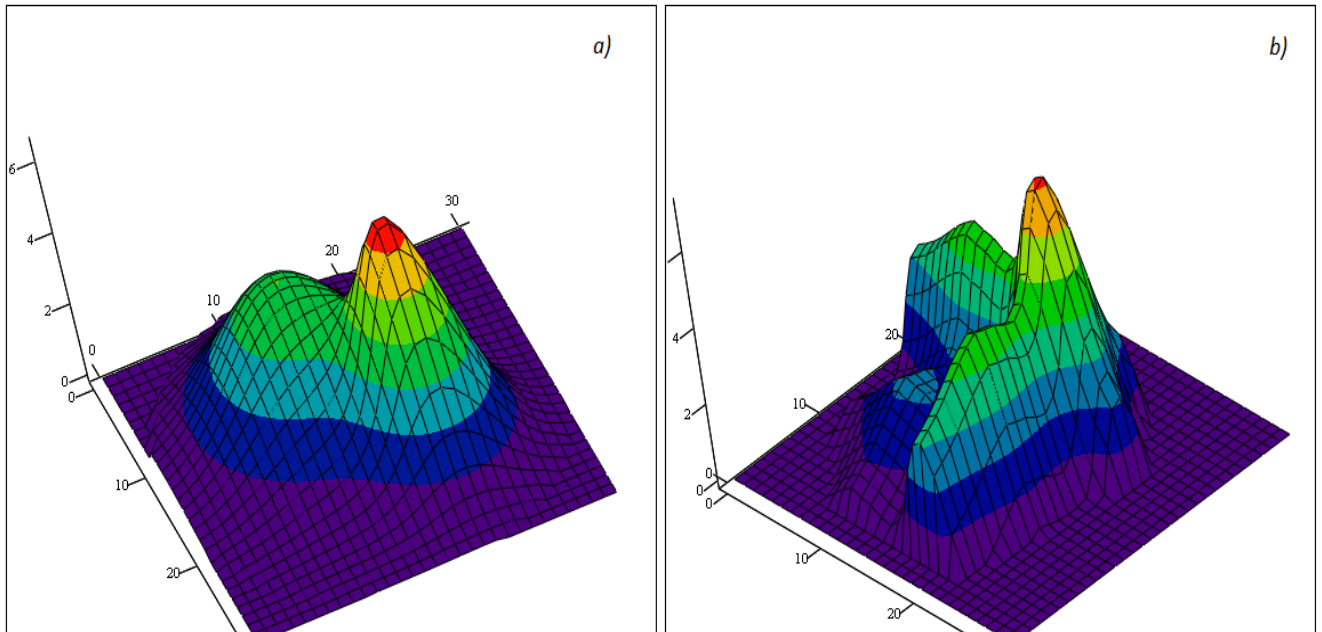


Рисунок 2.22. Фантом-4 (а) и результат его реконструкции (б) методом свертки в веерной геометрии с использованием обнуляющего фильтра $err = 56\%$.

В результате анализа качества реконструкции фантомов в качестве базовых алгоритмов были выбраны метод свертки с обнуляющим фильтром и метод максимума энтропии, как наиболее перспективные методы в качестве начальной реконструкции при разработке алгоритма двухракурсной компьютерной томографии плазменных неоднородностей.

Метод свертки проявил себя как более быстрый по сравнению с методом Фурье-синтеза, и в результате реконструкции он дает более точные значения в определении амплитуды и полуширины пиков по сравнению с методом фильтрованных обратных проекций и методом максимума энтропии.

Алгебраические методы оказались значительно медленнее, для того, чтобы использовать их в качестве промежуточного этапа в создании алгоритма реконструкции.

Метод обратного проецирования, несмотря на простоту реализации и скорость, даже при учете мультипликативной нормировки примерно в два раза занижает амплитуду и увеличивает полуширину реконструируемых фантомов.

Преимуществом метода максимума энтропии является отсутствие ракурсных и краевых артефактов при реконструкции, в силу его мультипликативности, а также изначально качественная реконструкция одиночных элементарных неоднородностей. Недостатком этого метода является поглощение меньших по объему пиков более крупными и более значительная, по сравнению с методом свертки, ошибка в определении параметров реконструированных пиков.

Предложенный в настоящей работе базовый алгоритм двухракурсной томографической реконструкции последовательно вычленяет «элементарные» пики, начиная с неоднородности с максимальной амплитудой. Весьма важно, что при этом наблюдается исчезновение (или значительное уменьшение) артефактов, вызванных вычленяемыми пиками, при последовательном вычитании их вкладов в лучевые суммы томограммы. Конкретная реализация описывается следующими шагами:

Шаг 1. Определение фона F_f .

- Определение минимального значения отношения лучевой суммы p_i к длине соответствующего луча d_i . (уровня фона) $f_f = \min(p_i / d_i)$.
- Вычитание лучевых сумм, соответствующих фону из исходных лучевых сумм. $p'_i = p_i - F_f d_i$.

Шаг 2. Определение параметров наибольшего по амплитуде пика.

- Первоначальная реконструкция данных по лучевым суммам p'_i одним из классических методов (свертка, максимум энтропии).
- Определение амплитуды максимального пика A_i , его ширины σ_i и координаты вершины (x_i, y_i) .

Шаг 3. Удаление из набора томографических данных максимального по амплитуде пика A_i .

- Составление лучевых сумм p_{p_i} , соответствующих пику, параметры которого были найдены на предыдущем шаге.
- Вычитание из лучевых сумм p'_i лучевых сумм p_{p_i} , соответствующих максимальному по амплитуде пику. $p''_i = p'_i - p_{p_i}$, т. е. вклада этого пика в исходные данные.

Шаг 4. Проверка условия дальнейшего вычленения пиков.

- Повторная реконструкция данных, по лучевым суммам p''_i , одним из классических методов (свертка, максимум энтропии) и определение амплитуды текущего максимального пика A_i .
- Если амплитуда вновь найденного пика меньше установленного значения (определяется амплитудой шума), то дальнейшее определение параметров пиков прекращается, и происходит переход на **Шаг 5**.
- Если амплитуда найденного пика больше установленного значения, то лучевые суммы p'_i заменяются на p''_i , и осуществляется переход на **Шаг 2**.

Шаг 5. Последовательное итерационное улучшение параметров всех найденных пиков с целью минимизации среднеквадратичного отклонения в значениях лучевых сумм, составленных по найденным пикам. p_{p_i} от свободных от фона лучевых сумм $p_i - F_f d_i$.

На рисунке 2.23а изображен фантом, состоящий из двух неперекрывающихся Гауссовых пиков разной амплитуды и результат его реконструкции методом свертки (2.23b) (Шаг 1 - Шаг 2). На рисунке хорошо видны как ракурсные артефакты, так и фантомные пики, являющиеся результатом работы оператора обратного проецирования, входящего в алгоритм свертки, согласно которому значение функции в точке равно сумме всех лучей, проходящих через данную точку. На рисунке 2.23с показан результат

реконструкции методом свертки после вычитания лучевых сумм соответствующих наибольшему пику, параметры которого были определены по результатам начальной реконструкции, из исходных лучевых сумм (Шаг 3 - Шаг 4). Как можно видеть из рисунка, удаление пика привело к практически полному удалению артефактов, вызванных этим пиком.

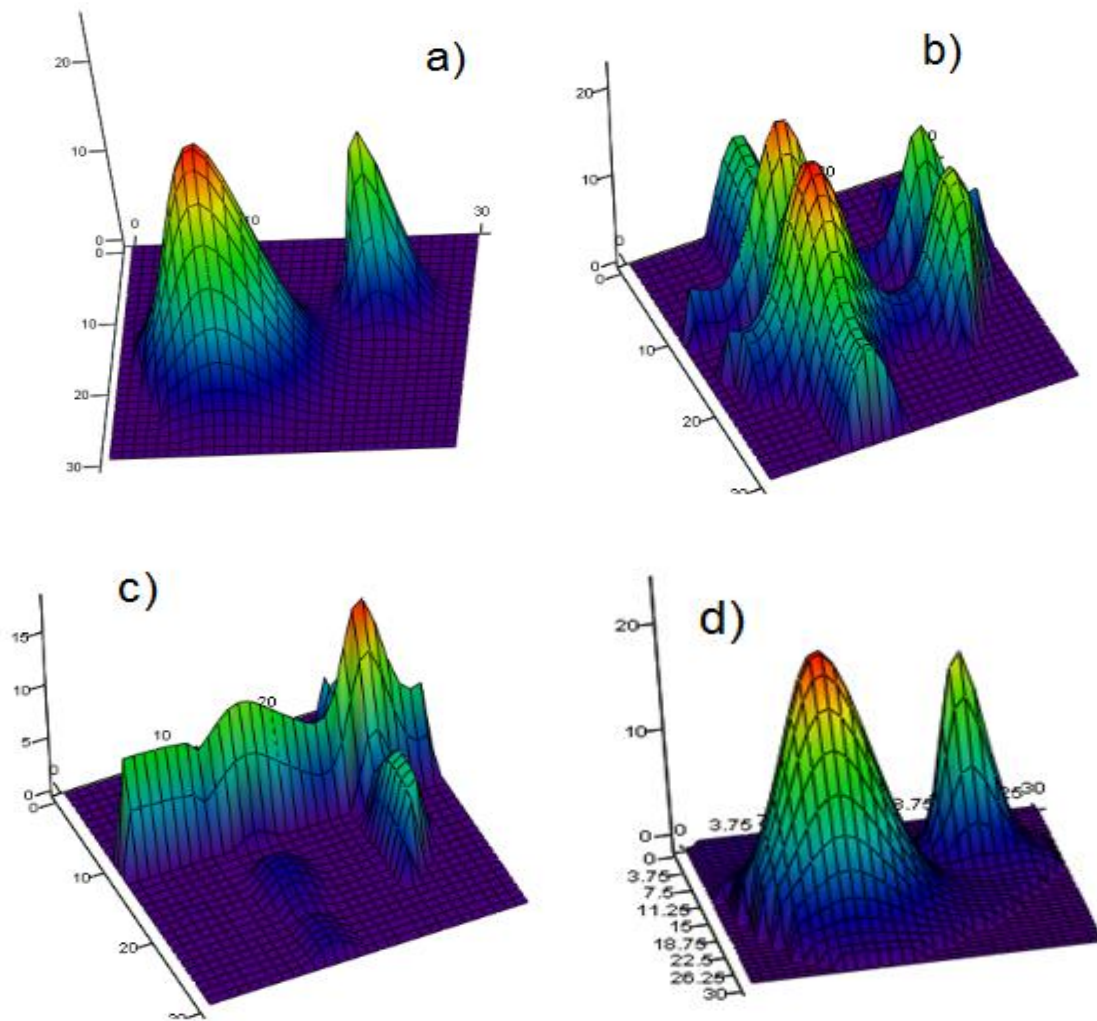


Рисунок 2.23 Исходный фантом (a), его первоначальная реконструкция методом свертки.(b), результат реконструкции методом свертки после удаления из начальных лучевых сумм значений, соответствующих максимальному найденному пику (c) и окончательный результат реконструкции (d).

Небольшой пик, а также небольшие ракурсные артефакты, оставшиеся на месте вычтенного пика, объясняются тем, что параметры вычитаемого пика были определены с некоторой погрешностью, что привело к неполному удалению его

вклада из исходных лучевых сумм. Повторное определение параметров реконструированного пика (Шаг 2 - Шаг 4), а также итерационное улучшение параметров (Шаг 5) двух найденных пиков привело к результату, изображенному на рисунке 2.23d, где погрешность реконструкции составляет менее двух процентов. В то время как реконструкция классическим алгоритмом свертки (рис. 2.23b) дает ошибку 47%.

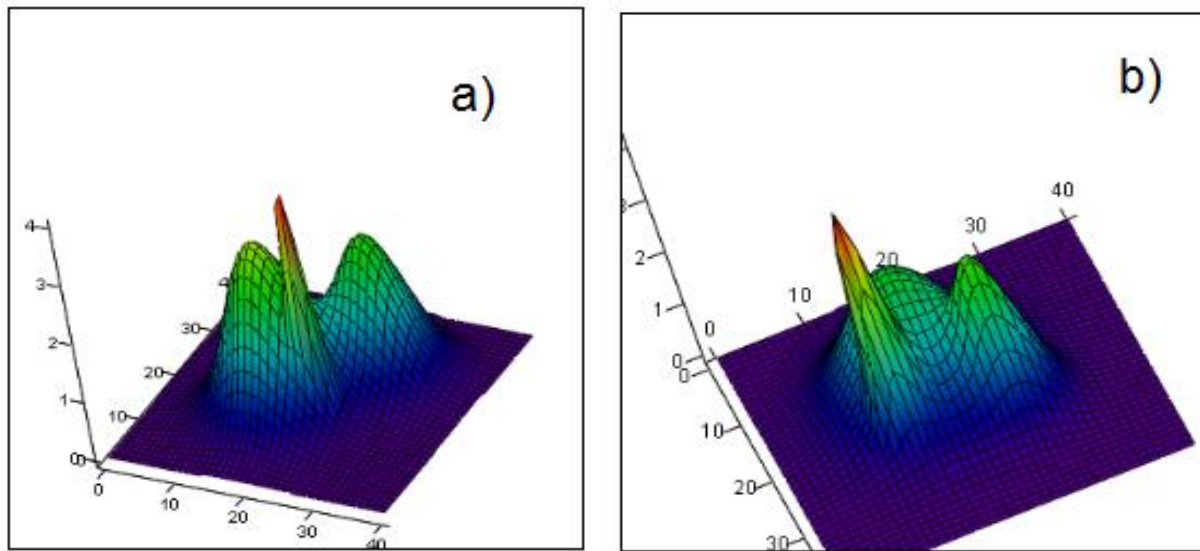


Рисунок 2.24 Фантом (a) и результат его реконструкции описанным выше алгоритмом (b) $err = 6,3\%$.

Для иллюстрации метода была проведена реконструкция более сложного фантома, состоящего из трех перекрывающихся Гуссовых пиков (рис. 2.24a). Среднеквадратичная погрешность реконструкции данного фантома (рис. 2.24b) составляет 6,3%.

Этот алгоритм двухракурсной реконструкции был протестирован и в веерной схеме сканирования. Было установлено, что уменьшение артефактов тем значительнее, чем точнее определены параметры вычленяемого пика. Алгоритм прекрасно показал себя для реконструкции простого фантома, состоящего из двух неперекрывающихся пиков различной амплитуды, и показал значительное улучшение качества реконструкции, по сравнению с классическими методами, для более сложных фантомов.

2.4 Экспериментальные ограничения, накладываемые на алгоритмы реконструкции и способы их преодоления

При томографическом сканировании в плазмохимическом реакторе низкотемпературной плазмы необходимо учитывать ряд экспериментальных особенностей, влияющих на качество реконструкции распределения частиц плазмы по сечению реактора.

2.4.1 Измерение интенсивности через окно оптического порта

При веерной схеме сканирования, только центральный луч ракурса падает на стекло оптического порта нормально, в то время как другие лучи имеют некоторый, отличный от нуля, угол падения. Наличие угла падения приводит к параллельному сдвигу луча на величину

$$d = H \sin \alpha \left(1 - \frac{n_1 \cos \alpha}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right) \quad (2.4.1)$$

(рис. 2.25). Смещение луча может привести к тому, что в лучевую сумму, соответствующую данному углу сканирования (отмечен пунктиром), могут не попасть частицы ему соответствующие, а внесут вклад частицы, соответствующие соседнему углу сканирования.

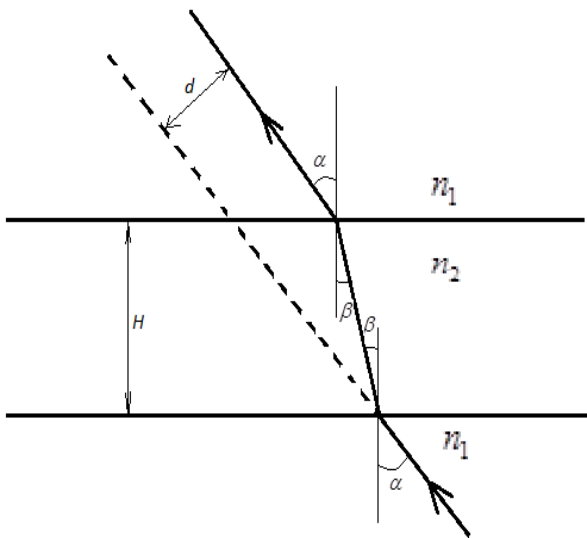


Рисунок 2.25 Схема смещения луча при падении на плоскопараллельную пластину.

При наклонном падении луча, также зависящим от угла становится и коэффициент отражения [105]:

$$\rho_{\perp} = \left(\frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} \right)^2 \quad \rho_{\parallel} = \left(\frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta} \right)^2. \quad (2.4.2)$$

Для случая, когда излучение не поляризовано, полный коэффициент отражения можно вычислить по формуле:

$$\rho = \frac{1}{2} (\rho_{\perp} + \rho_{\parallel}). \quad (2.4.3)$$

Рассмотренные выше особенности эксперимента не только изменяют интенсивность излучения, внося погрешность в определения плотности частиц плазмы, но и делают ее зависящей от полярного угла ракурса при веерной схеме сканирования.

2.4.2 Учет ослабления интенсивности, как функция расстояния от точечного источника

В большинстве работ, посвященных компьютерной томографии, рассматривается вариант абсорбционной томографии, где детектор фиксирует прошедшие через среду коллимированные пучки стороннего излучения. В случае же эмиссионной томографии, когда излучателями являются непосредственно частицы исследуемой среды, необходимо учитывать фактор изменения интенсивности излучения с расстоянием.

Исследуемая плазма не является самопоглощающей средой, однако при регистрации линейных интегралов интенсивности (лучевых сумм) следует учитывать, что излучающими центрами являются атомы и ионы, представляющие собой точечные источники света. Излучение частиц плазмы является спонтанным стохастическим излучением в диапазон углов 4π [101].

Через любую замкнутую поверхность, охватывающую точечный источник, в отсутствие поглощения средой, должно проходить одно и тоже количество энергии испускаемого точечным источником излучения. Таким образом, количество излучения, попадающего на входную апертуру детектора зависит от расстояния до источника излучения. Учтем этот факт в методе максимума энтропии.

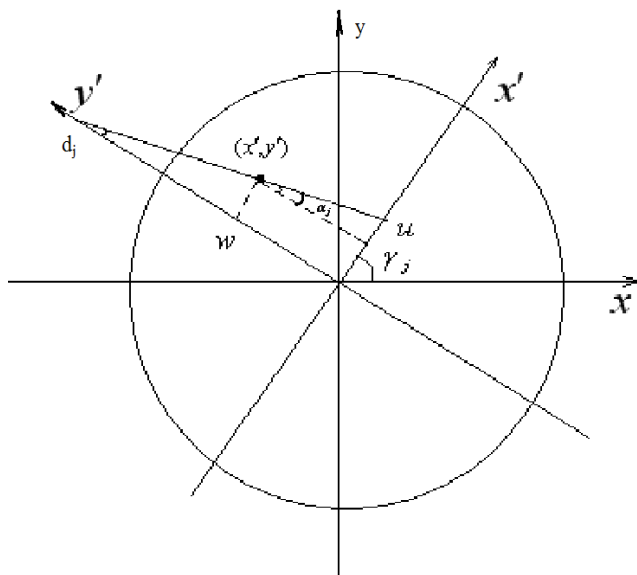


Рисунок 2.26. Веерная схема сканирования плазменного излучения.

Введем систему координат (x', y') повернутую, для j -ого ракурса, относительно системы (x, y) на угол γ_j (рис. 2.26), где положение фокусной точки веера определяется координатами $x' = 0$, $y' = d_j$. Обозначим значениями x', y' координаты некоторой точки восстановления, тогда координата пересечения луча, проходящего через данную точку, с осью x' обозначим через u . Из рисунка 2.26. видно, что $\operatorname{tg} \alpha_j = \frac{u}{d_j} = \frac{u - x'}{y'}$, откуда получим:

$$\begin{cases} u = \frac{x'}{1 - y'/d_j} \\ w = y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = u(1 - w/d_j) \\ y' = w \end{cases}. \quad (2.4.4)$$

В заданной таким образом системе координат веерный луч задается условием $u = \text{const}$. Т. к. повернутая система координат связана с исходной соотношением:

$$\begin{cases} x' = x \cos \gamma_j + y \sin \gamma_j \\ y' = -x \sin \gamma_j + y \cos \gamma_j \end{cases}, \quad (2.4.5)$$

то координаты u и w можно выразить через координаты x и y

$$\begin{cases} u = U_j(x, y) = \frac{x \cos \gamma_j + y \sin \gamma_j}{1 - \frac{-x \sin \gamma_j + y \cos \gamma_j}{d_j}} \\ w = W(x, y) = -x \sin \gamma_j + y \cos \gamma_j \end{cases}. \quad (2.4.6)$$

Обратное соотношение имеет вид:

$$\begin{cases} x = x' \cos \gamma_j - y' \sin \gamma_j \\ y = x' \sin \gamma_j + y' \cos \gamma_j \end{cases}, \quad (2.4.7)$$

поэтому, используя выражения (2.4.4), получим

$$\begin{cases} x = X(u, w) = u(1 - w/d_j) \cos \gamma_j - w \sin \gamma_j \\ y = Y(u, w) = u(1 - w/d_j) \sin \gamma_j + w \cos \gamma_j \end{cases}. \quad (2.3.8)$$

Верная проекция вдоль луча, проходящего через точку $x' = u$, задается выражением:

$$p(u) = \int dx \int dy \delta(u - U_j(x, y)) f(x, y) \frac{\Delta S}{4\pi r_j^2(x, y)}, \quad (2.4.9)$$

где ΔS - площадь датчика, а $r_j(x, y)$ - расстояние от точки (x, y) до j -того датчика.

После вычисления якобиана перехода, который равен $H_j(u, r_j(x, y))$, для j -ого ракурса получим:

$$p_0(u) = \frac{H_0(u)}{u^2 + D^2} \int \frac{dw}{D - w}. \quad (2.4.10)$$

Метод максимума энтропии основан на максимизации функции

$$S(f) = - \iint dx dy \cdot f(x, y) \ln(f(x, y)) \quad (2.4.11)$$

Максимум энтропии необходимо вычислять при дополнительном условии (2.4.10):

$$\frac{d}{df} \left[S(f) - \sum_j \int du \cdot \Lambda_j(u) \left(p_j(u) - \int dx \int dy \delta(u - U_j(x, y)) f(x, y) \frac{\Delta S}{4\pi r_j^2(x, y)} \right) \right] = 0 \quad (2.4.12)$$

Вычисляя производную, получим:

$$- \int dx \int dy \left[\ln(f) + 1 - \sum_j du \Lambda_j(u) \delta(u - U_j(x, y)) f(x, y) \frac{\Delta S}{4\pi r_j^2(x, y)} \right] = 0,$$

Откуда, после преобразований:

$$\ln(f) = \sum_j \left(-\frac{1}{J} + \sum_j \Lambda_j(U_j) \frac{\Delta S}{4\pi r_j^2(x, y)} \right), \quad (2.4.13)$$

где J — число ракурсов. Окончательное выражение для функции $f(x, y)$ в точке (x, y) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \exp \sum_j \left(-\frac{1}{J} + \frac{\Lambda_j \Delta S}{4\pi r_j^2(x, y)} \right) = \\ &= \prod_j \exp \left(-\frac{1}{J} + \frac{\Lambda_j(U_j) \Delta S}{4\pi r_j^2(x, y)} \right) = \frac{1}{A} \prod_j H_j(U_j(x, y), r_j(x, y)) \end{aligned} \quad (2.4.14)$$

где было введено обозначение

$$H_j(u, r_j(x, y)) = \exp\left(-\frac{1}{J} + \frac{\Lambda_j(U_j)\Delta S}{4\pi r_j^2(x, y)}\right). \quad (2.4.15)$$

Выражение для интенсивности излучения в точке с координатами (x, y) можно представить как произведение одномерных функций вдоль каждого ракурса j .

$$f(x, y) = \prod_j H_j(U_j(x, y), r_j(x, y)) \quad (2.4.16)$$

Подставляя (2.4.16) в выражения для лучевых сумм (2.4.10) получим уравнение на функцию H_j , которая для двухракурсного случая ($j=0, j=1$) имеет вид:

$$p_j(u) = \int dw \left(1 - \frac{w}{d_j}\right) H_0[U_0(X_j(u, w), Y_j(u, w))] \cdot \\ \cdot H_1[U_1(X_j(u, w), Y_j(u, w))] \frac{\Delta S}{4\pi r_j^2(X_j, Y_j)}. \quad (2.4.17)$$

Или, расписывая по ракурсам, получим выражения:

$$p_0(u) = \int dw \left(1 - \frac{w}{D}\right) H_0[U_0(X_0(u, w), Y_0(u, w))] \cdot \\ \cdot H_1[U_1(X_0(u, w), Y_0(u, w))] \frac{\Delta S}{4\pi r_0^2(X_0, Y_0)} \\ p_1(u) = \int dw \left(1 - \frac{w}{D}\right) H_0[U_0(X_1(u, w), Y_1(u, w))] \cdot \\ \cdot H_1[U_1(X_1(u, w), Y_1(u, w))] \frac{\Delta S}{4\pi r_1^2(X_1, Y_1)}. \quad (2.4.18)$$

Используя преобразования координат (2.4.6), с учетом, что $\beta_0 = 0$, а $\beta_1 = \pi/2$ получим явные выражения для $p_1(u)$ и $p_0(u)$.

$$U_0(X_0, Y_0) = \frac{X_0}{1 - Y_0/D} = \left| X_0 = u\left(1 - \frac{w}{D}\right), Y_0 = w \right| = u \quad (2.4.19)$$

$$U_0(X_1, Y_1) = \frac{X_1}{1 - Y_1/D} = \left| Y_1 = u\left(1 - \frac{w}{D}\right), X_1 = -w \right| = \frac{-w}{1 - \frac{u}{D}\left(1 - \frac{w}{D}\right)} \quad (2.4.20)$$

$$r_0^2(X_0, Y_0) = X_0'^2 + (D - Y_0')^2 = X_0^2 + (D - Y_0)^2 = \frac{(D - w)^2(u^2 + D^2)}{D^2} \quad (2.4.21)$$

$$U_1(X_0, Y_0) = \frac{Y_0}{1 - X_0/D} = \left| X_0 = u(1 - \frac{w}{D}), Y_0 = w \right| = \frac{w}{1 + \frac{u}{D}(1 - \frac{w}{D})} \quad (2.4.22)$$

$$U_1(X_1, Y_1) = \frac{Y_1}{1 - X_1/D} = \left| Y_1 = u(1 - \frac{w}{D}), X_1 = -w \right| = u \quad (2.4.23)$$

$$r_1^2(X_1, Y_1) = X_1'^2 + (D - Y_1')^2 = Y_1^2 + (D - X_1)^2 = \frac{(D - w)^2(u^2 + D^2)}{D^2} = r_0^2(X_0, Y_0) \quad (2.4.24)$$

Используя формулы (2.4.19-2.4.24), получим приведенные выражения для лучевых сумм (2.4.18) в случае двухракурсной схемы сканирования. Нахождение $H_j(u, r_j(x, y))$ будем проводить методом последовательных приближений.

Полагая $H_1^{(0)}(u, r_j(x, y)) = \frac{4\pi}{\Delta SD}$, получим:

$$p_0(u) = \frac{H_0(u)}{u^2 + D^2} \int \frac{dw}{D - w} \quad (2.4.25)$$

$$p_1(u) = \int dw(1 - \frac{w}{D}) H_0 \left(\frac{-w}{1 - \frac{u}{D}(1 - \frac{w}{D})} \right) H_1(u) \frac{\Delta S D^2}{4\pi(D - w)^2(u^2 + D^2)}. \quad (2.4.26)$$

Выражая $H_0(u)$ и $H_1(u)$, окончательно получим рекуррентную форму для

нахождения $f(x, y) = H_0^{(i)}(u)H_1^{(i)}(u)$, при $A = \frac{4\pi}{\Delta SD}$

$$H_1^{(0)}(u) = \frac{4\pi}{\Delta SD}, \quad H^{(1)}_0(u) = \frac{p_0(u)(u^2 + D^2)}{\int \frac{dw}{D - w}} \quad (2.4.27)$$

$$\begin{aligned}
H_0^{(i)}(u) &= \frac{A \cdot p_0(u)(u^2 + D^2)}{\int \frac{dw}{D-w} H_1 \left[\frac{w}{1 + \frac{u}{D}(1 - \frac{w}{D})} \right]}, \\
H_1^{(i)}(u) &= \frac{A \cdot p_1(u)(u^2 + D^2)}{\int \frac{dw}{D-w} H_0 \left[\frac{-w}{1 - \frac{u}{D}(1 - \frac{w}{D})} \right]}.
\end{aligned} \tag{2.4.28}$$

Таким образом, получены соотношения, позволяющие ввести в алгоритм максимума энтропии учет ослабления интенсивности излучения как функцию расстояния для случая двухракурсной веерной схемы сканирования.

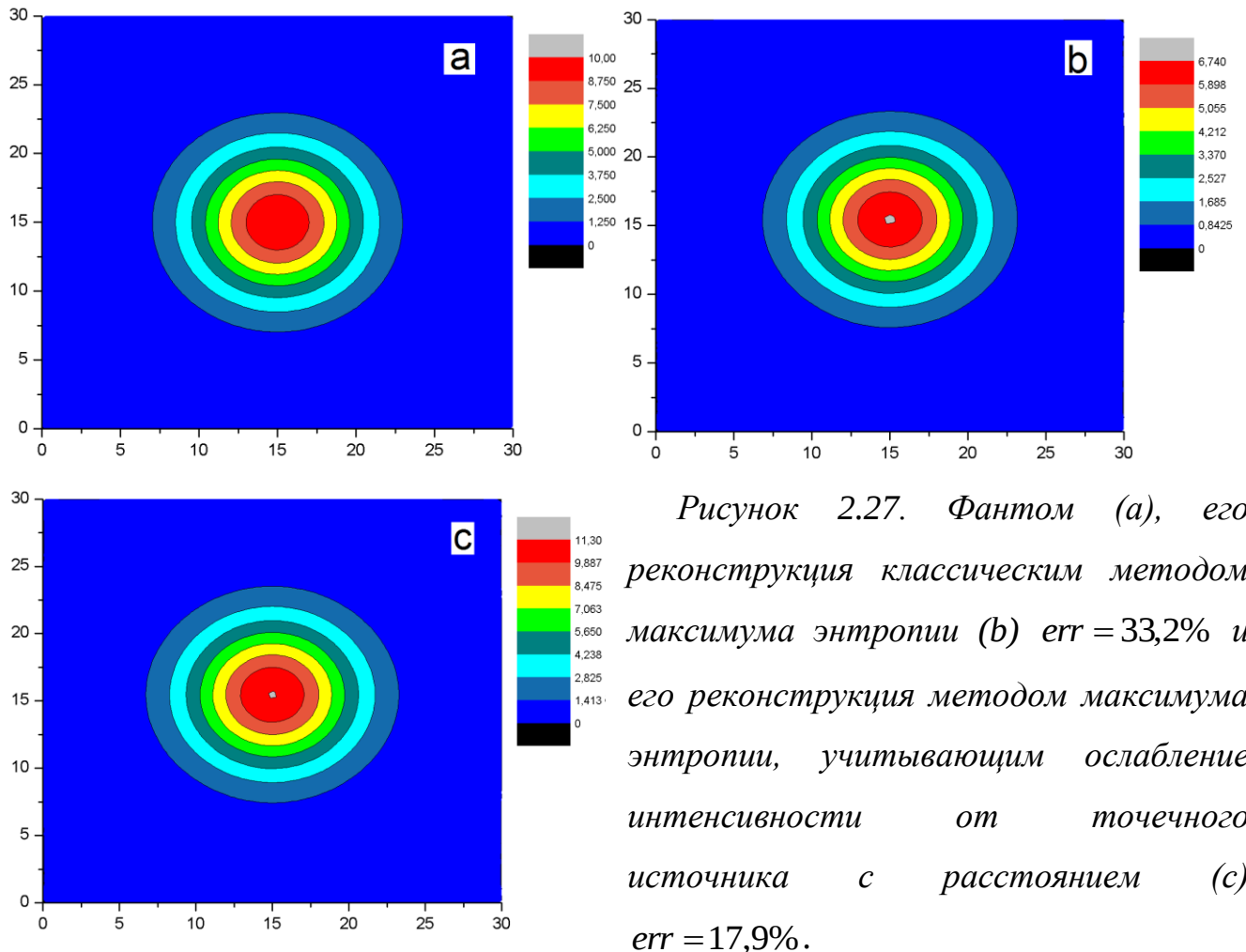
Модифицированный алгоритм максимума энтропии был протестирован на нескольких фантомах, представляющих собой суперпозицию единичных Гауссовых неоднородностей.

На рисунке 2.27а изображен простой фантом, состоящий из одного Гауссового пика. Его реконструкция классическим [18] методом максимума энтропии и методом максимума энтропии, учитывающим ослабление интенсивности с расстоянием от точечного источника, приведены на рисунках 2.27б и 2.27с соответственно. Из рисунков видно, что оба метода корректно восстанавливают положение пиков, в то время как амплитуда пика в классическом методе сильно занижена, а ширина напротив завышена по сравнению с параметрами, заданными в фантоме. Учет ослабления интенсивности более точно определяет амплитуду реконструированного пика, немного ее завышая, что значительно снижает (почти в два раза) ошибку реконструкции.

Для дальнейшего сравнения работы методов максимума энтропии в условиях двухракурсной веерной схемы сканирования был рассмотрен ряд фантомов.

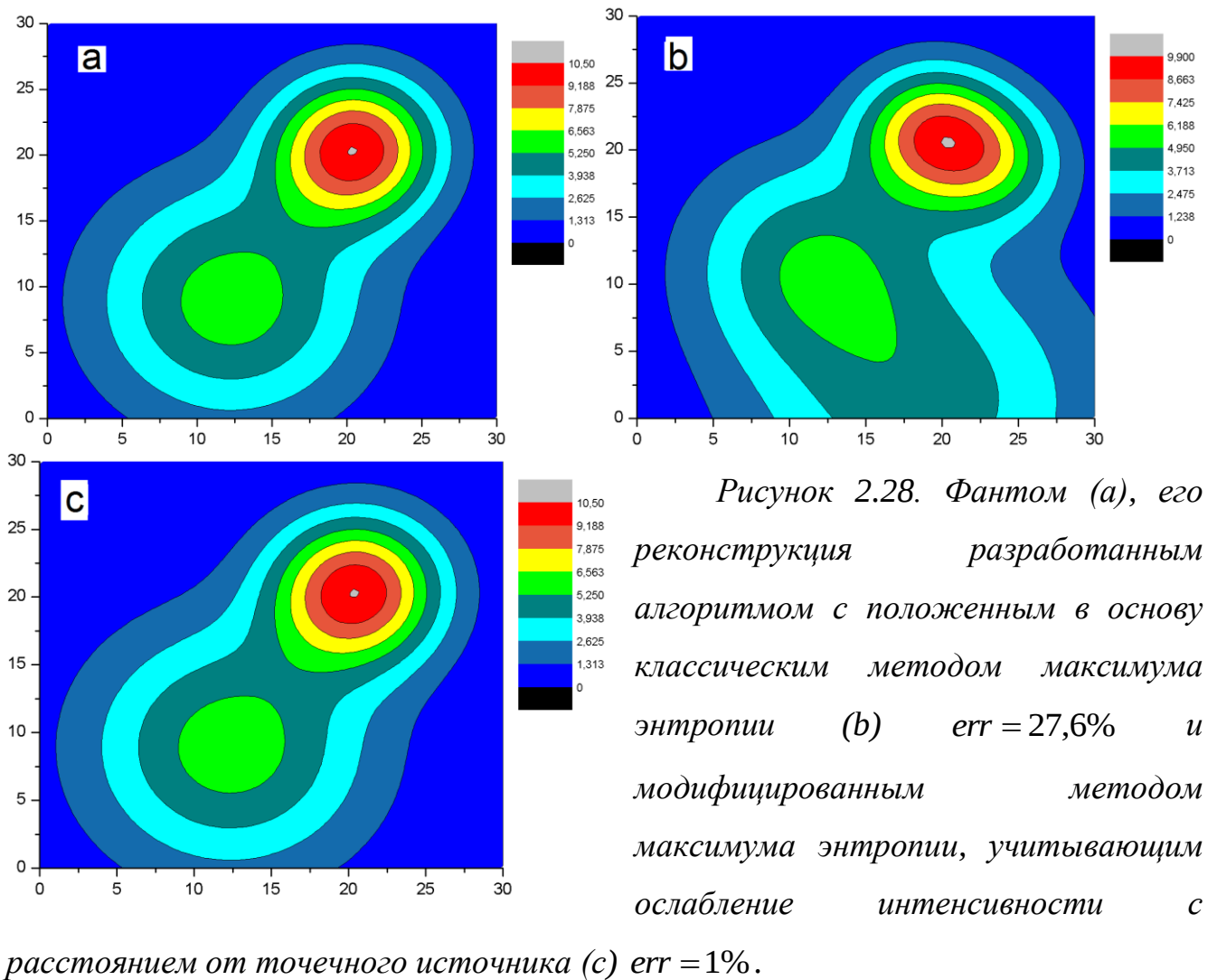
В некоторых вариантах Гауссовых фантомов учет ослабления интенсивности как функции расстояния от точечного источника не давал существенного преимущества. Дело в том, что в результате работы базового

алгоритма проводятся итерации параметров реконструируемых пиков, что позволяет получить реконструкцию с небольшой погрешностью и при изначально неверном определении параметров пиков из их начальной реконструкции.



Однако при некоторых специфических расположениях пиков фантома относительно сканирующих ракурсов учет данного фактора значительно улучшал результаты за счет более корректного начального определения параметров реконструируемых пиков.

Далее работа алгоритма была изучена на фантомах, состоящих из перекрывающихся Гауссовых пиков (рис. 2.28а). Амплитуда и ширина максимального в фантоме пика значительно лучше реконструируется для метода максимума энтропии, учитывающего ослабление интенсивности с расстоянием от точечного источника, что сказалось на качестве реконструкции разработанного алгоритма (рис.2.28).



Даже в том случае, когда максимальный по амплитуде пик (в фантоме) реконструировался пиком не максимальной амплитуды, результат работы разработанного алгоритма, основанного на модифицированном методе максимума энтропии, учитывающего ослабление интенсивности с расстоянием от точечного источника, проявил себя значительно лучше, что связано с более корректным начальным определением параметров реконструированных пиков.

Таким образом, исследование модифицированного метода максимума энтропии показало, что учет ослабления интенсивности, как функции расстояния от точечного источника, в методе максимума энтропии, в ряде случаев, значительно уменьшает ошибку реконструкции. Простые перенормировки в классическом алгоритме не дают подобного результата, а наоборот приводят к ухудшению качества.

2.4.3 Учет влияния размера и угла зрения сканирующих датчиков.

Одним из источников погрешности реконструкции латерального распределения частиц является конечность размеров апертуры детектора излучения, а также неполная коллимация при регистрации лучевой суммы (отличный от нуля угол сбора излучения), что приводит к добавлению в лучевую сумму интенсивности, полученной от соседних, к данному лучу, ячеек.

При реконструкции с использованием веерной схемы сканирования область реконструкции разбивается сеткой на ячейки, вид которых представлен на рисунке 2.29. Интенсивность излучения пропорциональна объему ячейки и, как было сказано ранее, на расстояниях, значительно превышающих размер ячейки, затухает по мере удаления от нее, как $1/r^2$.

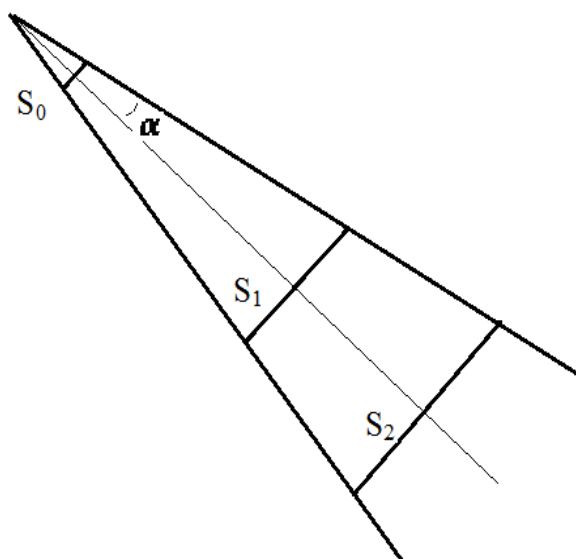


Рисунок 2.29 Элемент схемы сканирования.

Рассмотрим конус с углом полураствора α . S_0, S_1 и S_2 - площадь датчика, а также площади верхнего и нижнего оснований ячейки соответственно. Объем конуса вычисляется по формуле $V = \frac{1}{3} h \pi (h \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2$. Тогда объем ячейки можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned}\Delta V &= V_2 - V_1 = \frac{1}{3}h_2^3\pi \cdot \operatorname{tg}^2\alpha - \frac{1}{3}h_1^3\pi \cdot \operatorname{tg}^2\alpha = \\ &= \frac{1}{3}\pi \cdot \operatorname{tg}^2\alpha (h_2 - h_1)(h_1^2 + h_1h_2 + h_2^2)\end{aligned}\quad (2.4.29)$$

В результате, интенсивность излучения, приходящая от ячейки объемом ΔV к датчику площадью S_0 , примерно равна

$$\begin{aligned}I &\sim \frac{1}{3}\pi \cdot \operatorname{tg}^2\alpha (h_2 - h_1)(h_1^2 + h_1h_2 + h_2^2) \frac{S_0}{4\pi r^2} = \\ &= (h_2 - h_1) \cdot \left\{ \frac{\operatorname{tg}^2\alpha (h_1^2 + h_1h_2 + h_2^2) S_0}{12r^2} \right\},\end{aligned}\quad (2.4.30)$$

где r - среднее расстояние от ячейки до сканирующего датчика.

Используем типичные размеры для плазмохимического реактора с удаленным источником (в котором проводились эксперименты). Расстояние от центра до сканирующего датчика составляло $D=180\text{мм}$, а диаметр обрабатываемой пластины 150мм . На рисунке 2.30 показаны, зависимости интенсивностей $I_2(h_1)$ (2.4.29), учитывающей влияния размера и угла зрения сканирующих датчиков, от расстояния до ближайшей границы ячейки h_1 и, для сравнения, $I_1(h_1) \sim h_2 - h_1$, используемой в рентгеновской абсорбционной томографии. Графики построены при постоянной высоте ячейки $\Delta h = h_2 - h_1 = 0,03$. Величина h_1 указана в единицах, отнесенных к диаметру пластины.

Из рисунка видно, что основное отличие зависимостей наблюдается в области от $0.1D$ до $0.6D$, но даже при учете всего диапазона изменения значений параметра $h_1 = 0.1..3.7$ относительная погрешность расчета $I_2(h_1)$ относительно $I_1(h_1)$ составляет менее $0,5\%$.

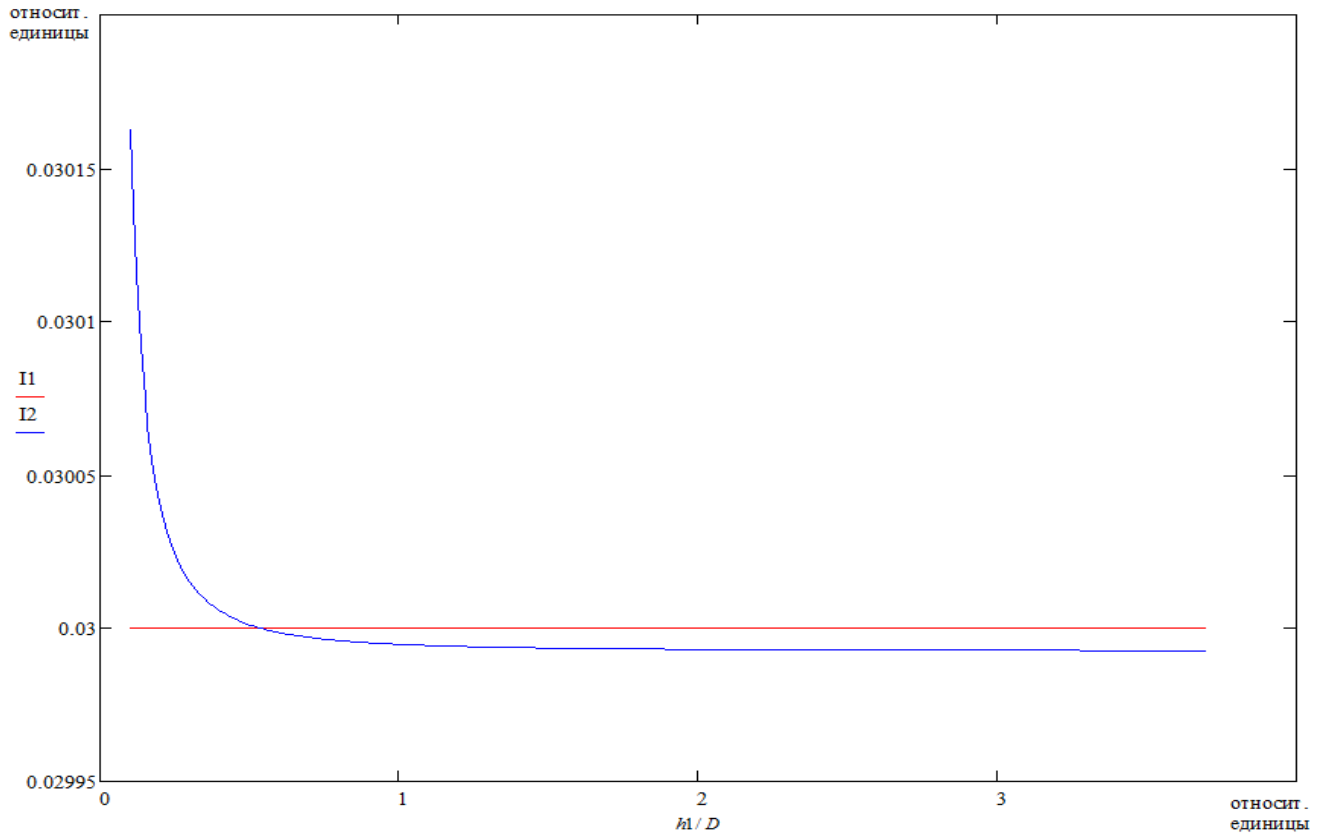


Рисунок 2.30 Зависимость интенсивностей, рассчитанных по формулам абсорбционной томографии (I_1), и алгоритмом, учитывающим влияния размера и угла зрения сканирующих датчиков (I_2) от расстояния до ближней границы ячейки при неизменной высоте ячейки h_1 .

На рисунке 2.31 показаны зависимости суммарных интенсивностей I_1 и I_2 , собираемых сканирующими датчиками от высоты ячейки. Из рисунка видно, что несоответствие интенсивностей составляет около 5% при разбиении области реконструкции всего на $N=5$ ячеек, а уже при $N=10$ ячеек погрешность составляет всего 1,7%.

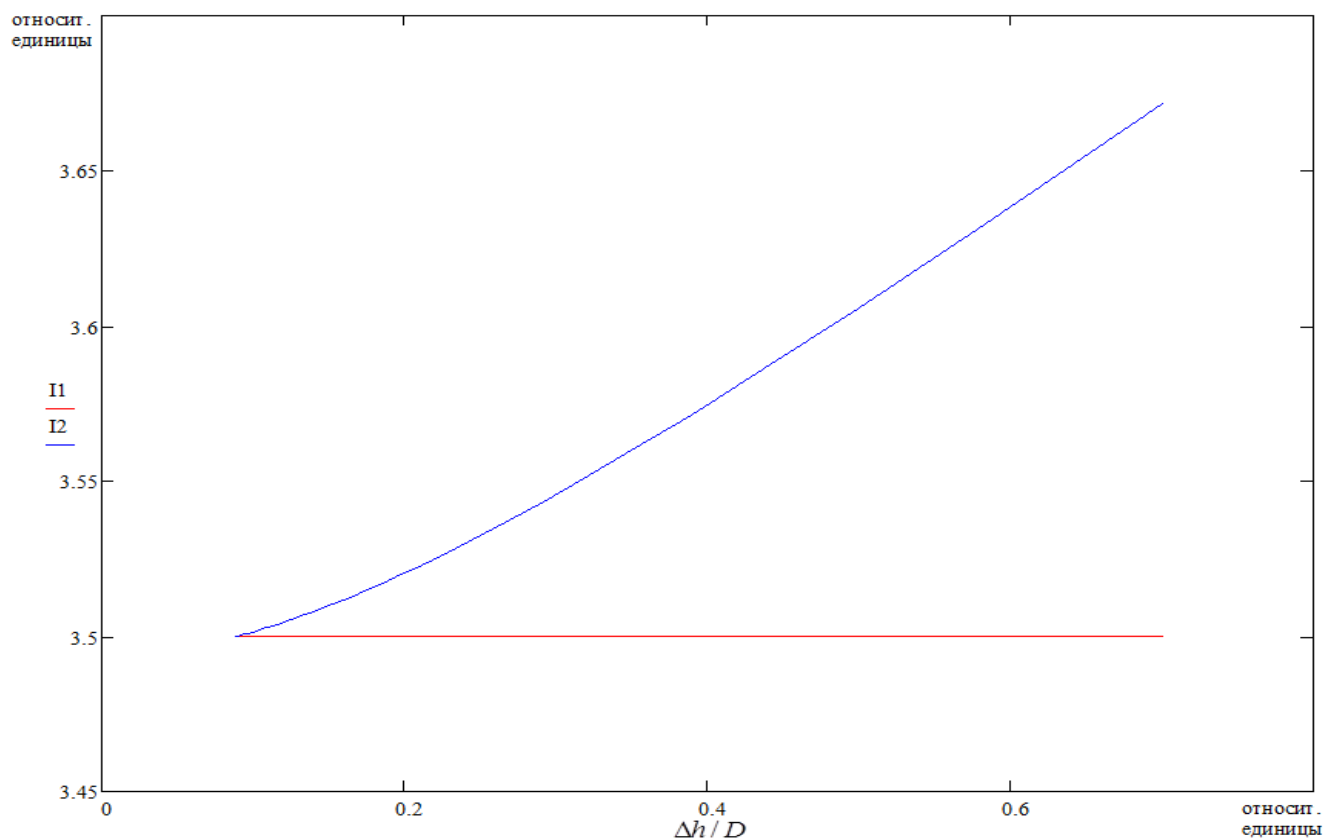


Рисунок 2.31 Зависимость интенсивностей, рассчитанных по формулам абсорбционной томографии (I_1), и алгоритмом, учитывающим влияния размера и угла зрения сканирующих датчиков (I_2) от высоты ячейки Δh .

Таким образом, показано, что отказ от учета конечности размера апертуры детектора и угла сбора излучения сканирующих датчиков не вносит существенной ошибки в лучевые суммы. В связи с чем, при реализации алгоритма реконструкции (если количество лучей в ракурсе более 10 и граница области реконструкции находится от сканирующего датчика далее, чем $0,1D$) допускается использование формул абсорбционной томографии, где предполагается бесконечно тонкий не расходящийся луч с ошибкой менее 2%.

Выводы по главе 2

В данной главе предложена модель поля томографической реконструкции диффузионной области плазмы в технологических реакторах с удаленной зоной плазмообразования при двухракурсной схеме сканирования. В основе модели лежит идея о представлении области реконструкции в виде однородного поля интенсивности (фона) и надстроенных на нем элементарных неоднородностей (пиков). Алгоритм реконструкции включает в себя определение фона и последовательное определение параметров всех элементарных неоднородностей в порядке убывания амплитуды. Параметры «элементарных» неоднородностей определяются по начальной реконструкции томографических данных одним из классических методов. Проведенное в данной главе исследование классических алгоритмов реконструкции в применении к задаче двухракурсной томографии, показало, что лучше всего для начальной двухракурсной реконструкции подходят методы свертки и максимума энтропии. Установлено, что работа предложенного алгоритма обеспечивает удаление артефактов реконструкции. Причем уменьшение артефактов тем значительнее, чем точнее определены параметры «элементарных» пиков.

Проведен учет фактора изменения регистрируемой интенсивности, как функция расстояния от точечного излучателя (частицы плазмы). Было показано, что учет ослабления интенсивности, как функции расстояния от точечного источника, внедренный в реконструктивный метод максимума энтропии, в ряде случаев, значительно уменьшает ошибку реконструкции.

Также было показано, что учет конечного размера апертуры детектора и нестрого коллимированный сбор излучения сканирующими датчиками незначительно влияет (ошибка менее 2%) на точность получения лучевых сумм. В связи с чем, при реализации алгоритма реконструкции допускается использование формул абсорбционной томографии, где предполагается бесконечно тонкий не расходящийся луч.

ГЛАВА 3.

ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА РЕКОНСТРУКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ФАНТОМОВ И ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В данной главе проводилась оптимизация алгоритма, основанная на его применении в задачах реконструкции на множестве случайных математических фантомов. А также проводится его проверка на физической модели в геометрии, повторяющей геометрию камеры плазмохимического реактора.

Для проверки корректной работы предложенного алгоритма реконструкции (далее базовый алгоритм) он был протестирован на статистически большом (50-100) количестве фантомов, параметры которого определялись генератором случайных чисел. Область реконструкции представляла собой круг единичного диаметра $a=1$. Сканирование велось по веерной схеме двумя датчиками, расположенными перпендикулярно друг другу (рис. 2.12). Расстояние от датчика до центра области реконструкции $D=1,2$. Число лучей вдоль каждого ракурса $N=31$, а шаг сканирующего датчика $\Delta\alpha=1,8^0$. В область реконструкции добавлялся фантом, состоящий из фона (постоянное значение) и 4-6 Гауссовых пиков со случайным образом задаваемыми параметрами амплитуды A_p , ширины σ_p и положения (x_p, y_p) . Ошибка реконструкции рассчитывалась по формуле (2.2.1).

На рис.3.1. изображена гистограмма, описывающая долю реконструируемых фантомов с ошибкой реконструкции ($error_f$), с которой указанные фантомы были реконструированы базовым алгоритмом. Как можно видеть в 57% случаев погрешность реконструкции составила менее 15%. В оставшихся случаях

результат реконструкции оказывался хуже; в 10% случаев погрешность реконструкции превышала 30%.

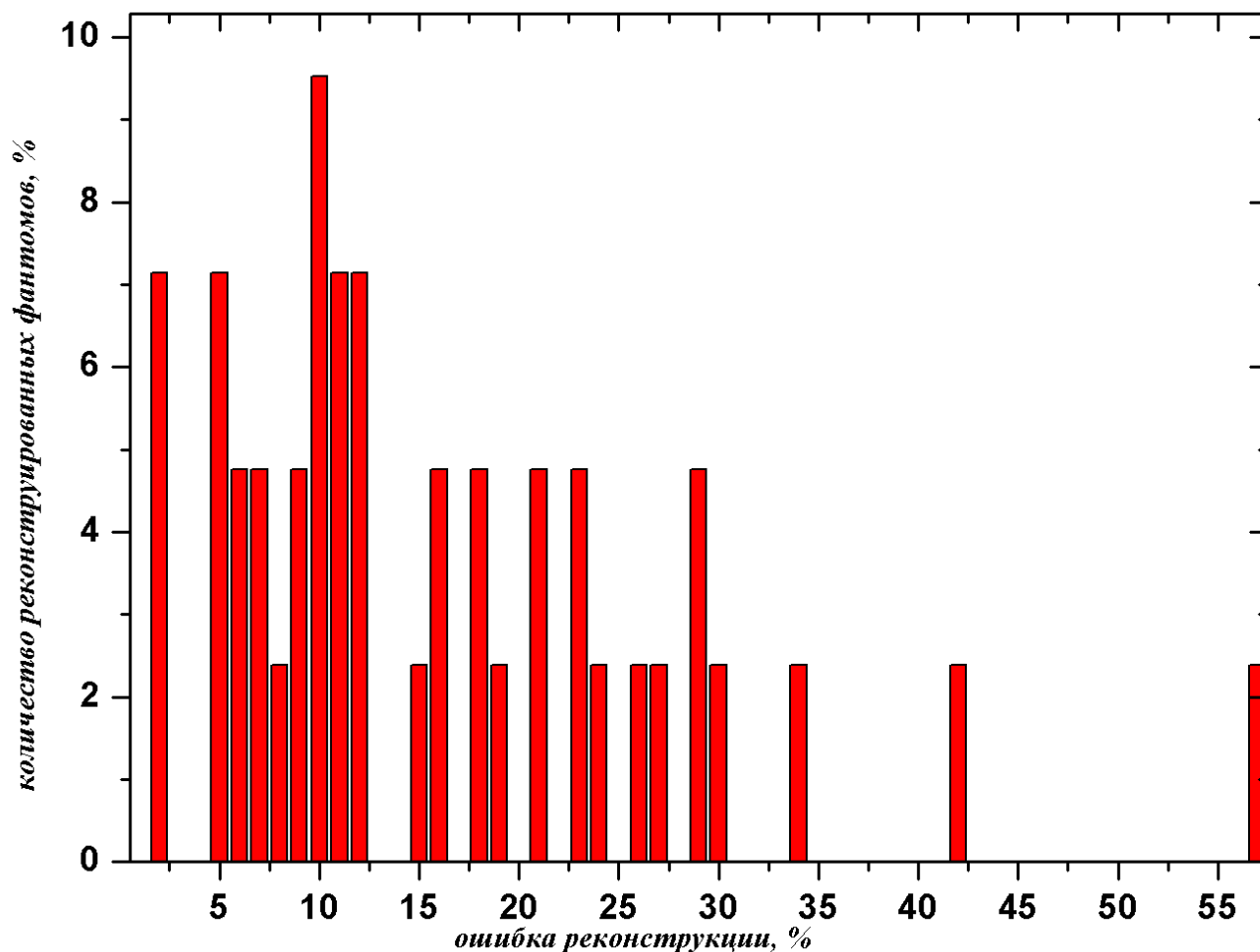


Рисунок 3.1. Гистограмма, описывающая качество томографической реконструкции базовым алгоритмом фантомов, состоящих из четырех Гауссовых пиков со случайным образом заданными параметрами.

Все фантомы с неудовлетворительным качеством реконструкции были подробно изучены. Были выявлены шаги, на которых происходил сбой алгоритма, приводящий в дальнейшем к неверному определению параметров реконструируемых пиков, а также причины, вызывающие этот сбой.

Исследование фантомов, погрешность реконструкции которых превышала 15%, выявил ряд недостатков работы базового алгоритма.

1. Истинное значение фона определялось только в тех случаях, когда существовал хотя бы один луч, не пересекающий надстроенных над фоном локальных неоднородностей (Гауссовых пиков).
2. В ряде случаев оказывалось, что максимальный (в фантоме) по амплитуде пик после реконструкции одним из классических алгоритмов имел амплитуду меньшую, чем фантомный пик.
3. Было обнаружено, что при первичной реконструкции одним из классических алгоритмов, максимальным по амплитуде становился фантомный пик.
4. При реконструкции некоторых фантомов результат реконструкции существенно зависел от выбора метода первичной реконструкции, а также от особенностей итерационного процесса.
5. Для некоторых фантомов срабатывало условие остановки итераций по относительной погрешности в лучевых суммах, несмотря на то, что абсолютное значение погрешности в лучевых суммах $error_p$ оставалась еще достаточно велико.

$$error_p = \frac{\sum_i (p_i - p_i')^2}{\sum_i (p_i)^2}, \quad (3.1)$$

где p_i и p_i' – истинная и реконструированная лучевые суммы для i – ого луча.

В следующем разделе предлагается описание фантомов, реконструкция которых была выполнена неудовлетворительно, а также методы модернизации определенных этапов базового алгоритма, позволяющие улучшить качество реконструкции фантомов. Следует отметить, что модернизация коснулась отдельных аспектов, оставляя при этом основные идеи алгоритма неизменными.

3.1 Модернизация алгоритма реконструкции

Ниже приведены элементы доработки алгоритма, призванные устранить, выявленные выше недостатки, тем самым повышая качество реконструкции рассматриваемых фантомов.

Повышение точности определения фона

Для выделения фона из реконструированного фантома в базовом алгоритме использовалась следующая методика:

Среди всех лучевых сумм $\{p_i\}$ выбиралась та, которая при делении на длину соответствующего луча имеет наименьшее значение: $f_{\min} = \min_i (p_i / L_i)$.

Найденное значение считалось фоновым $f_{\min} \equiv f_{bg}$. Затем составлялись лучевые суммы, соответствующие фоновой концентрации (фоновые лучевые суммы)

$p_{bg_i} = \int_0^{L_i} f_{bg} dz$. Далее вычислялись лучевые суммы, соответствующие надстроенным на однородный фон неоднородностям: $p_{0_i} = p_i - p_{fon_i}$.

Этот алгоритм приводит к корректному определению фона только в том случае, когда существует хотя бы один луч веерной сетки, не проходящий через надстроенные над фоном локальные неоднородности. Если таких лучей нет, то происходит завышение величины фона $f_{\min} > f_{bg}$.

Для того, чтобы увеличить точность определения фона для случая, когда все лучи захватывают надстроенные над фоном локальные неоднородности, был предложен следующий подход:

1. Определялось начальное значение фона описанным выше способом $f_{bg} = \min_i (p_i / L_i)$.

2. Определялись значения лучевых сумм соответствующих фоновому значению $p_{bg_i} = \int_0^{L_i} f_{bg} dz$.

3. Определялись лучевые суммы соответствующие «элементарным» неоднородностям p_{0_i} путем вычитание лучевых сумм, соответствующих фону p_{bg_i} из исходных лучевых сумм p_i : $p_{0_i} = p_i - p_{bg_i}$.

4. Согласно работе базового алгоритма, определялись параметры всех пиков, по которым строилась функция эмиссии в точке $f'_0(x, y)$.

5. Составлялись лучевые суммы, соответствующие найденной функции $f'_0(x, y)$: $p'_{0_i} = \int_0^{L_i} f'_0(x, y) dz$.

6. По найденным лучевым суммам, соответствующим реконструированному изображению, определялась поправка к фоновому значению $\Delta f_{bg} = \min_i (p'_{0_i} / L_i)$.

7. Проводилась проверка остановки итераций по параметру точности (η). Если $\Delta f_{bg} / f_{bg} > \eta$, то определялось новое значение фона $f_{bg} = f_{bg} - \Delta f_{bg}$, и осуществлялся переход к пункту 2.

На рисунке 3.2а изображен фантом, представляющий собой суперпозицию четырех перегревающих Гауссовых пиков, надстроенных над постоянным фоновым значением $f_{bg} = 5$. Как можно видеть из рисунка, нет ни одного луча веерной сетки, не захватывающего надстроенные над фоном Гауссовы пики. В результате, значение фона определенное по базовому алгоритму составило значение равное 7.99, однако после проведения модернизации значение фона составило 5.14.

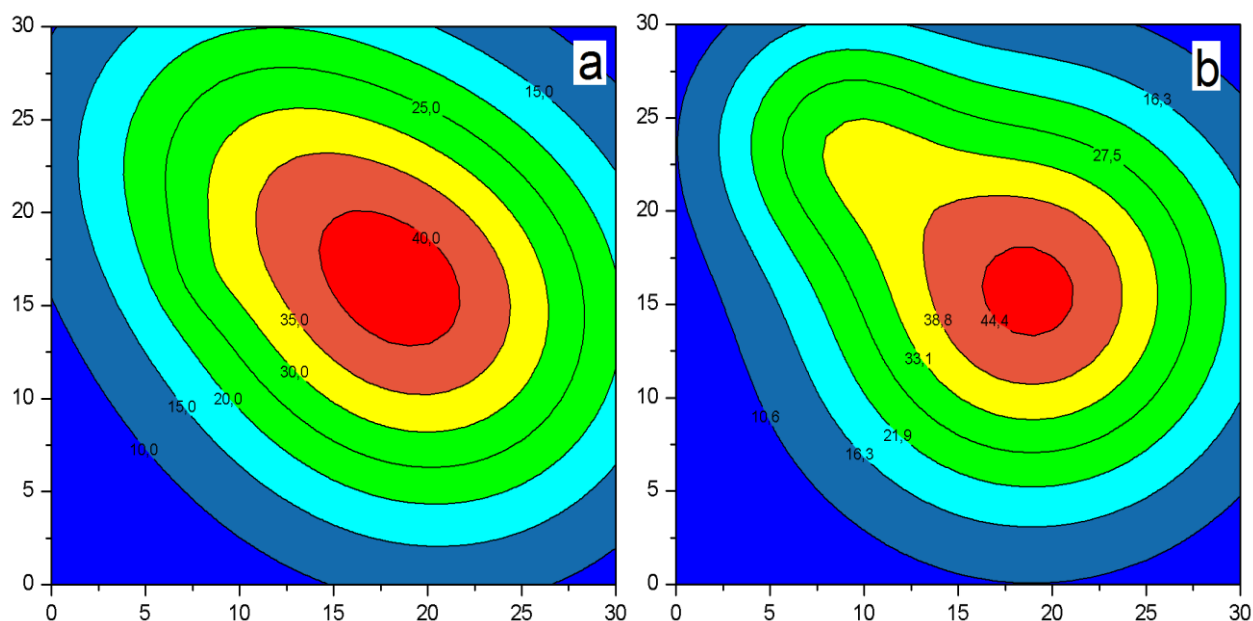


Рисунок 3.2. Фантом, состоящий из четырех перекрывающихся Гауссовых пиков и постоянного фона (a) и результат его томографической реконструкции (b) с погрешностью $error_f = 7,7\%$.

Оптимизация поиска максимального по амплитуде пика

Во второй главе было показано, что в тех случаях, когда центры пиков не лежат на одном луче сканирования соответствующего ракурса, при двухракурсной реконструкции одним из классических методов происходит появление артефактных пиков. Артефактные пики появляются в точках пересечения лучей, проходящих через максимумы реальных пиков. Так, например, в случае двух неперекрывающихся пиков (рис. 3.3a) при реконструкции в двухракурсной веерной схеме сканирования методом максимума энтропии происходит появление двух артефактных пиков (рис. 3.3b), расположенных в точках пересечения лучей сканирующей сетки, проходящих через максимумы реальных пиков. Причем при реконструкции, большей амплитудой будет обладать пик, образованный пересечением лучей с максимальным значением лучевых сумм.

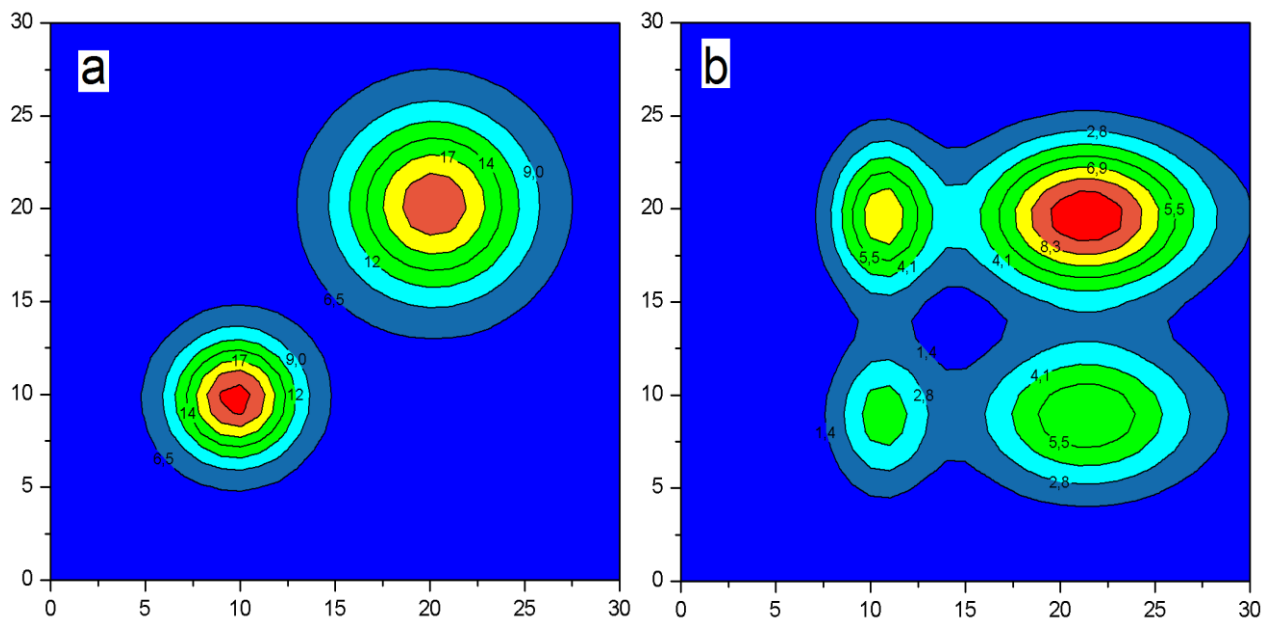


Рисунок 3.3. Фантом, состоящий из двух Гауссовых пиков и постоянного фона (a), результат его первоначальной реконструкции методом максимума энтропии (b).

В данном случае координаты более широкого пика, который при реконструкции становится максимальным по амплитуде, находятся достаточно точно, так что окончательный результат реконструкции базовым алгоритмом дает результат с погрешностью реконструкции $\sim 2\%$.

Из сказанного становится очевидным, что при реконструкции двух идентичных пиков, с центрами, не лежащими на одном луче сканирования, после реконструкции одним из классических алгоритмов образуются четыре идентичные диагонально-симметричные пика. Применение базового алгоритма реконструирует один из вариантов, в виде двух пиков диагональных относительно ракурсов сканирования. При этом, оба случая являются эквивалентными с точки зрения равенства лучевых сумм. Поэтому, нет ни какой возможности определить, какой из вариантов истинный. Фантомы такого типа являются принципиально неразрешимыми в двухракурсной схеме сканирования.

При реконструкции одним из классических методов возможна ситуация, когда амплитуда фантомного пика окажется больше амплитуды реального пика. Пример такого фантома, состоящего из двух перекрывающихся Гауссовых пиков, приведен на рисунке 3.4а.

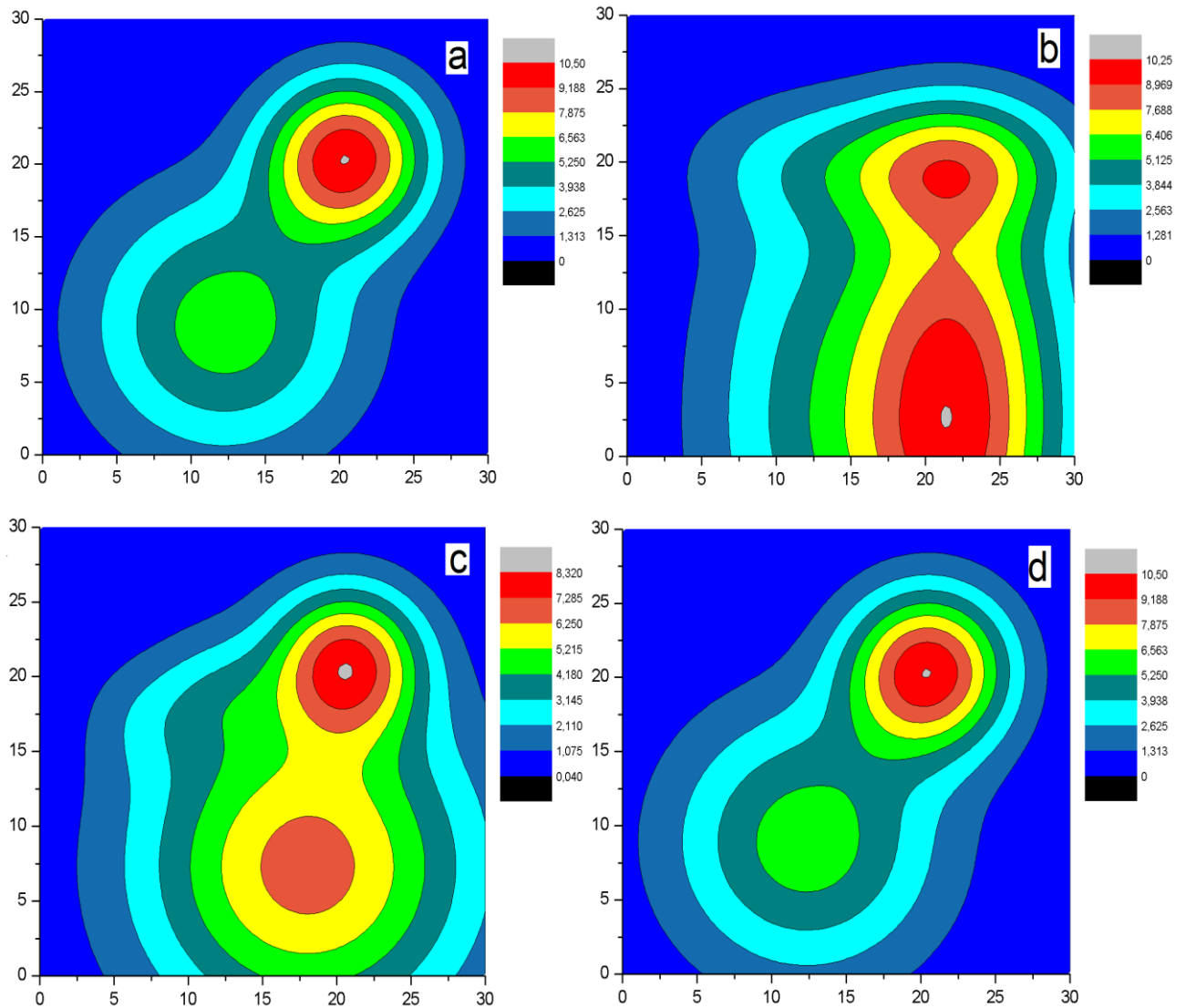


Рисунок 3.4. Фантом, состоящий из двух перекрывающихся Гауссовых пиков (а), его начальная реконструкция методом максимума энтропии (б), реконструкция базовым алгоритмом (с) ($error_f = 46,7\%$) и реконструкция с использованием процедуры оптимизации поиска максимального по амплитуде пика (д) ($error_f = 1\%$).

Из рисунка 3.4b видно, что после реконструкции методом максимума энтропии максимальной амплитудой стал обладать фантомный пик, координаты которого сильно смещены относительно координат второго по амплитуде пика, представленного в фантоме. При дальнейшей реконструкции базовым алгоритмом это приводит к неверной реконструкции всего фантома (рис. 3.4c). Сам максимальный в фантоме пик реконструировался достаточно точно, так, что его параметры могли бы быть определены с небольшой погрешностью.

Далее предлагается алгоритм, позволяющий определить параметры этого пика.

1. По результатам реконструкции $f_{rec}(x, y)$ одним из классических методов определяются параметры $(A_i, \sigma_i, x_i, y_i)$ пика, обладающего максимальной амплитудой. По найденным параметрам согласно (2.1.2) составляется функция, отвечающая параметрам найденного пика $f_{p-1}(x, y)$.

2. Из реконструированного фантома вычитается пик, отвечающий найденным параметрам $f'_{rec}(x, y) = f_{rec}(x, y) - f_{p-1}(x, y)$

3. По функции $f'_{rec}(x, y)$ вновь определяются параметры $(A'_i, \sigma'_i, x'_i, y'_i)$ пика, обладающего максимальной амплитудой. По указанным параметрам составляется функция $f'_{p-1}(x, y)$.

4. Для каждого случая определяются лучевые суммы $p_{1-i} = \int_0^{L_i} f_{p-1}(x, y) dz$ и $p'_{1-i} = \int_0^{L_i} f'_{p-1}(x, y) dz$ соответствующие найденным пикам, которые вычитаются из исходных лучевых сумм $p_{r-i} = p_{0-i} - p_{1-i}$ и $p'_{r-i} = p_{0-i} - p'_{1-i}$.

5. По лучевым суммам p_{r-i} и p'_{r-i} определяются параметры второго по амплитуде пика $f_{p-2}(x, y)$ и $f'_{p-2}(x, y)$.

6. Для каждого случая проводится итерационное улучшение параметров двух найденных пиков с целью минимизации погрешности в лучевых суммах (3.1.2).

7. Производится сравнение погрешностей $error_p$ и $error_{p'}$ для каждого случая. Истинным считался вариант, обладающий меньшей погрешностью в лучевых суммах.

8. Далее проводился поиск остальных пиков согласно шагам базового алгоритма.

На рисунке 3.4d показан результат реконструкции описанного выше фантома после проведения процедуры уточнения поиска максимального (в фантоме) по амплитуде пика. Как можно видеть, применение предлагаемой модернизации базового алгоритма привело к значительному улучшению качества реконструкции рассматриваемого фантома.

На рисунке 3.5a изображен фантом, состоящий из двух перекрывающихся Гауссовых пиков. Реконструкция предложенного фантома привела к тому, что наибольшей амплитудой обладает артефактный, а не истинный пик (рис. 3.5б). Замена истинного пика артефактным приводит, согласно шагам базового алгоритма, к последующему неверному нахождению параметров и всех остальных элементарных неоднородностей. При этом рассмотренный выше подход уточнения поиска максимального по амплитуде пика не дает результатов, т.к. координаты второго пика при реконструкции часто также оказываются неверными. В результате алгоритм начинает работать по неверному сценарию, приводя, в конечном счете, к неправильному результату реконструкции (рис. 3.5в). Следует заметить, что для такой реконструкции погрешность в лучевых суммах, по которой и производится оптимизация, тем не менее, мала $error_p = 0,9\%$. То есть, диагонально симметричный фантом (рис 3.5a), и результат его реконструкции (рис. 3.5в) практически идентичны по критерию лучевых сумм в случае двухракурсной схемы сканирования. В то время как реальная погрешность в определении функции $f(x, y)$ велика и составляет $error_f = 41,4\%$.

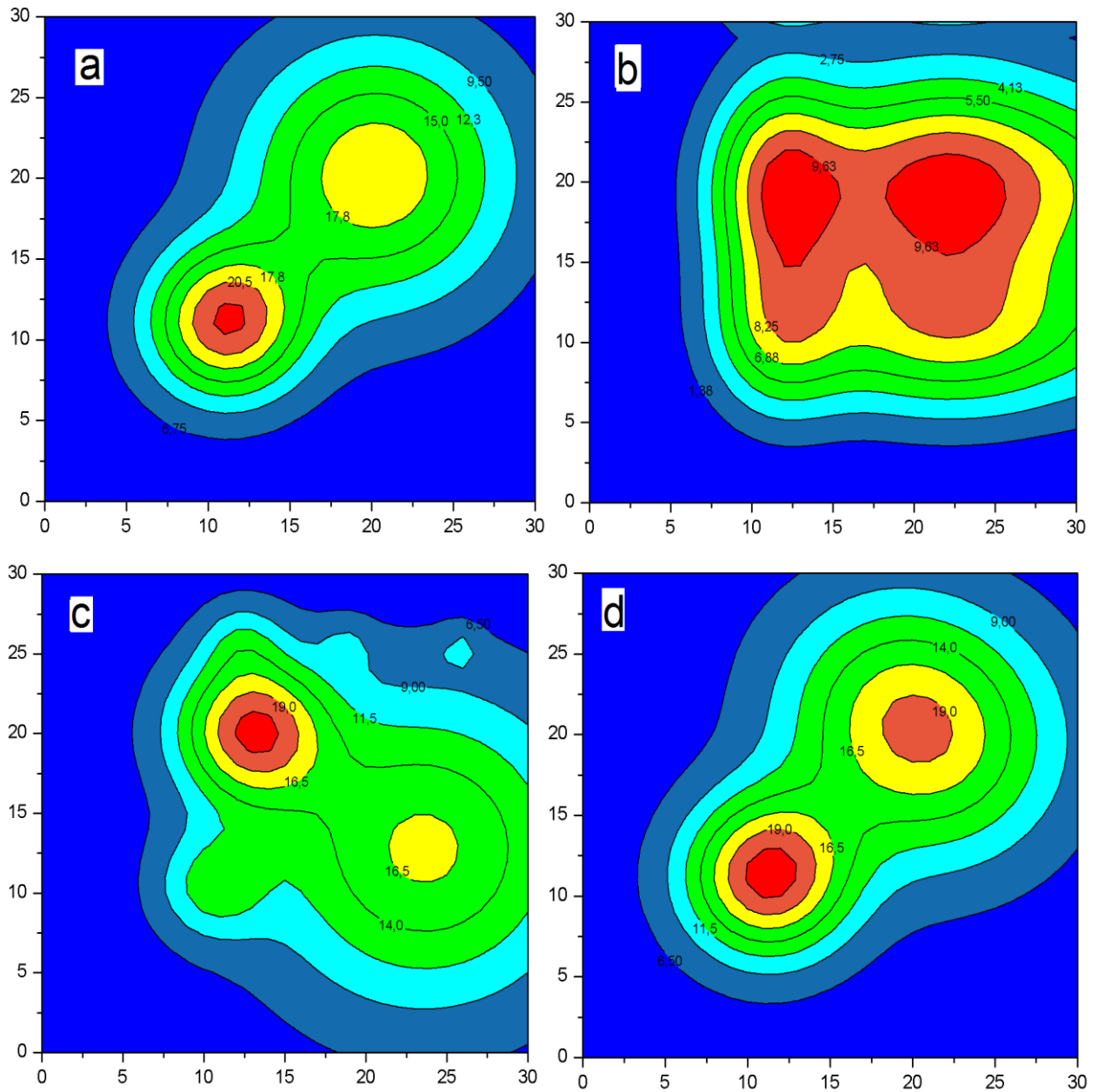


Рисунок 3.5. Фантом, состоящий из четырех перекрывающихся Гауссовых пиков и постоянного фона (а), первоначальная реконструкция методом максимума энтропии (б), результат реконструкции базовым алгоритмом (с), результат реконструкции с учетом тестового поворота пиков (д).

Исследование множества подобных фантомов показало, что на начальной стадии работы базового алгоритма, когда определены только два максимальных по амплитуде пика, истинное их расположение, как правило, дает меньшую ошибку в погрешности лучевых сумм. Поэтому для адекватной реконструкции в этих случаях были предложены следующие уточнения в базовый алгоритм:

1. Определяются параметры двух максимальных по амплитуде пиков $(A_{p-1}, \sigma_{p-1}, x_{p-1}, y_{p-1})$ и $(A_{p-2}, \sigma_{p-2}, x_{p-2}, y_{p-2})$ согласно шагам базового алгоритма.

2. Проводятся два тестовых поворота пиков, согласно которым их координаты преобразовывались следующим образом:

- $(A_{p-1}, \sigma_{p-1}, x_{p-2}, y_{p-1})$ и $(A_{p-2}, \sigma_{p-2}, x_{p-1}, y_{p-2})$ – в первом случае,
- $(A_{p-1}, \sigma_{p-1}, x_{p-1}, y_{p-2})$ и $(A_{p-2}, \sigma_{p-2}, x_{p-2}, y_{p-1})$ – во втором случае.

3. Проводится итерационное улучшение параметров двух найденных пиков для каждого из трех рассмотренных случаев с целью минимизации погрешности в лучевых суммах $error_p$.

4. Производится сравнение погрешностей $error_p$, $error1_p$ и $error2_p$ для каждого случая. Истинным считается вариант, обладающий меньшей погрешностью в лучевых суммах.

5. Далее проводился поиск остальных пиков согласно шагам базового алгоритма.

На рис. 3.5d показан результат реконструкции описанного фантома с использованием приема тестового поворота пиков. Несмотря на то, что погрешность в лучевых суммах даже немного повысилась ($error_p = 1,1\%$) по сравнению с результатом реконструкции без приема тестового поворота пиков, истинная погрешность реконструкции уменьшилась до значения $error_f = 2,5\%$.

Тот факт, что окончательная погрешность реконструкции в лучевых суммах оказалась выше, не позволяет использовать описанную модернизацию на поздних стадиях, когда выделено большее число элементарных неоднородностей.

Принципы итерационных вычислений

После реконструкции статистически большого количества фантомов со случайным образом заданными параметрами было установлено, что качество реконструкции может зависеть от выбора начального алгоритма реконструкции и начала проведения итераций параметров найденных пиков.

В качестве классических алгоритмов реконструкции, среди которых производился выбор, были:

- метод максимума энтропии,
- метод свертки,
- комбинированный метод, когда реконструкция с выделением первого максимального по амплитуде пика проводилась методом максимума энтропии, а повторные (после вычитания его лучевых сумм) - методом свертки.

В результате базовый алгоритм был изменен выбором метода начальной реконструкции и выбором начала проведения итераций параметров найденных пиков, позволяющих получить наилучший вариант реконструкции:

1. Выбирается один из классических методов реконструкции.
2. Согласно шагам базового алгоритма определяются параметры первого (максимального) $(A_{p_1}, \sigma_{p_1}, x_{p_1}, y_{p_1})$ и второго по амплитуде $(A_{p_2}, \sigma_{p_2}, x_{p_2}, y_{p_2})$ пиков.

3. Вычисляются объемы найденных пиков, отвечающих за вклад пиков в лучевые суммы. Если выполнялось условие:

$$V_1 > \frac{n \cdot dist_{12}}{\sigma_1} V_2 ,$$

где

V_1 и V_2 – объем первого и второго пика соответственно,

$dist_{12}$ – расстояние между центрами первого и второго пика,

$n > 1$ – задаваемый параметр,

то итерации проводятся после определения параметров первого пика.

4. Вычислялась ошибка в лучевых суммах $error_p$, после чего осуществлялся переход к пункту 1 для другого первоначального метода реконструкции.

5. Выбирался тот классический метод реконструкции, для которого ошибка в лучевых суммах $error_p$ была наименьшая.

6. Далее, согласно шагам базового алгоритма, определялись параметры второго ($A_{p_2}, \sigma_{p_2}, x_{p_2}, y_{p_2}$) и третьего ($A_{p_3}, \sigma_{p_3}, x_{p_3}, y_{p_3}$) пиков.

7. Вычислялись объемы всех трех найденных пиков. Если выполнялось условие:

$$V_3 < \frac{\sigma_2}{n \cdot dist_{23}} V_2 + \frac{\sigma_1}{n \cdot dist_{13}} V_1,$$

где $dist_{13}$ и $dist_{23}$ – расстояние между центрами первого и третьего, и второго и третьего пиков соответственно, то итерации проводятся после определения параметров второго пика.

8. Далее согласно шагам базового алгоритма осуществлялся поиск параметров всех последующих пиков, с проведением итераций после добавления каждого последующего пика.

Применение описанного выше метода выбора томографического алгоритма реконструкции и момента начала итераций привело к значительному улучшению качества реконструкции сложных фантомов.

Контроль максимальной невязки в лучевых суммах

В случаях, когда исходный фантом состоит из трех и более элементарных неоднородностей, одновременно дающих существенный вклад в лучевые суммы каждого из ракурсов, начальная реконструкция (свертка, ME) дает картину, по

которой параметры пиков определяются со значительной погрешностью. В результате при вычитании, выделенного таким образом пика, происходит неполное его удаление, а иногда и частичное удаление соседних пиков из лучевых сумм. В итоге, не подавляются артефакты, вызываемые вычтенным пиком, и дальнейший алгоритм реконструкции идет некорректно.

Частично качество реконструкции может быть улучшено проведением итераций параметров найденных пиков. Но иногда итерационный процесс по критерию минимума ошибки в лучевых суммах сходится к величине, превышающий заранее заданный итерационный порог (в настоящем исследовании $error_p > 1,5\%$). Для исправления ситуации в подобных случаях предлагается следующий подход:

1. Производится поиск фона и всех имеющихся неоднородностей согласно шагам базового алгоритма со всеми описанными выше модернизациями.
2. Осуществляется проверка невязки в лучевых суммах $error_p$. Если эта ошибка превышает заданную величину (1,5%), то производится удаление из найденного множества пиков всех, кроме тех двух, которые при работе алгоритма были выделены последними.
3. Проводятся итерации оставшихся пиков с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах.
4. Производится поиск остальных пиков согласно шагам алгоритма.
5. Если после завершения поиска пиков ошибка в лучевых суммах по-прежнему оказывается выше заданной, то производится повтор пунктов 2-5 до тех пор, пока количество итераций не сравняется с количеством найденных пиков. Если необходимая точность все же не была достигнута, то выбирается тот результат, который имел меньшую погрешность в лучевых суммах.

Данная процедура позволяет улучшить около половины случаев, в которых после работы алгоритма погрешность в лучевых суммах оказывалась больше наперед заданной величины. Пример работы метода контроля максимальной невязки в лучевых суммах показан на рисунке 3.6.

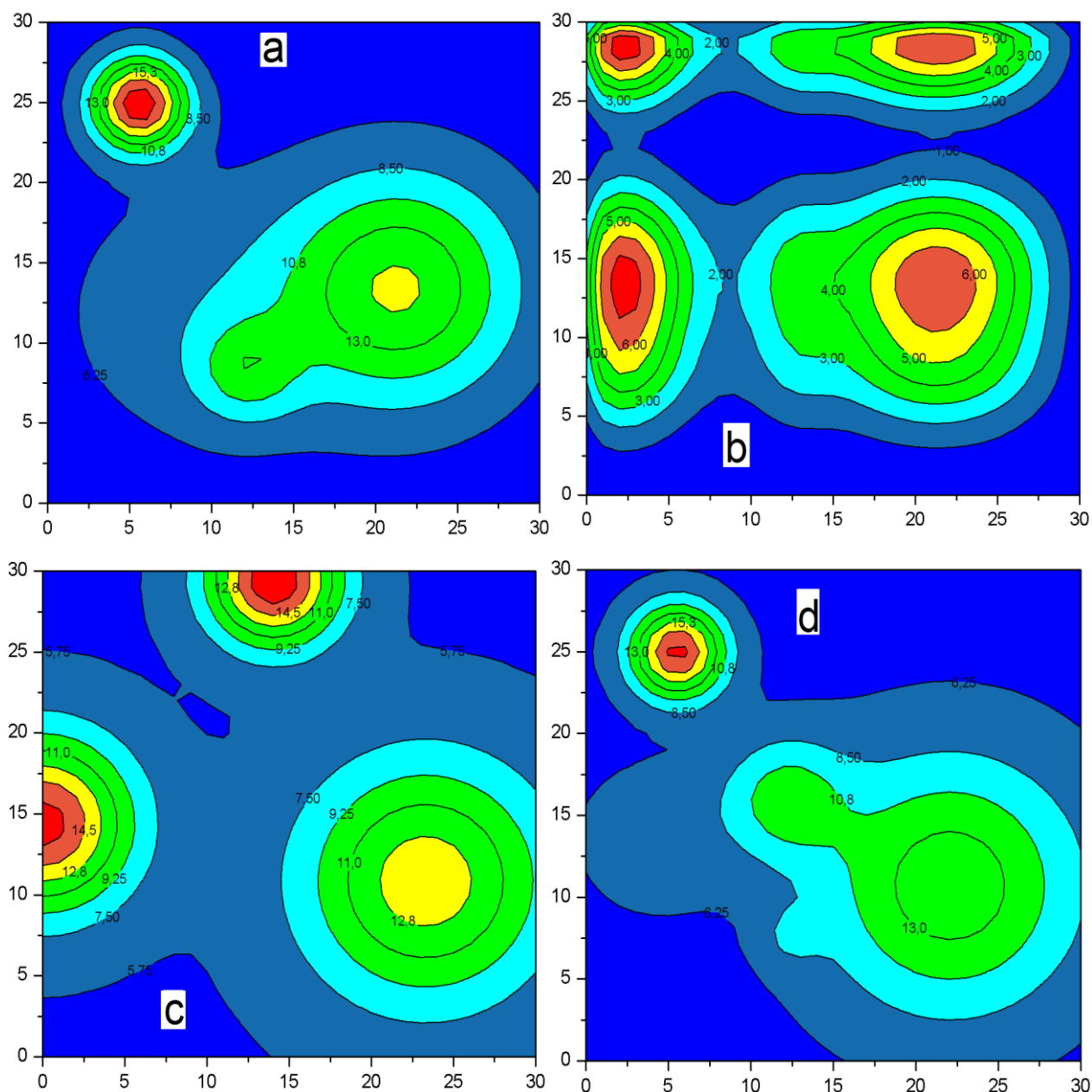


Рисунок 3.6. Фантом, состоящий из четырех перекрывающихся Гауссовых пиков и постоянного фона (а), первоначальная реконструкция методом максимума энтропии (б), результат реконструкции базовым алгоритмом (с), результат реконструкции с учетом контроля максимальной погрешности в лучевых суммах (д).

Как можно видеть (рис. 3.6б), начальная реконструкция методом максимума энтропии привела к тому, что в поле реконструкции максимальный по амплитуде пик является артефактным. В результате второй найденный пик будет также артефактным. Тестовое вращение пиков приводит к тому, что координаты одного из пиков выходят за пределы области реконструкции, в результате чего тестовое

вращение пиков неприменимо. Результат реконструкции фантома базовым алгоритмом (рис. 3.6a) без учета контроля погрешности в лучевых суммах показан на рисунке 3.6с, где невязка в лучевых суммах равна $error_p = 6,3\%$, а реальная погрешность восстановления $error_f = 41,8\%$.

Применение описанного выше метода контроля точности привело к результату, изображенному на рисунке 3.6d, где невязка в лучевых суммах составила величину $error_p = 1,1\%$, а реальная погрешность реконструкции значительно уменьшилась, $error_f = 17,1\%$.

Все перечисленные усовершенствования были введены в базовый алгоритм, который был повторно протестирован на множестве фантомов. Результат тестирования модифицированного базового алгоритма представлен на гистограмме (Рис.3.7), откуда видно заметное улучшение качества реконструкции, по сравнению со случаем тестирования начального базового алгоритма (рис. 3.1). Как можно видеть в 86% случаев погрешность реконструкции составила менее 14%. И только в 6% случаев ошибка реконструкции превышала 20%.

В результате оптимизированный алгоритм стал более универсален и применим к большему виду разнообразных плазменных неоднородностей.

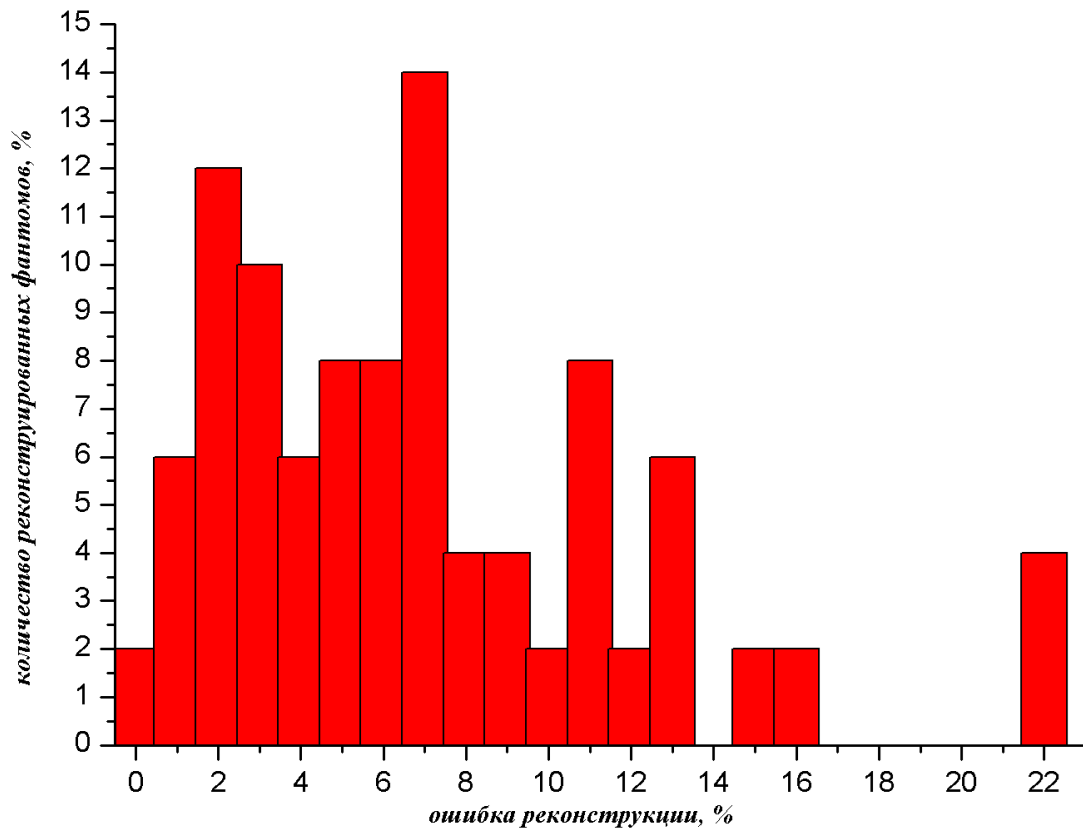


Рисунок 3.7. Гистограмма, описывающая качество реконструкции фантомов, состоящих из четырех Гауссовых пиков со случайным образом заданными параметрами.

3.2 Модельный эксперимент

Для экспериментального исследования латерального распределения, как ионов, так и химически активных радикалов был использован экспериментальный комплекс, состоящий из синхронного двухканального спектрометра «Кварц-2000» (разработка ФТИАН - ВНИИФТРИ) и двух оптических волоконных детекторов, с поворотными коллимирующими объективами, собирающими характеристическое излучение плазмы по веерной схеме сканирования, совместимой с оптическими портами экспериментального технологического реактора. Спектрометр позволяет снимать излучение активных радикалов и ионов плазмы по двум независимым оптическим каналам. Спектральный диапазон (300–855 нм) в сочетании с высоким спектральным разрешением акустооптических фильтров ($<0,3$ нм) позволяет проводить измерения эмиссионных атомных и молекулярных линий. Коллимирующие объективы детекторов собирают излучение в телесном угле 5° . Диапазон перемещения объективов по углу в плоскости сканирования составлял 100° , а минимальный шаг углового перемещения $1,8^\circ$. Отношение сигнал/шум, определяемое системой регистрации спектрометра, составляло 45дБ.

Поскольку томография неоднородностей в плазме достаточно трудно верифицируется, предварительно был проведен модельный эксперимент в геометрии, повторяющей геометрию камеры плазмохимического реактора (рисунок 3.8). В области размещения пластины были помещены три пространственно-протяженных источника света, закрепленных на пластине диаметром 150 мм, представляющих собой светодиодные лампы, имитирующие плазменные неоднородности. Сканирование велось с двух ракурсов, повернутых относительно друг друга на угол 90° , в веерной геометрии. Т. к. рассматриваемые источники света не являются оптически прозрачными (что характерно для плазмы и необходимо для томографической реконструкции), то их расположение выбиралась таким образом, чтобы исключить взаимное перекрытие вдоль линий

сканирования. Сканирование проводилось вдоль 41 луча в веерной геометрии (схема сканирования: рис. 2.12). Расположение источников излучения соответствовало геометрии, изображенной на рисунке 3.8. Также сканирование проводилось при аксиальном повороте пластины на различные полярные углы. Интенсивность источников также являлась регулируемым параметром.

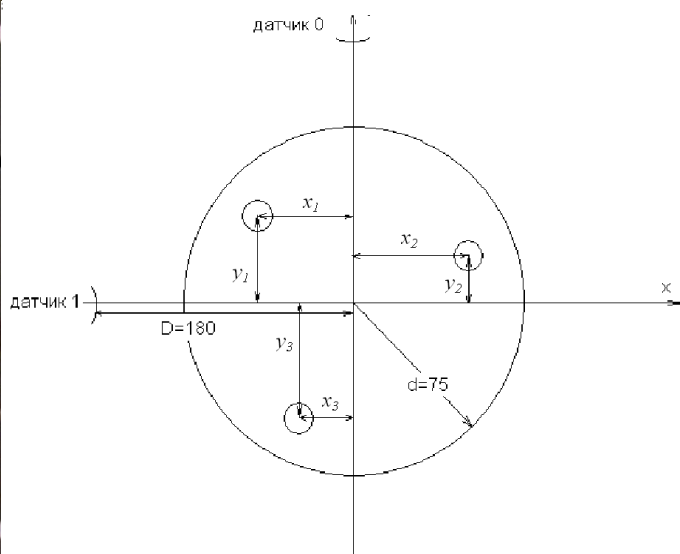
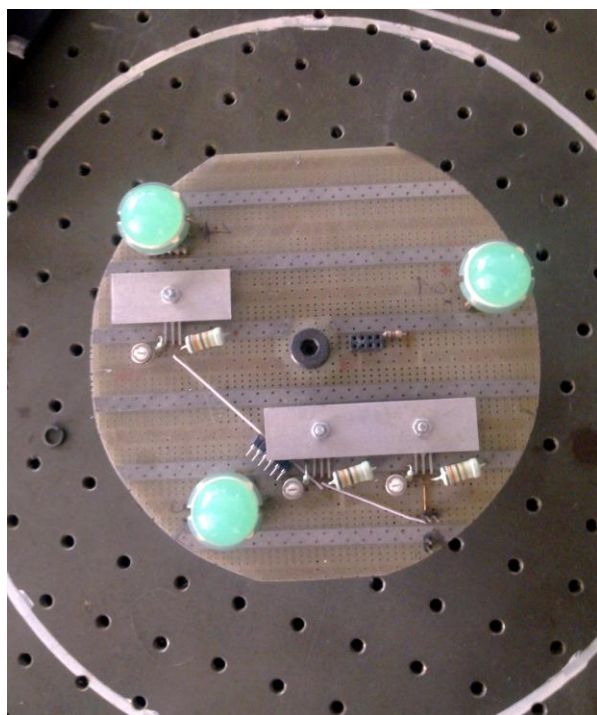


Рисунок 3.8. Фотография и соответствующая ей схема расположения датчиков, при веерной схеме сканирования. Координаты источников света: $(-46;43)$, $(60;19)$, $(-27;-49)$.

Была проведена томографическая реконструкция рассматриваемого объекта при различных углах поворота и взаимной интенсивности источников света. На рисунке 3.9 показан результат реконструкции классическими методами свертки и максимума энтропии. Несмотря на кажущуюся простоту объекта, в случае реконструкции двухракурсных данных стандартными методами наблюдаются множественные артефактные пики, а в случае алгоритма свертки также хорошо видны и ракурсные артефакты.

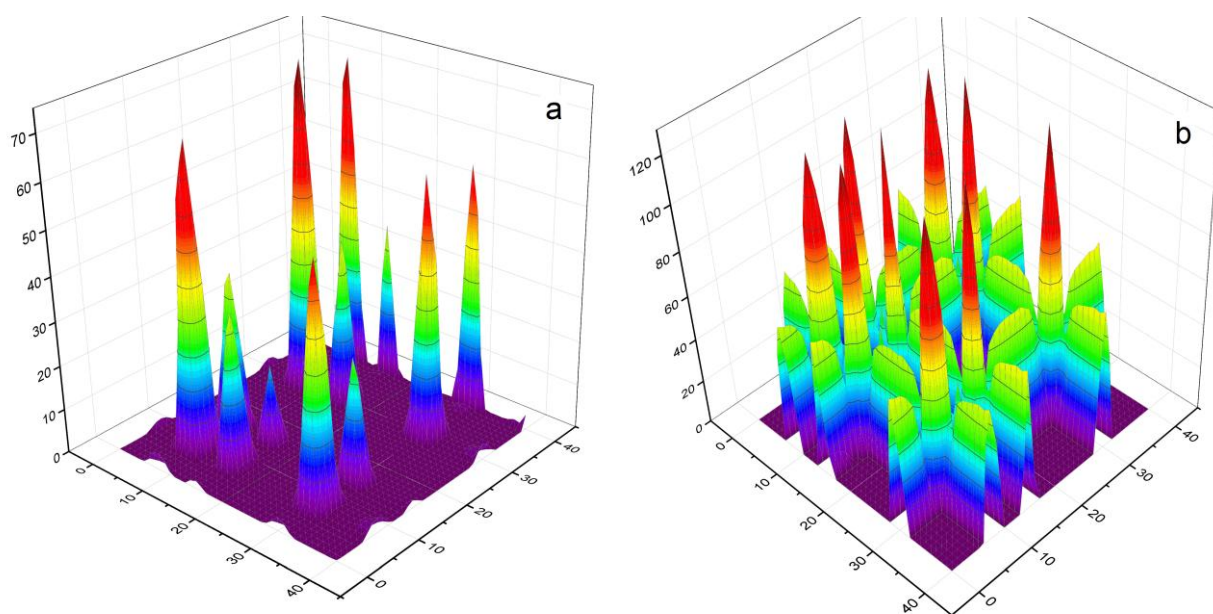


Рисунок 3.9. Результат реконструкции трех источников света классическими методами: методом максимума энтропии (a) и методом свертки (b).

Результаты работы оптимизированного алгоритма, с учетом всех модификаций, показаны на рисунке 3.10. На первом рисунке 3.10a изображен результат реконструкции в начальной геометрии, представленной на рисунке 3.8. На рисунках 3.10b и 3.10c показан результат реконструкции после поворота пластины и изменения яркости источников света. На рисунках 3.10a-3.10c изображены лучевые суммы, полученные в эксперименте, для соответствующей геометрии и интенсивности источников света, а также лучевые суммы, полученные по результатам реконструкции. Во всех случаях наблюдается хорошее соответствие между экспериментом и реконструкцией. Во всех случаях координаты источников света восстанавливались с точностью до размера ячейки сетки.

Таким образом, оптимизированный базовый алгоритм был протестирован на физической модели в виде трех источников света. Верное сканирование томографическим комплексом с последующей реконструкцией полученных лучевых сумм показало хорошее согласие в определении положения источников света, а также в соотношении их амплитуд.

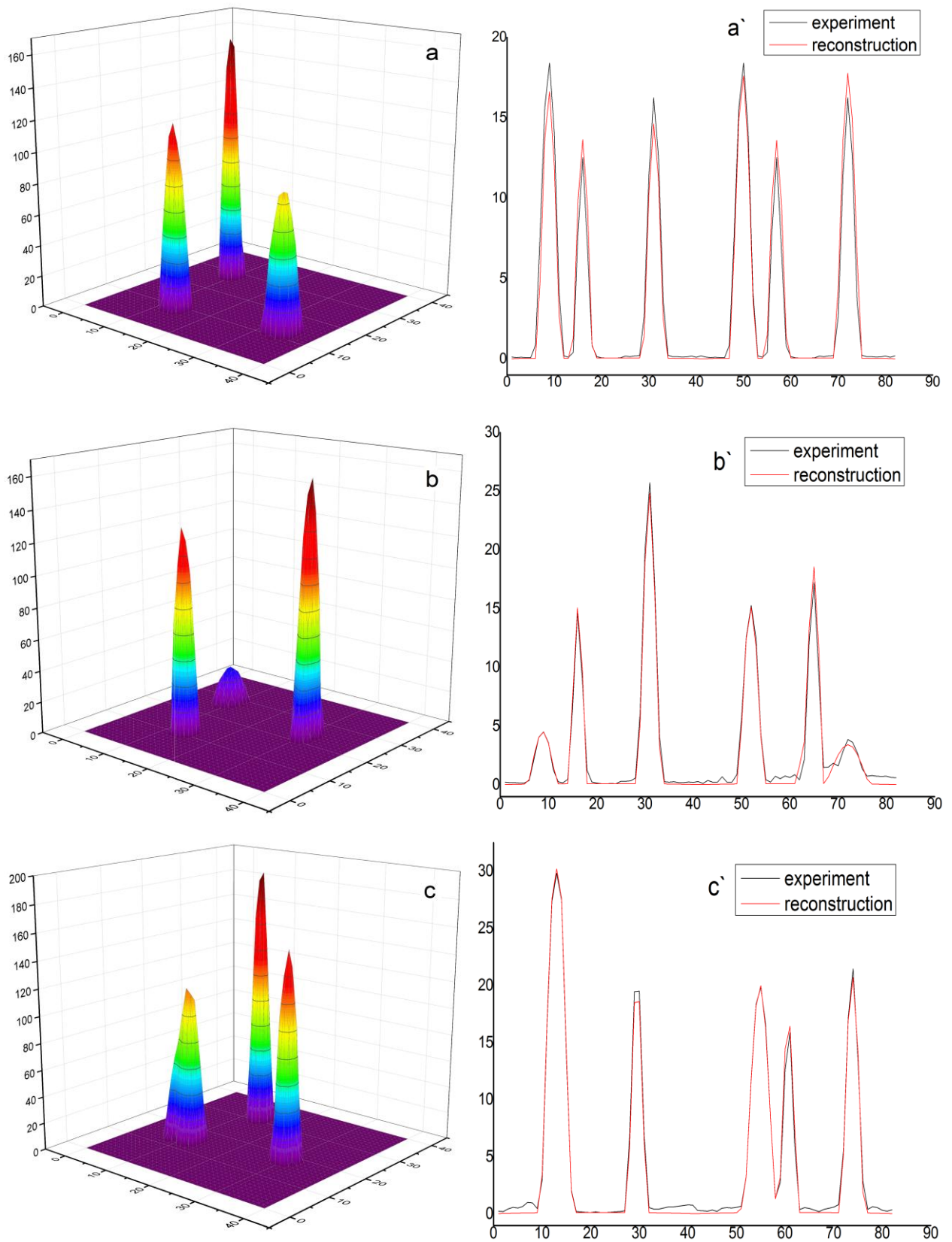


Рисунок 3.10. Результат реконструкции трех источников света (a,b,c) и соответствующие данной конфигурации лучевые суммы (a',b',c') при их различной интенсивности и повороте относительно сканирующих датчиков.

Выводы по главе 3

В данной главе алгоритм реконструкции был изучен на статистически большом количестве томографических фантомов. Были выявлены причины неудовлетворительной работы базового алгоритма для определённого вида фантомов. Проведена оптимизация работы базового алгоритма, в результате чего была:

- повышена точность определения фона,
- оптимизирован поиск максимального по амплитуде пика,
- оптимизированы принципы итерационных вычислений,
- был введен контроль максимальной невязки в лучевых суммах.

В результате модернизации был создан алгоритм, хорошо себя проявляющий при реконструкции большинства томографических фантомов, построенных в соответствии с моделью плазменных неоднородностей.

Предложенный алгоритм реконструкции был опробован на физической модели в виде трех пространственно-протяженных источниках света в геометрии, повторяющей геометрию камеры плазмохимического реактора. Результат реконструкции показал согласие в определении положения источников света, а также в соотношении их интенсивностей.

ГЛАВА 4.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ 2D-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИОНОВ И ХИМИЧЕСКИ АКТИВНЫХ РАДИКАЛОВ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

Данная глава посвящена верификации предлагаемого алгоритма и экспериментальному исследованию двумерного распределения ионов и химически активных радикалов в технологической плазме в камере экспериментального реактора.

4.1 Верификация томографических результатов зондовыми методами в плазме Ar

Ранее на томографических фантомах были получены результаты, свидетельствующие о достаточно высоком качестве томографической реконструкции, однако для проверки модернизированного алгоритма двухракурсной эмиссионной томографии в реальных условиях необходим эксперимент, в котором латеральное распределение плотности частиц в сечении реактора могло бы быть измерено как при помощи эмиссионной томографии, так и независимым методом.

Для такого эксперимента в качестве объекта исследования была выбрана плазма аргона, а точнее ее ионная компонента. В низкотемпературной плазме низкого давления существует однократно ионизированный ион Ar^+ , являющийся единственно возможным (многоступенчатой ионизацией можно пренебречь). Поэтому с помощью инструментальной пластины с Ленгмюровскими зондовыми датчиками (Ленгмюровским мультizonдом) распределение плотности ионов Ar^+ может быть измерено однозначно. С другой стороны, спектрально разрешенная

оптическая эмиссия возбужденного состояния этих ионов (например, с длиной волны $\lambda = 488,0$ нм) доступна для сбора томографических данных. При условии однородности электронной температуры плазмы в диагностируемой области реактора, алгоритм томографической реконструкции по данным оптической эмиссии Ar^+ должен дать то же пространственное распределение ионной плотности, что и зондовая методика. Условие пространственной однородности электронной температуры плазмы может быть проверено также при помощи зонда Ленгмюра.

Методика измерений мультизондом

Эксперименты проводились в камере экспериментального технологического реактора с установленным удалённым источником индуктивно-связанной плазмы (ICP), предназначенного для плазменно-иммерсионной ионной имплантации [102] (рис.2.1). Истинное латеральное распределение плотности ионов в плазме вблизи поверхности пластины определялось при помощи использования инструментальной пластины - автоматизированного мультизонда с соответствующим программным обеспечением [106]. Система датчиков представляет собой пластину из диэлектрического материала с пространственно разнесенными 13 плоскими зондами Ленгмюра, с изолированными электрическими измерительными цепями (Рис.4.1). Мультизонд помещался в реактор вместо обрабатываемой кремниевой пластины. Из измеряемых индивидуальными зондами вольт-амперных характеристик, в соответствии с теорией Ленгмюра, вычислялись параметры плазмы в непосредственной близости от каждого плоского зонда, в частности электронная температура и концентрация ионов.

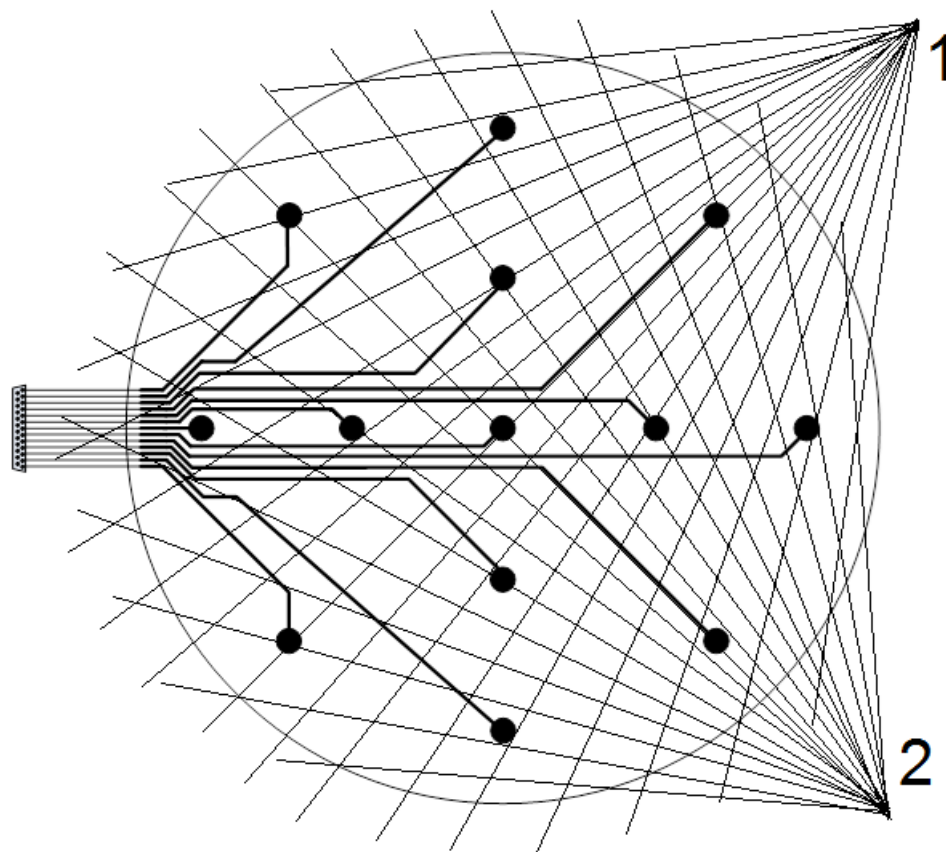


Рис.4.1. Измерительная пластина мультizonда с тринадцатью плоскими зондами Ленгмюра, а также совмещенная с ней веерная схема томографического сканирования с ракурсами 1 и 2.

Дополнительно электронная температура плазмы в сечении реактора более надежно определялась подвижным цилиндрическим зондом Ленгмюра. Концентрация ионов в плазме (n_i) определялась по ионному току насыщения измеренной ВАХ плоских зондов по формуле Бома [107]

$$I_i^{saturation} = 0.52n_i e S \sqrt{\frac{kT_e}{M}}, \quad (4.1)$$

где

S – площадь зонда, M – масса иона, T_e – электронная температура, k – постоянная Больцмана.

Эксперимент проводился в плазме Ar при значениях давления в камере реактора: 2; 6,7 и 12 мТорр. Дополнительные неоднородности в плазму

искусственно вносились путем искажения геометрии пристеночного магнитного поля реактора.

Электронная температура в плазме Ar, по данным зондовых измерений, составила $T_e = 3,23$ эВ для $P=2$ мТорр, $T_e = 2,04$ эВ для $P = 6,7$ мТорр и $T_e = 1,47$ эВ для $P = 12,1$ мТорр. Отклонения от указанных значений T_e в зоне нахождения пластины составляли менее 5%, что сравнимо с погрешностью измерения электронной температуры зондовым методом.

Поэтому значения ионных токов насыщения, полученных с каждого из датчиков, могли быть интерпретированы из соотношения (4.1) как нормированная концентрация ионов Ar^+ вблизи соответствующего датчика.

Значения плотности Ar^+ в промежуточных точках в пределах пластины определялось с помощью интерполяционной функции (4.2). При необходимости, по формуле (4.2) проводилась и экстраполяция функции ионной плотности в область вне датчиков на расстояние не более шага между индивидуальными зондами.

$$f(\vec{r}) = \frac{c}{N} \sum_{i=1}^N f(\vec{r}_i) + \sum_{i=1}^N w_i (\vec{r} - \vec{r}_i)^2 \ln(|\vec{r} - \vec{r}_i|), \quad (4.2)$$

где

$\vec{r}_i$ - радиус вектор i -ого датчика относительно центра пластины,

$f(\vec{r}_i)$ - значение концентрации в точке нахождения одного из $N = 13$ датчиков,

w_i - веса функции, определяемые из условия, что функция $f(\vec{r})$ известна в точках $\vec{r}_i$,

c - нормировочная постоянная, выбиралась равной 0,8, что обеспечивало необходимую гладкость распределения ионной плотности в области за крайними датчиками.

Вычислительный эксперимент эмиссионной томографии и сравнительные результаты

Интенсивность излучения I возбужденными частицами в области пространства, занятого плазмой, пропорциональна концентрации частиц n в данной области. Поэтому двумерное концентрационное поле ионов Ar^+ , полученное из экспериментов с использованием пластины-мультизонда было использовано для генерирования томографических данных в двухракурсной веерной схеме (рис. 4.1), где ракурсы повернуты относительно друг друга на угол 90° .

Вместо измерения оптической эмиссии было проведено формирование лучевых сумм, имитирующих измеренные линейные интегралы интенсивности излучения ионов Ar^+ для каждого ракурса сканирования, проводилось вдоль 31 равноотстоящего луча в соответствии с выражением:

$$p = \int_0^L f(x, y) dz, \quad (4.3)$$

где $f(x, y)$ интенсивность излучения ионов аргона в точке с координатами (x, y) , а интегрирование ведется вдоль прямой L между границами области реконструкции.

Расчет функции интенсивности излучения Ar^+ $f(x, y)$ проводился из экспериментально измеренного распределения плотности ионов, с учетом интерполяции (4.2). Как известно [101], при однородном пространственном распределении T_e , интенсивность спектральной линии излучения атома/иона есть линейная функция плотности частиц.

Такая постановка вычислительного эксперимента исключала из процедуры верификации математического алгоритма томографической реконструкции неизбежные погрешности аппаратного накопления исходных томографических данных системой оптического сканирования и давала возможность оценить собственную погрешность алгоритма реконструкции.

Томографическая реконструкция двумерного поля плотности ионов Ar^+ из сформированных данных проводилась по оптимизированному алгоритму, описанному в предыдущей главе. На рисунке (4.2) приведены интерполированные распределения ионов аргона (4.2a) и их реконструкция методом эмиссионной томографии (4.2b) при давлении 12,1 мТорр в камере реактора.

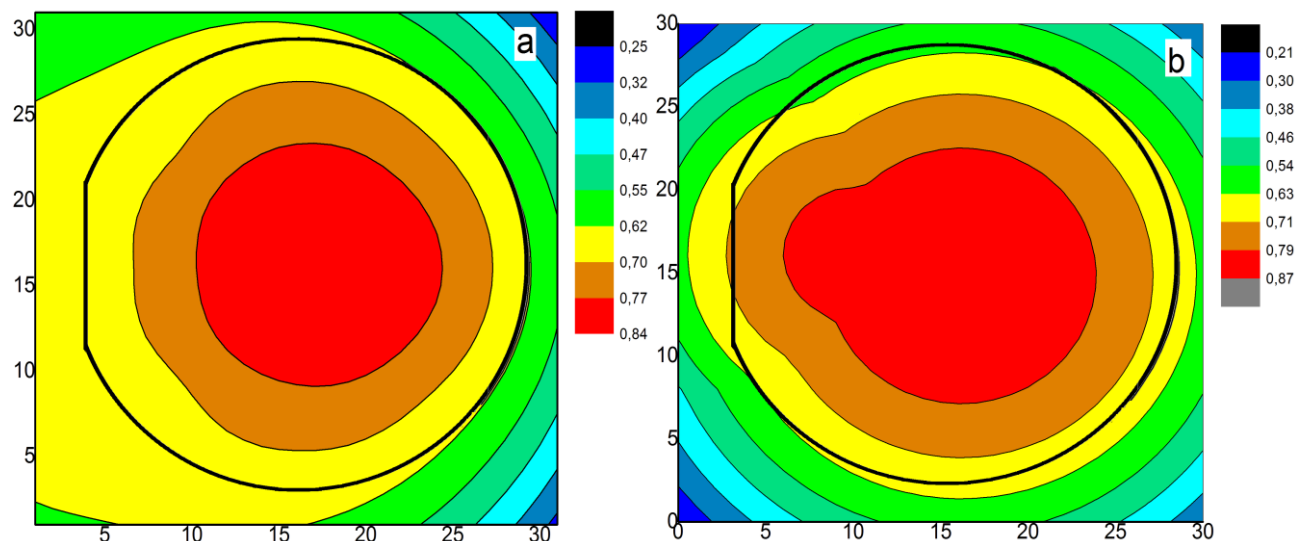


Рис.4.2. Нормированное распределение концентрации ионов Ar^+ ($P=12,1$ мТорр), полученное в результате интерполяции данных мультизонда (a), и его томографическая реконструкция (b). ($error = 2,8\%$, $\varepsilon = 6,7\%$).

На рисунках контуром также показано расположение обрабатываемой кремниевой пластины. Погрешность томографической реконструкции рассчитывалась как среднеквадратичное отклонение в значениях концентрации в 13 точках, соответствующих положению датчиков мультизонда:

$$error = \sqrt{\frac{\sum (I_i - I_i^{reconstruction})^2}{\sum (I_i)^2}} \cdot 100\%, \quad (4.4)$$

где I_i и $I_i^{reconstruction}$ – значение тока, полученного с i -ого датчика мультизонда, и значение, полученное после реконструкции, соответственно.

Характеристикой неоднородности плазмы по сечению реактора считалась величина относительной неоднородности реконструированного поля в области, ограниченной датчиками мультизонда:

$$\varepsilon = \frac{\langle n_{sd} \rangle}{\langle n \rangle} \cdot 100\%, \quad (4.5)$$

где $\langle n \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i$ - среднее значение концентрации частиц по ячейкам сетки N,

$\langle n_{sd} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (n_i - \langle n \rangle)^2}$ - среднеквадратичное отклонение в значении концентрации частиц по ячейкам сетки N.

Из рисунка 4.2 видно, что томографическая реконструкция корректно воспроизводит отклонения от цилиндрической симметрии пространственного распределения плотности ионов по площади реактора. Причем двухракурсная томографическая реконструкция воспроизводит асимметричность латерального распределения ионов относительно центра реактора, что было бы невозможно получить, применяя одноракурсную томографию, основанную на преобразовании Абеля. Количественное несоответствие между томографической реконструкцией плотности ионов в плазме и данными, полученными мультizonдом, не превышает 6%.

Зондовыми измерениями установлено (Таблица 1), что увеличение давления приводит к росту неоднородности в пространственном распределении ионов Ar^+ .

Давление в камере реактора P , <i>mTorr</i>	Ошибка томографической реконструкции <i>error</i> , %	Неоднородность плазмы по сечению реактора ε , %
2	3.2	4.6
6.7	4.5	6.4
12.1	2.8	6.7

Таблица 1. Ошибка томографической реконструкции и латеральная неоднородность плазмы Ar^+ при различных давлениях в камере плазмохимического реактора.

Данный результат качественно и количественно подтверждается методом эмиссионной томографии. Дополнительный пик (немонотонное спадание

концентрации от центра), который можно наблюдать на рис. 4.2b, как мы полагаем, является артефактом, т.е. в этом месте нет локального всплеска концентрации ионов аргона. Причиной его появления с одной стороны является интерполяция и экстраполяции зондовых данных, полученных в 13 точках области реконструкции, а с другой стороны принятая модель неоднородностей, описывающая любую плазменную неоднородность в виде конечного числа локальных пиков. В целом, проведенный вычислительный эксперимент показывает, что модифицированный алгоритм обладает необходимыми возможностями бесконтактного метода диагностики для выбора диапазона оптимальных давлений в реакторе с точки зрения однородности плазмы.

Общеизвестно, что на однородность пространственного распределения частиц плазмы влияет приложенное внешнее магнитное поле. В нашем эксперименте была возможность изменения пристеночного магнитного поля плазмохимического реактора. Интересно было исследовать, как этот фактор скажется на результатах зондовой и томографической диагностики.

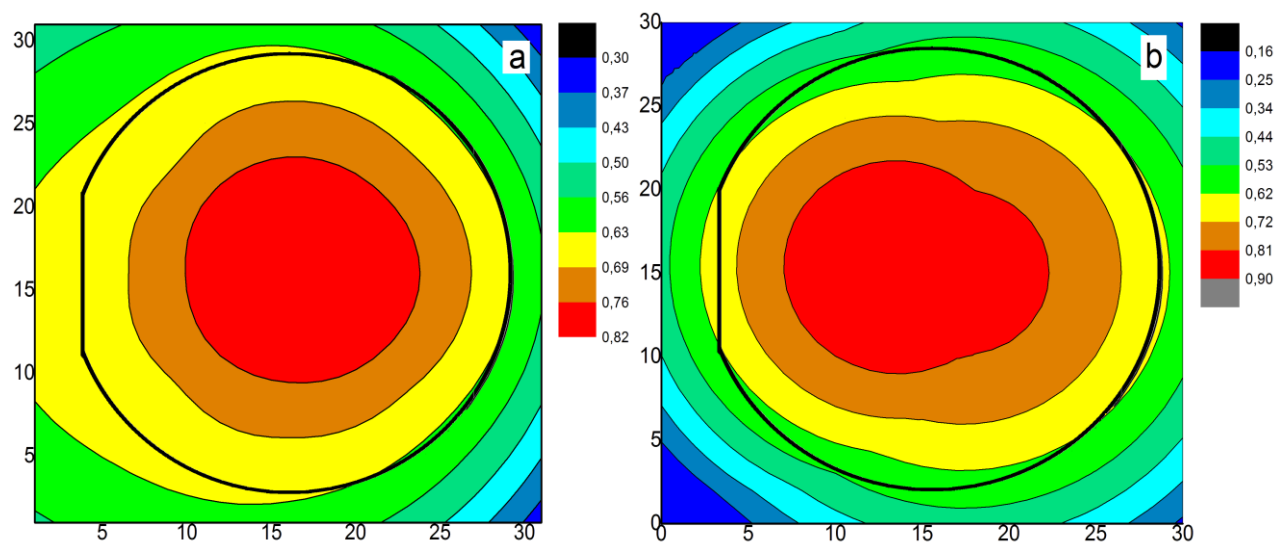


Рис.4.3. Нормированное распределение концентрации ионов Ar^+ ($P=12,1 \text{ мТорр} + \text{магнит}$), полученное в результате интерполяции данных мультizonда (a), и его томографическая реконструкция (b). ($\text{error} = 5,5\%$, $\varepsilon = 8,5\%$).

На (рис.4.3) показано влияние асимметрии магнитного поля на латеральное распределение ионов аргона в технологическом реакторе. Как видно из рисунка 4.3а (зондовые измерения), изменение симметрии магнитного поля установкой дополнительных постоянных магнитов на стенку реактора приводит к смещению максимума неоднородности в латеральном распределении ионов аргона. Это полностью соответствует результатам, полученным на основе алгоритма эмиссионной томографии (рис. 4.3b). По мере роста давления (Таблица 2) влияние асимметрии пристеночного магнитного поля на центральную симметрию распределения ионов увеличивается, что характеризуется величиной латеральной неоднородности плазмы по сечению реактора.

Давление в камере реактора P , $mTorr$	Ошибка томографической реконструкции $error$, %	Неоднородность плазмы по сечению реактора ε , %
2	3.3	5.1
6.7	4.6	7.1
12.1	5.5	8.5

Таблица 2. Ошибка томографической реконструкции и латеральная неоднородность плазмы Ar^+ при различных давлениях в камере плазмохимического реактора с возмущением пристеночного магнитного поля.

Таким образом, проведена верификация алгоритма малоракурсной эмиссионной томографии в схеме, совместимой с промышленными реакторами микроэлектроники на низкотемпературной плазме Ar в экспериментальном плазмохимическом реакторе. Было показано, что данный алгоритм дает качественно верное двумерное пространственное распределение ионов аргона по сечению реактора во всех исследуемых случаях.

Количественное несоответствие между методом эмиссионной томографии и прямыми экспериментальными результатами, полученными методом мультizonда, не превосходят 6% (среднеквадратичная ошибка).

По мере роста давления в камере реактора латеральная неоднородность распределения частиц в его центре, по отношению к периферийным зонам, возрастает, что является физически верным для такого типа реактора, и правильно отображается при томографической реконструкции эмиссионных данных. Пространственное смещение неоднородности в распределении ионов аргона при асимметрии магнитного поля, также корректно реконструируется верифицируемым алгоритмом эмиссионной томографии.

По результатам измерений было получено, что латеральная неоднородность плазмы вблизи поверхности пластины, в самом наихудшем случае, не превышает 8,5% . Нарушение настроек пристеночного магнитного поля является весьма чувствительным для однородности пространственного распределения ионов Ar^+ по сечению реактора в целом, а не только в его периферийных зонах.

4.2 Томография плазмы BF_3

Для определения латеральной однородности как ионной компоненты плазмы, так и свободных радикалов были проведены томографические эксперименты на BF_3 - плазме в камере плазменно-иммерсионного ионного имплантера (рис. 2.1). Разряд индуктивного типа (планарный ICP 13,56 МГц, удаленный источник), обеспечивал генерацию плотной плазмы при давлениях в камере 2-15 *mTorr*, при мощности разряда 400 – 1000 Вт. Реактор снабжен пристеночными магнитными системами настройки однородности плазмы. Для исключения влияния переотражений излучения плазмы от внутренних стенок камеры была введена пристеночная вставка, поглощающая излучение в исследуемом диапазоне.

На рисунке 4.4 показаны полученные эмиссионные спектры BF_3 плазмы с добавлением 2% *Ar*. Из них видно, что наблюдаются интенсивные линии, как атомов F^* (незаряженные радикалы), так и ионов B^+ . Поэтому этот тип плазмы удобен для томографии ионов и радикалов одновременно.

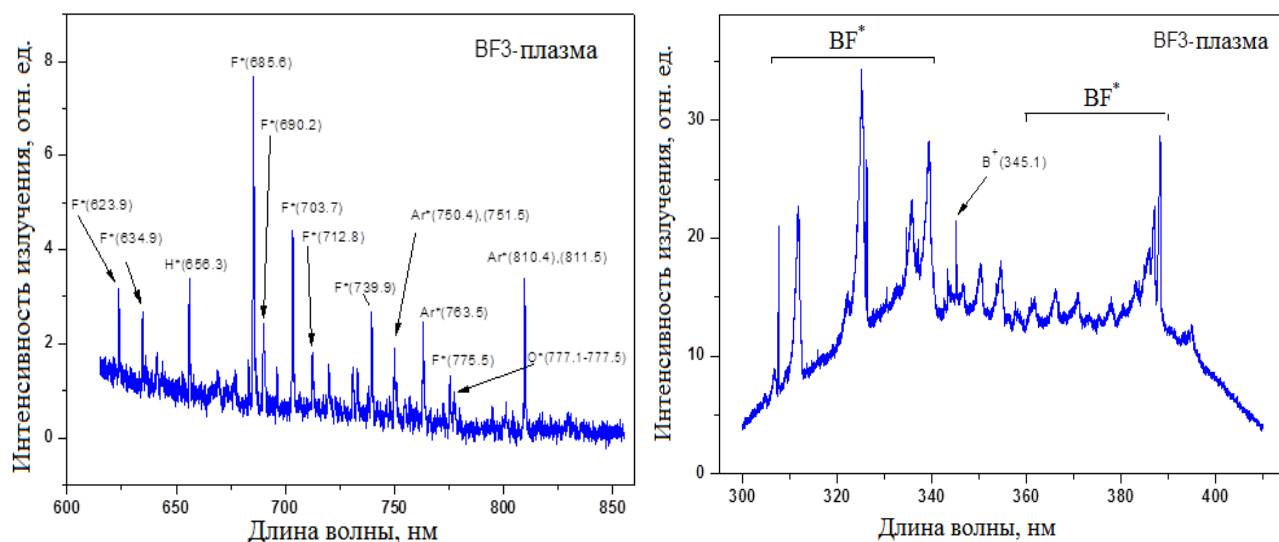


Рисунок 4.4. Спектры BF_3 плазмы с добавлением 2% *Ar*.

В плазме BF_3 , в отличие от плазмы Ar , присутствуют четыре типа частиц (нейтральные молекулы, молекулярные ионы, атомарные радикалы и атомарные ионы), которые могут иметь разное пространственное и энергетическое распределение. В связи с этим распределение электронной температуры вдоль сечения реактора уже нельзя полагать однородным, и поэтому для реконструкции $2D$ распределения плотности исследуемых компонентов плазмы в сечении реактора применялся метод актинометрической нормировки [101]. Введение в плазму актинометра обусловлено необходимостью исключить влияние изменения параметров плазмы (электронной температуры) по сечению реактора на интенсивность излучения, не связанное с изменением плотности частиц в плазме.

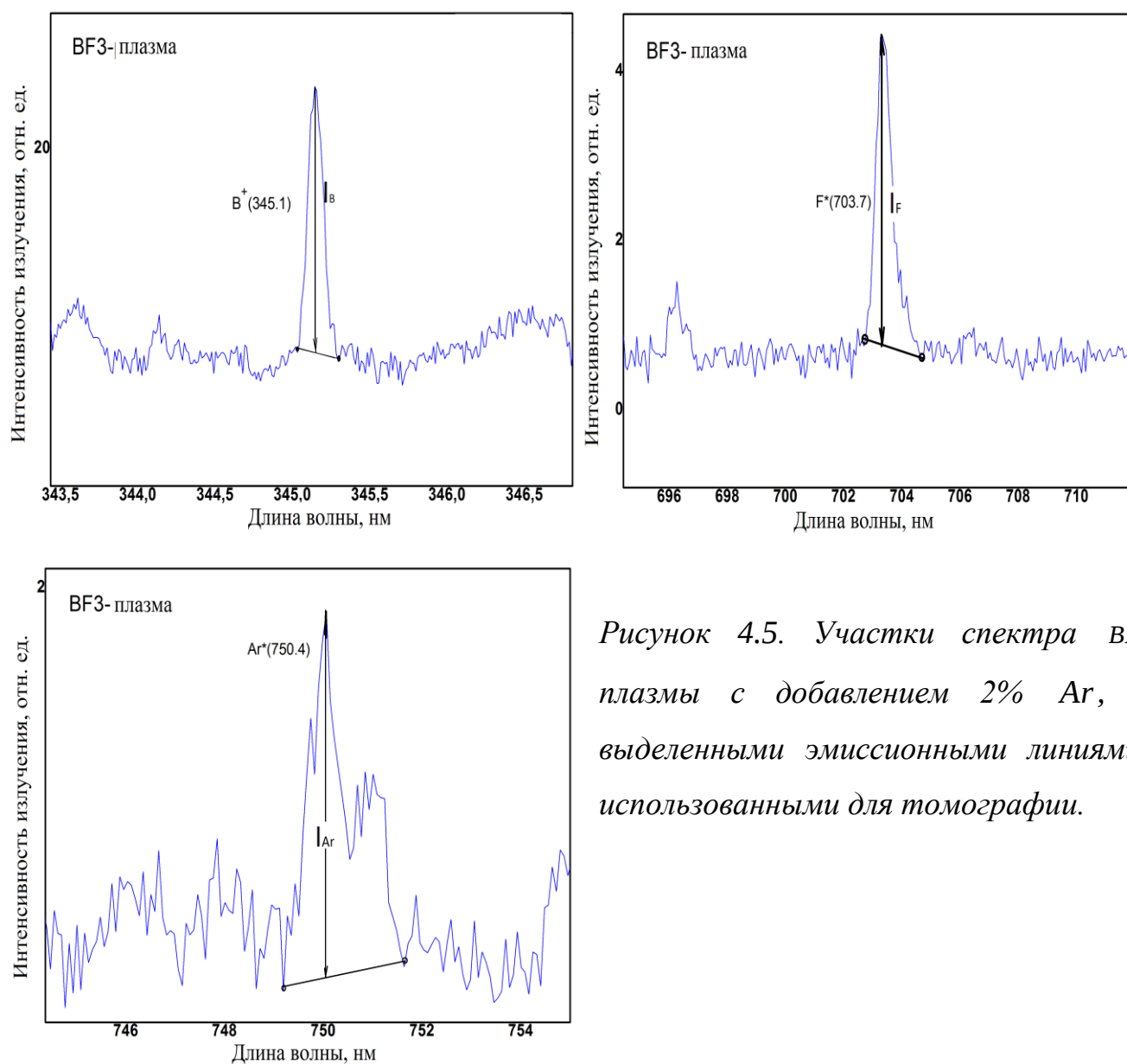


Рисунок 4.5. Участки спектра BF_3 плазмы с добавлением 2% Ar , с выделенными эмиссионными линиями, использованными для томографии.

Порог возбуждения (E_{th}) ионов бора B^+ (345,1 нм) составляет $E_{th} = 12,69$ эВ, для фтора F^* (703,7 нм) $E_{th} = 14,74$ эВ, а для Ar^* (750,4 нм) $E_{th} = 13,47$ эВ. Близость в значениях пороговых энергий позволяет использовать Ar в качестве актинометра, как для атомов F^* , так и для ионов B^+ . На рисунке 4.5 изображены участки спектра, на которых отчетливо видны описанные выше линии:

пик бора B^+ (345,1 нм), оптический переход $1s^2 2p^2 \ ^1D_2 \rightarrow 1s^2 2s 2p \ ^1P_1^\circ$,

пик фтора F^* (703,7 нм), оптический переход $2s^2 2p^4 ({}^3P) 3p \ ^2P_{3/2}^\circ \rightarrow 2s^2 2p^4 ({}^3P) 3s \ ^2P_{3/2}$,

и пик аргона Ar^* (750,4 нм), оптический переход $3s^2 3p^5 ({}^2P_{1/2}^\circ) 4p \ ^2[1/2]_0 \rightarrow 3s^2 3p^5 ({}^2P_{1/2}^\circ) 4s \ ^2[1/2]_1^\circ$,

а также показан способ отсчета интенсивности излучения избранных спектральных линий.

Интенсивность излучения избранной спектральной линии, например, фтора может быть описана формулой [101]:

$$I_F \propto n_F \cdot n_e \int_{E_{th}}^{\infty} \sigma_F(\varepsilon) \cdot \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_e}} \cdot f_e(\varepsilon) \cdot d\varepsilon, \quad (4.6)$$

где

n_F – концентрация атомов фтора,

n_e – концентрация электронов,

$\sigma_F(\varepsilon)$ – сечение возбуждения данного оптического перехода,

m_e – масса электронов,

ε – энергия электронов,

$f(\varepsilon)$ – функция распределения электронов по энергиям.

Аналогичные выражения могут быть написаны для ионов B^+ и радикалов Ar^* .

В работе [103] интенсивность излучения определяется по формуле, выраженной через функцию распределения электронов по скоростям:

$$I_F \propto n_F \cdot n_e \int_0^{\infty} \sigma_F(v_e) \cdot v_e \cdot f_e(v_e) \cdot 4\pi v_e^2 dv_e. \quad (4.7)$$

На рисунке 4.6 изображен график зависимости сечения возбуждения и выражения $v_e^3 f_e(v_e)$, входящие в формулу (4.7) от скорости электронов.

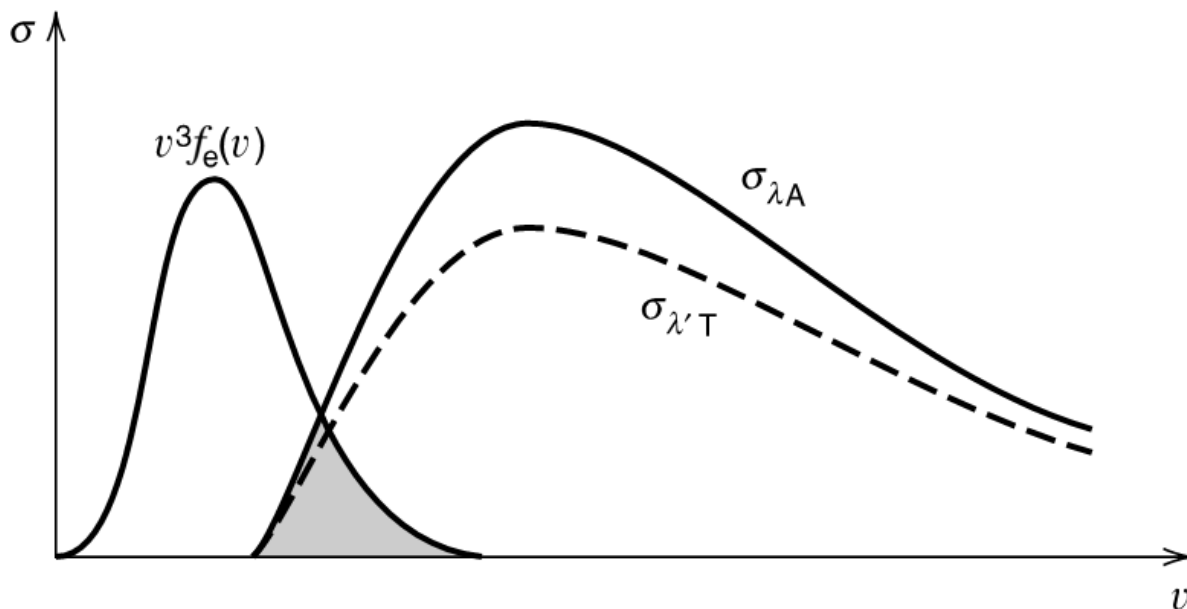


Рисунок 4.6. Зависимость сечения возбуждения от скорости частиц плазмы [97].

Из рисунка 4.6 видно, что в области перекрытия функции распределения электронов по скоростям и сечения возбуждения перехода, сечение может быть аппроксимировано линейной зависимостью. Данный случай характерен именно для низкотемпературной плазмы. В результате концентрацию атомов фтора можно представить в виде:

$$n_F(x, y) = K_{act} \cdot n_{act} \frac{I_F(x, y)}{I_{act}(x, y)}, \quad (4.8)$$

где

n_{act} - концентрация частиц актинометра,

I_F и I_{act} - интенсивности излучения атомов фтора и актинометра

соответственно,

K_{act} - актинометрический коэффициент

$$K_{act} = \frac{\int_{E_{th}}^{\infty} \sigma_F(\varepsilon) \cdot \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_e}} \cdot f(\varepsilon) \cdot d\varepsilon}{\int_{E_{th1}}^{\infty} \sigma_{act}(\varepsilon) \cdot \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_e}} \cdot f(\varepsilon) \cdot d\varepsilon} = const. \quad (4.9)$$

Сканирование плазмы проводилось в сечении реактора, удаленной на 10мм по вертикали от поверхности пластины. Для исследования возможностей предлагаемого томографического алгоритма в конструкцию реактора и параметры разряда вводились изменения, призванные вызывать неоднородности в плазме:

- эксперимент проводился при различных значениях давления в камере реактора,
- демонтировалась газораспределительная система, и использовался только один газовый ввод, расположенный асимметрично вдоль вертикальной оси реактора,
- вводились искусственные неоднородности пристеночного магнитного поля,
- исследовалось влияние наличия кремниевой пластины на латеральное распределение частиц.

На рисунке 4.7 изображен экспериментальный комплекс по двухракурсной эмиссионной томографии. Спектральный диапазон (300–855 нм) в сочетании с высоким спектральным разрешением акустооптических фильтров (<0.3 нм) позволяет проводить измерения эмиссионных атомных и молекулярных линий. Коллимирующие объективы детекторов собирают излучение в телесном угле 5°. Диапазон перемещения объективов по углу в плоскости сканирования составит 100°, а минимальный шаг углового перемещения 1,8°. Отношение сигнал/шум, определяемое системой регистрации спектрометра, составляло 45дб.

За счет высокого спектрального разрешения приемников сбор излучения реактора осуществлялся для различных компонент плазмы независимо. После чего определялась интенсивность излучения соответствующей компоненты для каждого из лучей ракурса. Затем проводилась томографическая реконструкция распределения каждой из исследуемых компонент плазмы и окончательно в

соответствии с формулой (4.6) определялось относительное латеральное распределение, как ионов бора, так и нейтральных атомов фтора.

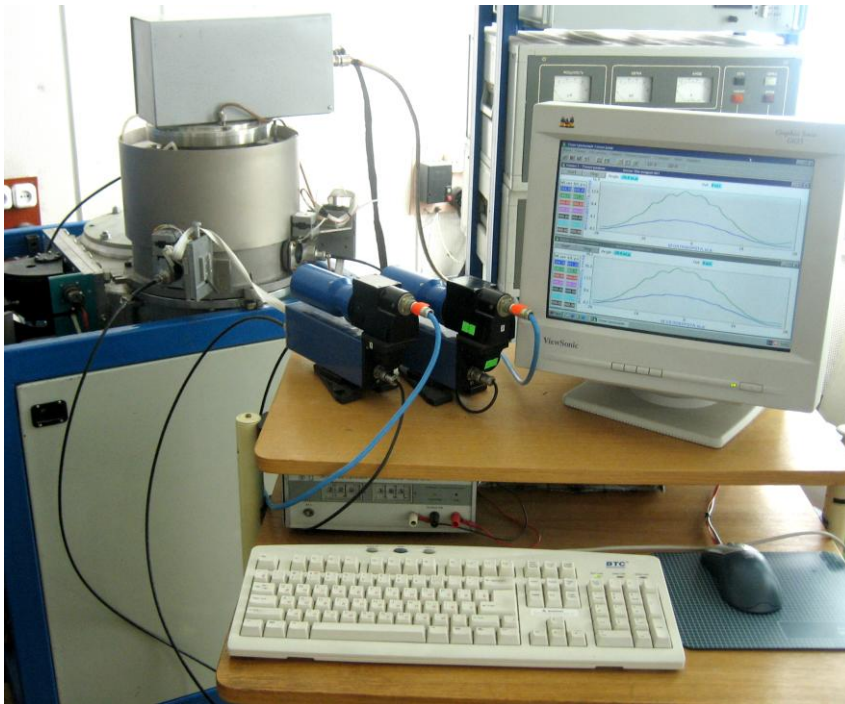


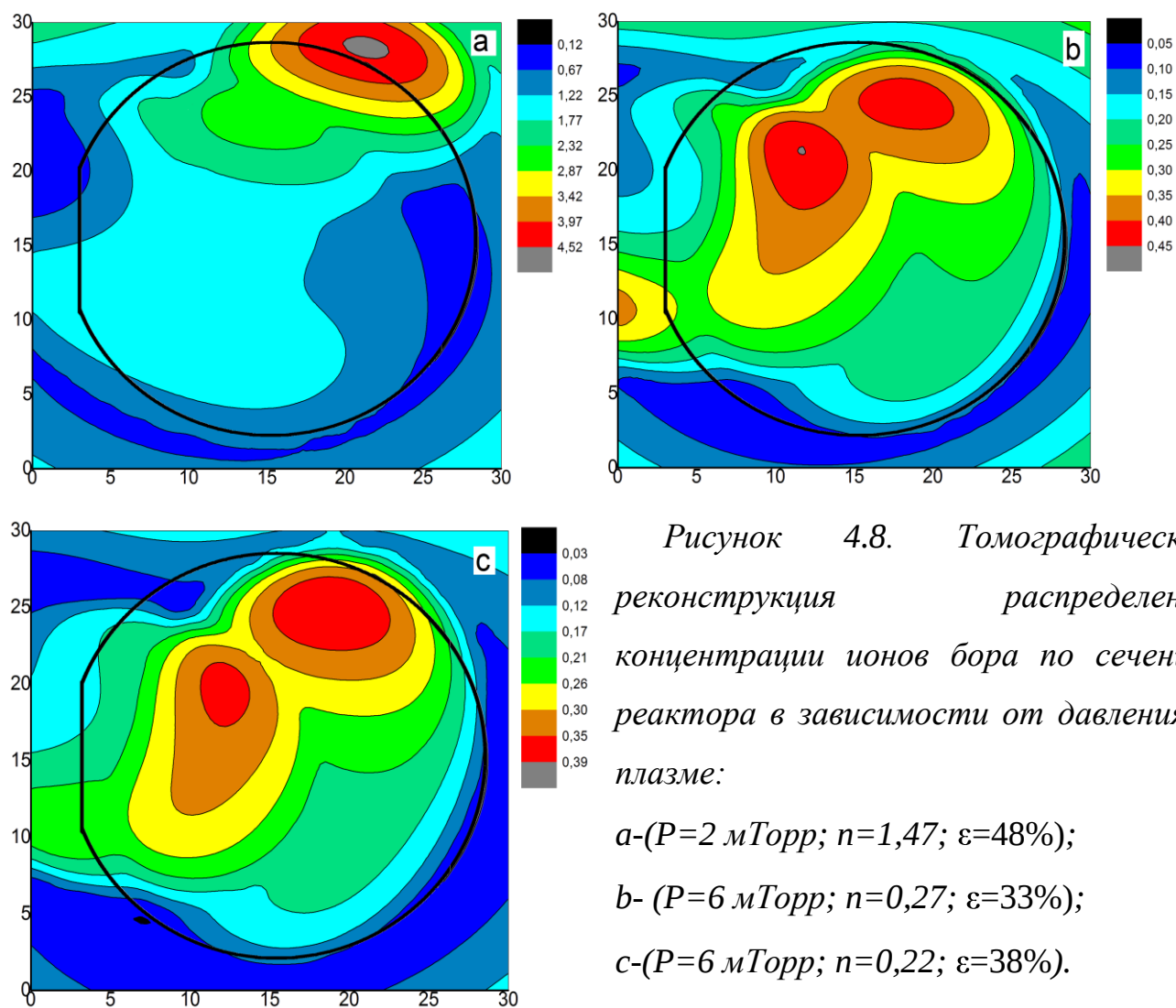
Рисунок 4.7. Двухкурсный эмиссионный томограф.

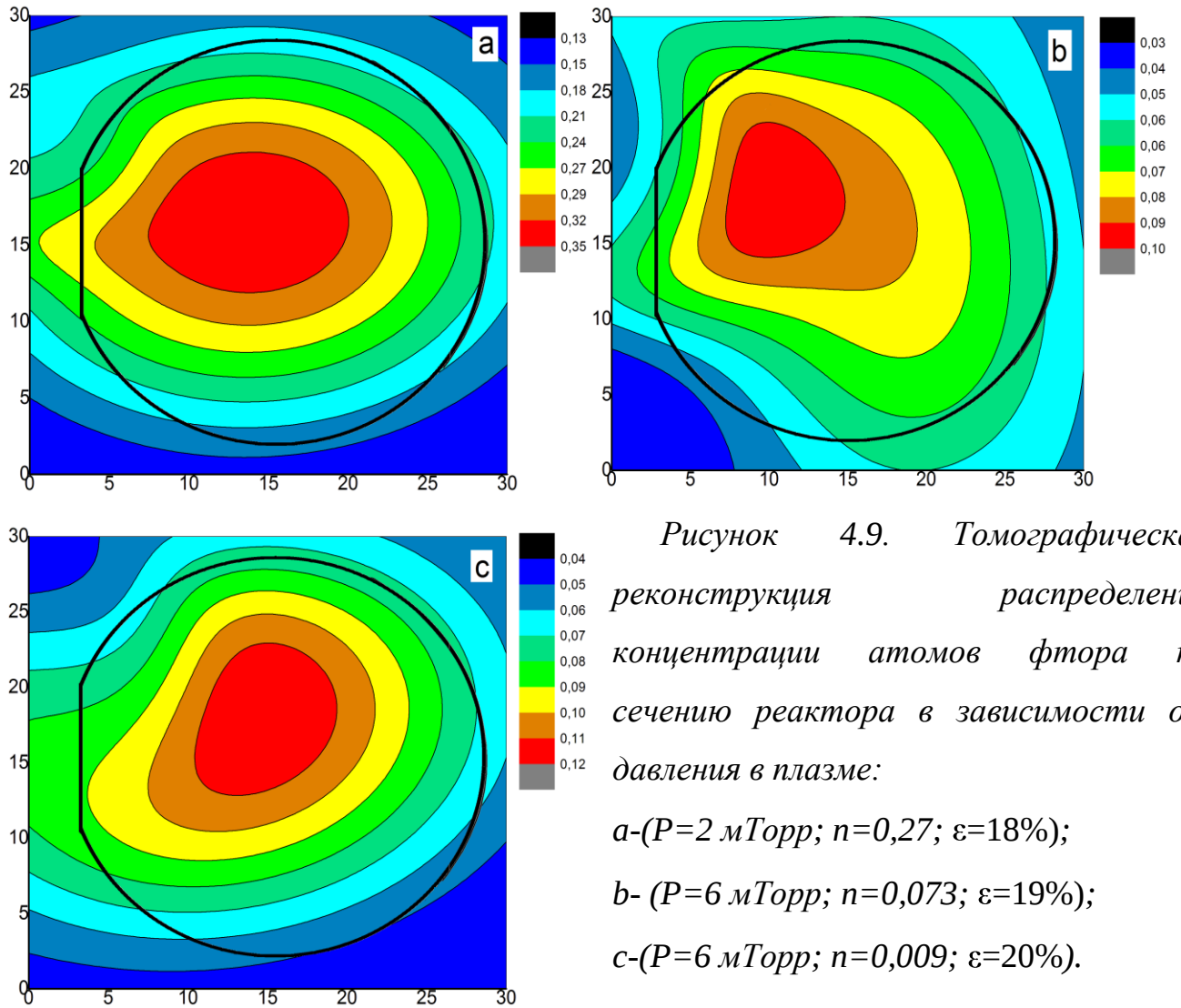
На рисунках 4.8-4.9 изображена эволюция латерального распределения ионов бора и атомов фтора по мере роста давления плазмы в реакторе с использованием одного газового вывода. Каждый рисунок характеризуется значением средней концентрации частиц $n = \langle n \rangle$, а также относительной неоднородностью ε распределения частиц в области, нахождения пластины (4.5).

При давлении 2 мТорр на рисунке 4.8а отчетливо виден пик для ионов B^+ в области проекции газового ввода. Для атомов F^* наблюдается лишь асимметрия в распределении частиц. Это можно объяснить тем фактом, что пороговое значение энергии образования свободных радикалов в несколько раз ниже по сравнению с порогом ионизации. В связи с этим процесс ионизации происходит в основном в области разряда, а диссоциация - во всей области реактора. Это эффект приводит к более однородному распределению атомов F^* по сравнению с ионами B^+ . Повышение давления $2 \text{ мТорр} \rightarrow 6 \text{ мТорр} \rightarrow 10 \text{ мТорр}$ приводит к повышению

однородности и центральной симметрии распределения как ионов, так и свободных радикалов по площади реактора. Это связано с увеличением, по мере роста давления, рассеяния потока частиц в плазме к моменту достижения ими сечения реактора, где проводилась томография.

Некоторые особенности в пространственном распределении плотности частиц (седловины между пиками), которые можно наблюдать на рисунках, связаны: во-первых, с ограниченностью модели, представляющей любую плазменную неоднородность в виде конечного числа одиночных пиков, а во-вторых - вызвано увеличением погрешности при делении двух полей интенсивности – частицы и актинометра.





На Рис.4.10-4.11 показано влияние неоднородности пристеночного магнитного поля на распределение частиц по сечению реактора. Как можно видеть, введение неоднородности магнитного поля привело не только к пространственному перераспределению ионов B^+ , но и сказалось на распределении незаряженных атомов фтора. Этот эффект является следствием влияния неоднородности магнитного поля на электроны плазмы, которые участвуют в процессе диссоциации молекул BF_3 с образованием атомарного фтора.

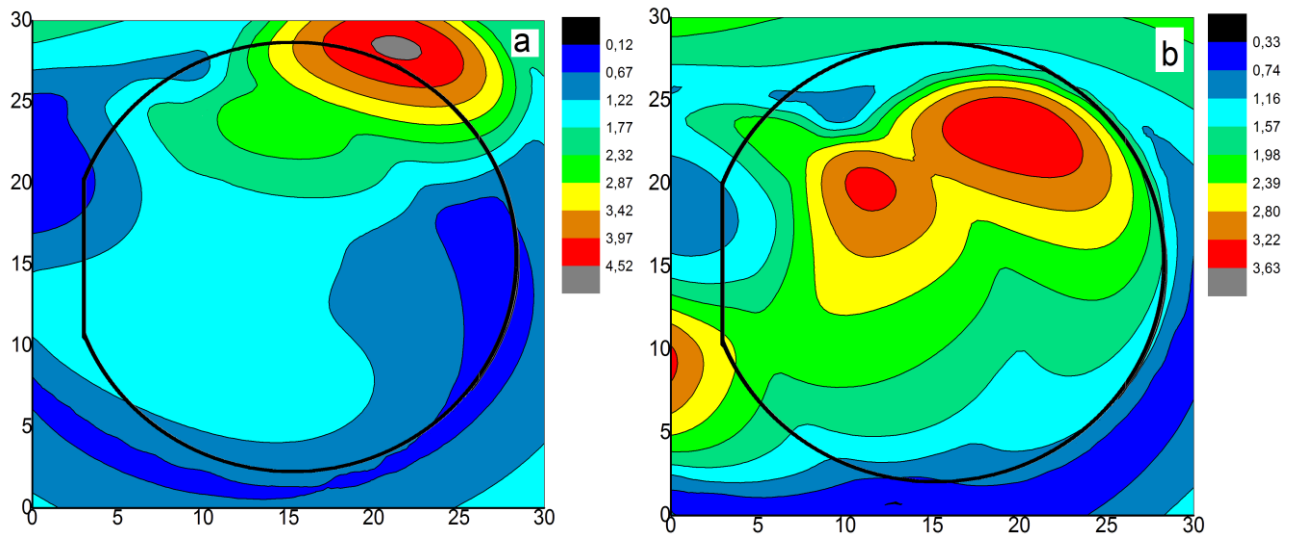


Рисунок 4.10. Влияние на распределение концентрации ионов бора по сечению реактора добавления постоянного магнита (b), помещенного на стенку реактора при давлении в плазме 2 мТорр. а-($n=1,47$; $\varepsilon=48\%$); б-($n=2,1$; $\varepsilon=32\%$).

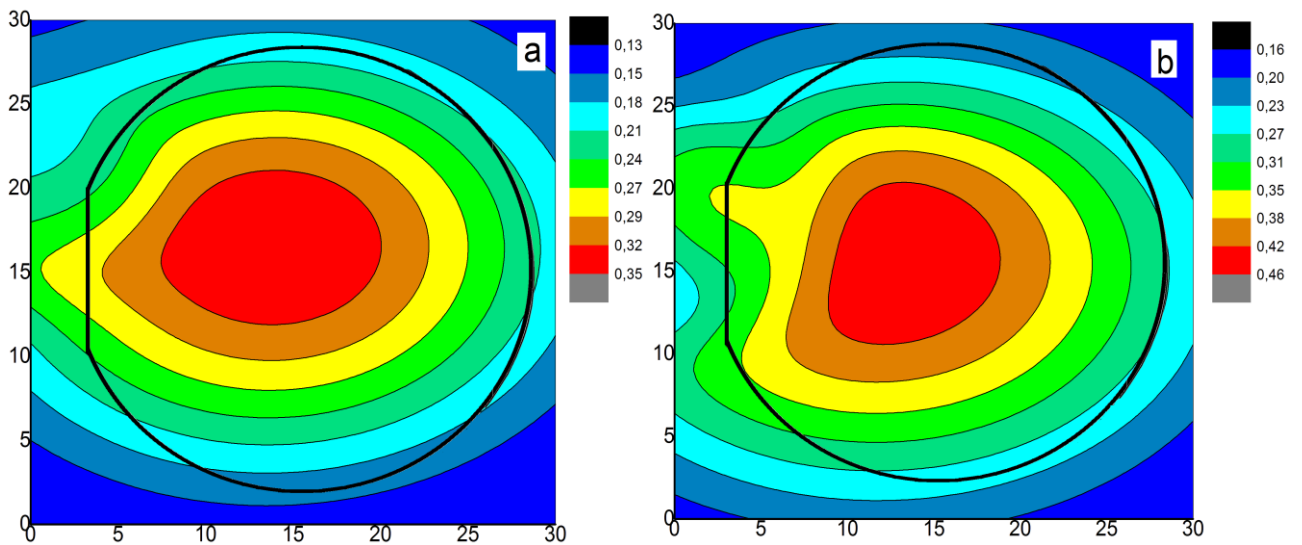


Рисунок 4.11. Влияние на распределение концентрации атомов фтора по сечению реактора добавления постоянного магнита (b), помещенного на стенку реактора при давлении в плазме 2 мТорр. а-($n=0,27$; $\varepsilon=18\%$); б-($n=0,34$; $\varepsilon=17\%$).

На Рис. 4.12-4.13 показано изменение распределения компонентов плазмы при внесении в реактор кремниевой пластины. Кремниевая пластина является стоком для атомов F^* , в соответствии с поверхностной реакцией $Si + 4F^* = SiF_4$. Заряженные частицы B^+ являются активными компонентами плазменной

имплантации бора, в то время как нейтральные атомы F^* приводят к побочной эрозии поверхности кремния.

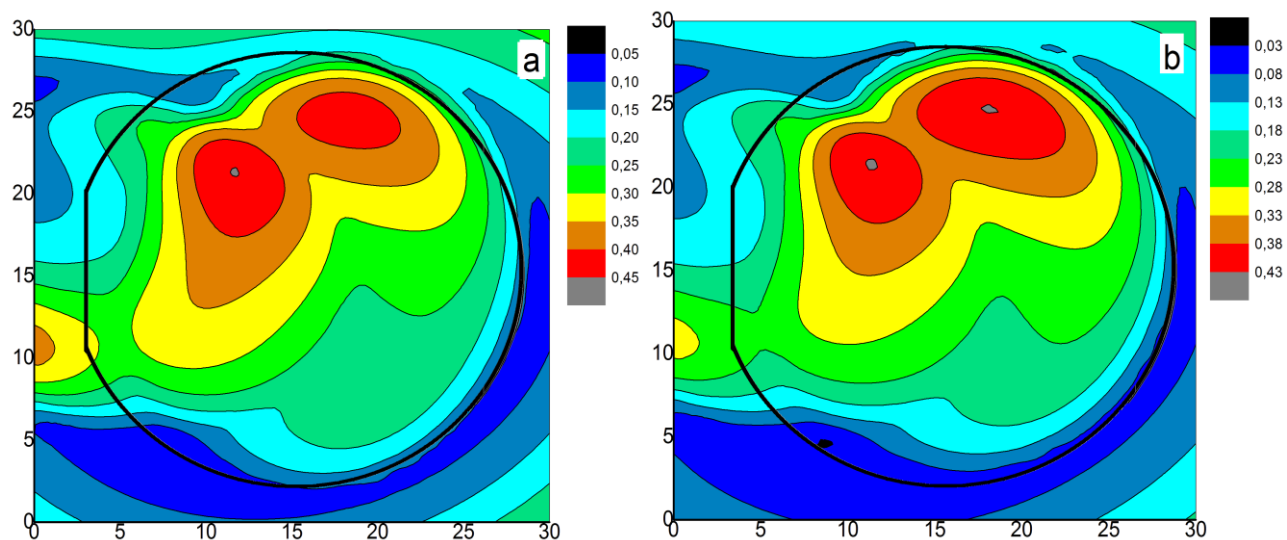


Рисунок 4.12. Влияние пластины (b), помещенной в реактор на распределение концентрации ионов бора по сечению реактора при давлении в плазме 6 мТорр. а-($n=0,27$; $\varepsilon=33\%$); б-($n=0,24$; $\varepsilon=39\%$).

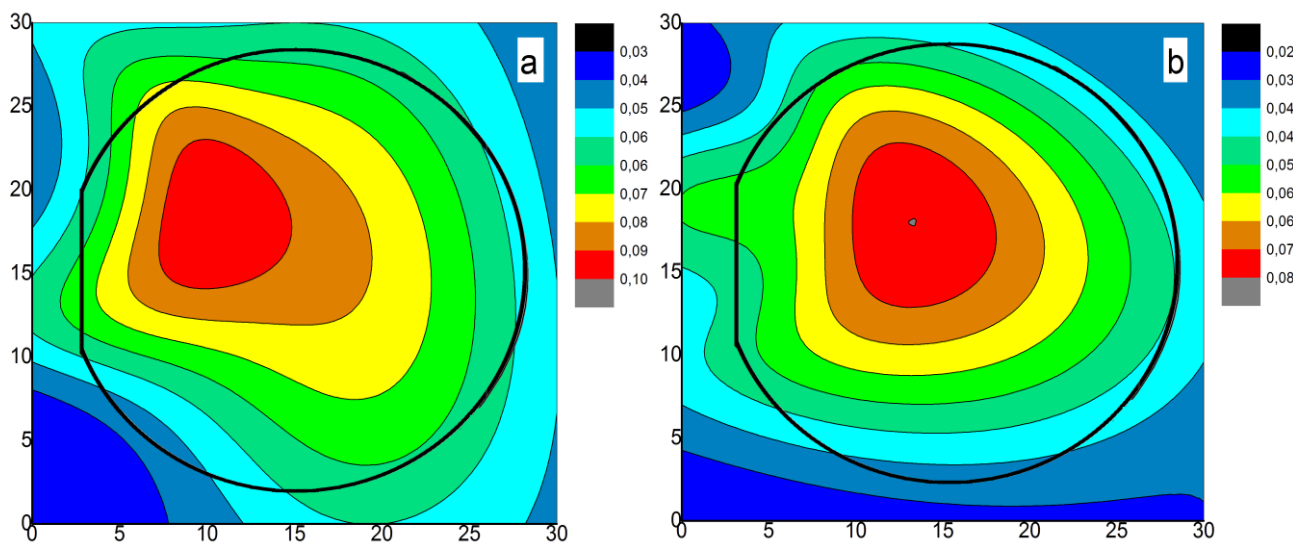


Рисунок 4.13. Влияние пластины (b), помещенной в реактор на распределение концентрации атомов фтора по сечению реактора при давлении в плазме 6 мТорр. а-($n=0,073$; $\varepsilon=19\%$); б-($n=0,056$; $\varepsilon=20\%$).

Выводы по главе 4

Разработанный алгоритм двухракурсной эмиссионной томографии был верифицирован исследованиями с плазмой Ar. Было показано, что данный алгоритм дает качественно верное двумерное пространственное распределение ионов аргона по сечению реактора во всех исследуемых случаях. Количественное несоответствие между методом эмиссионной томографии и прямыми экспериментальными результатами, полученными методом мультizonда, не превосходят 6%.

По результатам верификации было получено, что латеральная неоднородность плазмы вблизи поверхности пластины, в самом наихудшем случае, не превышает 8,5% . Нарушение настроек пристеночного магнитного поля является весьма чувствительным для однородности пространственного распределения ионов Ar^+ по сечению реактора в целом, а не только в его периферийных зонах.

Также был проведен эксперимент по томографии плазмы BF_3 . Использование актинометрии позволило реконструировать латеральное распределение концентрации, как ионной компоненты плазмы, так и свободных радикалов. Для исследования возможностей томографического алгоритма эксперимент проводился при различных значениях давления в камере реактора, демонтировалась газораспределительная система, и использовался только один газовый ввод, расположенный асимметрично вдоль вертикальной оси реактора, вводились искусственные неоднородности пристеночного магнитного поля, а также исследовалось влияние наличия кремниевой пластины на латеральное распределение частиц. Результаты реконструкции качественно отражают физически ожидаемый вид латерального распределения концентрации частиц плазмы.

Заключение

1. Предложена модель, согласно которой распределение частиц в низкотемпературной плазме можно представить в виде конечного числа единичных («элементарных») пространственных неоднородностей плотности частиц (одиночных пиков), надстроенных над постоянным полем (фон). На основании модели был предложен алгоритм двумерной эмиссионной томографической реконструкции при двухракурсной веерной схеме сканирования.

2. Создан программный продукт, с помощью которого можно контролировать латеральную неоднородность, как ионов, так и свободных радикалов в плазме по ее эмиссионному излучению. Данный алгоритм был апробирован на статистически большом множестве математических фантомов. Было получено, что для 80% случайных фантомов погрешность реконструкции не превышает 15%.

3. Проведен модельный эксперимент в геометрии плазмохимического реактора по реконструкции положения трех источников света с переменной интенсивностью и расположением. Реконструкция лучевых сумм, снятых томографическим комплексом в веерной геометрии, показала верное расположение: как источников света, так и соотношения их интенсивностей.

4. Проведена верификация алгоритма на примере плазмы аргона. Латеральное распределение ионов аргона было реконструировано по лучевым суммам, снятым с помощью томографического комплекса и проверено с помощью мультизонда. Эксперимент проводился при различных давлениях в плазме и возмущении магнитного поля. Реконструкция дает правильную ориентацию неоднородности во всех случаях.

5. Исследовано двумерное распределение, как ионов B^+ , так и нейтральных радикалов F^* в плазме BF_3 . Эксперимент проводился при различных условиях в камере реактора. Во всех случаях результат

томографической реконструкции подтверждал физически ожидаемые результаты.

Список литературы

1. 450 mm ITRS Equipment Performance Metrics. ISMI/SEMATECH Revision 2 IST Final Review 0309, <http://ismi.sematech.org/research/450/> (2009).
2. Руденко К.В., Суханов Я.Н., Орликовский А.А. Диагностика *in situ* и управление плазменными процессами в микроэлектронной технологии. / Раздел V, Гл. 1, в кн. «Энциклопедия низкотемпературной плазмы», / Под ред. Ю.А. Лебедева, Н.А. Платэ, В.Е. Фортова. М., Изд. «Янус-К», т. XII-5, с. 381 - 436. (2006).
3. Bechu S., Boisse-Laporte C., Leprince P. Marec J. Homogeneity characterization of large microwave plasma // J. Vac. Sci. Technol. A, v.15, no. 3, pp. 668 - 672 (1997).
4. Beale D.F., Wendt A.E., Mahoney L.J. Spatially resolved optical emission for characterization of a planar radio frequency inductively coupled discharge. // J. Vac. Sci. Technol. A, v.12, no. 5, pp. 2775 - 2779 (1994).
5. Hebner G.A., Miller P.A. Behavior of excited argon atoms in inductively driven plasmas // J. Appl. Phys., v. 87, no. 12, pp. 8304-8315 (2000).
6. Mc Millin B.K., Zachariah M.R. Two-dimensional imaging of CF₂ density by laser-induced fluorescence in CF₄ etching plasmas in the gaseous electronics conference reference cell // J. Vac. Sci. Technol. A, v.15, no. 2, pp. 230 - 237 (1997).
7. Steffens K.L., Sobolewski M.A. Planar laser-induced fluorescence of CF₂ in O₂/CF₄ and O₂/C₂F₆ chamber-cleaning plasmas: Spatial uniformity and comparizon to electrical measurements. // J. Vac. Sci. Technol. A, v.17, no. 2, pp. 517 - 527 (1999).
8. Booth J.P., Cunge G., Chabert P., Sadeghi N. CF_x radical production and loss in CF₄ reactive ion etching plasma: Fluorine rich conditions // J.Appl.Phys., v. 85, no. 6, pp. 3097-3107 (1999).

9. Cunge G., Booth J.P. CF_2 production and loss mechanisms in fluorocarbon discharges: Fluorine-poor conditions and polymerization. // J. Appl. Phys., v. 85, no. 8, pp. 3952-3959 (1999).
10. Okigawa A., Makabe T., Shibagaki T., Nakano N., Petrovic Z. Lj., Kogawa T., Itoh A. Robot Assisted Optical Emission Tomography in an Inductively Coupled Plasma Reactor // Jpn. J. Appl. Phys., Part 1, v. 35, no. 3., pp. 1890-1893 (1996).
11. Okigawa A., Tadakoro M., Itoh A., Nakano N., Petrovic Z. Lj., Makabe T. Three Dimensional Optical Emission Tomography of an Inductively Coupled Plasma // Jpn. J. Appl. Phys., Part 1, v. 36, no. 7B, pp. 4605-4616 (1997).
12. Zhang F.-Y., Fujiwara T., Komurasaki K. Diode-laser tomography for arcjet plume reconstruction // Appl. Optics, v. 40, no. 6, pp. 957-964 (2001).
13. Toshikazu F. and Toshiaki M. Diagnostics of a wafer interface of a pulsed two-frequency capacitively coupled plasma for oxide etching by emission selected computerized tomography // Plasma Sources Sci. Technol. 11, pp. 142–145 (2002).
14. Neger T. Optical tomography of plasmas by spectral interferometry // J. Phys. D: Appl. Phys.v. 28, pp. 47-54 (1995).
15. Долгачев Г. И., Закатов Л. П., Знаменская И. А. и др. Исследование динамики плазмы импульсного разряда методом эмиссионной томографии // Линейные и нелинейные задачи вычислительной томографии Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, с. 48-53 (1985).
16. Balandin A.L., Likhachov A.V., Panferov N.V., Pickalov V.V., Rupasov A.V., Shikanov A.S. Emission microtomography of plasma. Analytical methods for optical tomography // Proc. SPIE. V.1843, pp. 68-82 (1992).
17. Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии / Под ред. В.П. Паломодова. М., “Мир”, 279 с. (1990).
18. Пикалов В.В., Преображенский Н.Г. Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы / Новосибирск, “Наука”, 231 с. (1987).

19. Пикалов В.В., Мельникова Т.С. Томография плазмы / Новосибирск, «Наука», (1995).
20. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Тимонов А.А. / Математические задачи компьютерной томографии. М., Наука, Гл.ред. физ.-мат. лит. (1987).
21. Федоров Г.А., Терещенко С.А. Вычислительная эмиссионная томография / Москва, Энергоатомиздат, 184 с. (1990).
22. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям: Основы реконструктивной томографии / Москва, «Мир», 352 с. (1983).
23. Марусина М.Я., Казначеева А.О., Современные виды томографии / Санкт-Петербург, «ИТМО», 130с. (2006).
24. Троицкий И.Н. Статистическая теория томографии / Москва, «Радио и связь», 239с. (1989).
25. Natterer F., Numerical Methods in Tomography // Acta Numerica 1-35 (1999).
26. Левин Г.Г., Вишняков Г.Н. Оптическая томография /Москва, «Радио и связь», 224 с. (1989).
27. Губарени Н.М. Вычислительные методы и алгоритмы малоракурсной компьютерной томографии / Киев, «Наукова Думка», 327 с. (1997).
28. Early D.S. and Long D.G. Image Reconstruction and Enhanced Resolution Imaging from Irregular Samples // IEEE transactions on geoscience and remote sensing, vol. 39, no. 2, pp. 291-302 (2001).
29. Gaudette R.J., Brooks D.H, DiMarzio C.A., Kilmer M.E., Miller E.L., Gaudettek T. and Boas D.A. A comparison study of linear reconstruction techniques for diffuse optical tomographic imaging of absorption coefficient // Phys. Med. Biol, v. 45, pp. 1051–1070 (2000).
30. Noo F., Clackdoyle R., and Pack J.D., A two-step hilbert transform method for 2d image reconstruction // Physicsin Medicine and Biology v. 49, pp. 3903-3923 (2004).

31. Courdurier M., Noo F., Defrise M., and Kudo H. Solving the interior problem of computed tomography using a priori knowledge // *Inverse Problems* 24(6), pp. 65001-65012 (2008).
32. Goitein M. Three-dimensional density reconstruction from a series of two-dimensional projections // *Nuclear instruments and methods* 101, pp. 509-518 (1972).
33. Gordon R., Bei'der R. and Herman G.T., Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for Three-dimensional Electron Microscopy and X-ray Photography // *J. Theor. Biol* 29, pp. 471-481 (1970).
34. Лихачев А.В., Пикалов В.В., Трехмерная эмиссионная томография оптически плотной плазмы при известном поглощении // *Оптика и спектроскопия* т.88, №5, с. 740-749 (2000).
35. Herzberg G. The spectra and structures of simple free radicals / Dover Publ., N.-Y. (1971).
36. Radon J. Uber die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte langs gewisser Mannigfaltigkeiten // *Ber. Verb. Akad. Wiss., Leipzig, Math. Phys.Kl.*, v. 69, pp. 262-277 (1917).
37. Kuhl D.E., Edwards R.Q., Image separation radioisotope scanning, *Radiology*, v. 80, pp. 653-662 (1963).
38. Котельников В.А. О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи // *Материалы по радиосвязи к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции связи. Всесоюзный энергетический комитет* (1933).
39. Bracewell R. N. Riddle A.C. Inversion of fanbeam scans in radio astronomy // *Astrophys. J.*, v. 150, pp. 427-434 (1967).
40. Colquhoun G.D., Gordon R. The use of control angles with MART // *Technology in cancer research & treatment*, v.4, no. 2, pp. 183-192 (2005).
41. Badea C. and Gordon R., Experiments with the nonlinear and chaotic behavior of the multiplicative algebraic reconstruction technique (MART)

- algorithm for computed tomography // *Phys. Med. Biol.*, v. 49, pp. 1455–1474 (2004).
42. Gordon R., A tutorial on ART // *IEEE Transactions on Nuclear Science* v. 21, pp. 78-93 (1974).
 43. Gan H., Gordon R., A projection order for speedy convergence of ART: a multiple scheme for computed tomography // *Phys. Med. Biol.*, v. 39, pp. 2005-2022 (1994).
 44. Mazur E.J., Gordon R., Interpolative algebraic reconstruction techniques without beam partitioning for computed tomography // *Med. & Biol. Eng. & Comput.*, v. 33, pp. 82-86 (1995).
 45. Jianga M., Wang G., Development of iterative algorithms for image reconstruction // *Journal of X-Ray Science and Technology*, v. 10, pp. 77–86 (2002).
 46. Gordon R. A tutorial on ART, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* v. NS-21, N.1, pp. 78-93 (1974).
 47. Minerbo G. MENT: a maximum entropy algorithm for reconstructing a source projection data // *Comput. Graph. Image Processing*. v.10, pp. 46-68 (1979).
 48. Денисова, Н.В., Пикалов В.В., Баландин А.Л. Модифицированный метод максимума энтропии в томографии плазмы // *Оптика и спектроскопия*, 81, вып.1, с. 43-48 (1996).
 49. Тихонов А. Н., Об устойчивости обратных задач // *Доклады Академии Наук СССР* т. XXXIX, № 5 (1943).
 50. Gordon R., Artifacts in reconstructions made from a few projections // *Proceedings of the First International Joint Conference On Pattern Recognition*, pp. 275-286 (1973).
 51. Kulchin Yu.N., Artifacts suppression in limited data problem for parallel fiber optical measuring systems // *Optical Memory & Neural Networks (Information Optics)* v.18, no. 3, pp. 171-180 (2009).

52. Holloway J.P., Shannon S., Sepke S. M., Brake M.L. A reconstruction algorithm for a spatially resolved plasma optical emission spectroscopy sensor // *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, v. 68, pp. 101-115. (2001).
53. Патрикеев И.А., Фрик П.Г. Вейвлет-томография в условиях шума // *Математическое моделирование систем и процессов*, №5, с.86-92 (1997).
54. Пикалов В.В., Непомнящий А.В., Итерационный алгоритм с вейвлет-фильтрацией в задаче двумерной томографии // *Вычислительные методы и программирование* т.4, с. 244-253 (2003).
55. Пикалов В.В., Чугунова Н.В., Широкоапертурная томография эмиссионных объектов // *Оптика и спектроскопия*, т.88, №2, с. 325-329 (2000).
56. Лавров С.А., Симонов Е.Н., Реконструкция томографических изображений методом обратного проецирования с использованием вейвлет-фильтрации проекционных данных // *Медицинская физика*, № 1, с. 59-68 (2011).
57. Кульчин Ю.Н., Ноткин Б.С., Седов В.А. Нейро-итерационный алгоритм томографической реконструкции распределенных физических полей в волоконно-оптических измерительных системах // *Компьютерная оптика*, том 33, №4, с. 446-455 (2009).
58. Kihm K.D., Lyons D.P. Optical tomography using a genetic algorithm // *Opt. Lett.*, v. 21, no. 17, pp. 1327-1329 (1996).
59. Lyons D.P., Kihm K.D. Tomographic-image reconstruction using a gibrid genetic algorithm // *Opt. Lett.*, v. 22, no. 12, pp. 847-849 (1997).
60. Hanson K. M., Cunningham G. S., Jennings G. R., Wolf D. R., Tomographic reconstruction based on flexible geometric models // *Proc. IEEE Int. Conf. on Image Processing*, v. II, pp. 145-147 (1994).
61. Cormack A. M. Early two-dimensional reconstruction and recent topics stemming from it // *Physiology or Medicine*, pp. 551-563 (1979).

62. Mustafa A.M. and Jackson D.F. Small-angle multiple scattering and spatial resolution in charged particle tomography // *Phys. Med. Biol.*, v. 26, no.3, pp. 461-472 (1981).
63. Kazantsev I. G., Matej S., and Lewitt R. M. Optimal orderings of projections using permutation matrices and angles between projection subspaces // *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 205–216 (2005).
64. Вишняков Д.М., Гильман Г.А., Левин Г.Г. Восстановление томограмм при ограниченном числе проекций // *Опт. Спектр*, т. 58 №2, с. 406-413 (1985).
65. Терещенко С.А., Эмиссионная томография радиально симметричных объектов и экспоненциальное преобразование Абеля // *Журнал технической физики* т.75 в.2, с.13-18 (2005).
66. Abraham I., Abrahamb R. and Bergounioux M. A variational method for tomographic reconstruction with few views // *Inverse Problems in Science and Engineering*, v. 00, no. 00, pp. 1–25 (2012).
67. Siltanen S., Kolehmainen V., Jarvenpaa S., Kaipio J.P., Koistinen P., Lassas M., Pirttila J. and Somersalo E., Statistical inversion for medical x-ray tomography with few radiographs: I. General theory // *Phys. Med. Biol.*, v. 48, pp. 1437–1463 (2003).
68. Denisova N., A maximum a posteriori reconstruction method for plasma tomography // *Plasma Sources Sci. Technol*, v. 13, pp. 531–536 (2004).
69. Kazantsev I. G., Pickalov V. V. Space resolution limits in tomography reconstruction of plasma emission // *XII ESCAMPIG, Noordwijkerhout, The Netherlands*, v. 18, pp. 317-318 (1994).
70. Губарени Н. М., Попова Т. И. Итерационный алгебраический метод восстановления томограмм из суммарного изображения при малом числе проекций // *Электрон, моделирование* 12, №1, с. 85-90 (1990).
71. Воскобойников Ю. Е. Устойчивый алгоритм восстановления изображений по неполному набору проекционных данных // *Автометрия* № 1, с. 53-61 (1995).

72. Quinto E.T. Singularities of the x-ray transform and limited data tomography in R^2 and R^3 // SIAM J. Math. Anal, no. 24, pp. 1215-1225 (1993).
73. Sato T., Norton S.J., Linzer M.J., Ikeda U., Hiramama M. Tomographic image reconstruction from limited projections using iterative revisions in image and transform spaces // Applied Optics v.20, no.3, pp. 395–399 (1981).
74. Лихачёв А.В. Алгоритм пополнения проекционных данных в задачах томографии с ограниченным диапазоном углов обзора. // Автометрия 45, №1, с. 83-91 (2009).
75. Hanson K.M., Wecksung G.W. Bayesian approach to limited-angle reconstruction in computed tomography // Journal of the Optical Society of America. v. 73, pp. 1501-1509 (1983).
76. Denisova N.V. Two-view tomography // J. Phys. D: Appl. Phys, v 33, pp. 313–319 (2000).
77. Kulkarni A.D., Cavanaugh C.D. Fuzzy Neural Network Models for Classification // Applied Intelligence, v. 12, pp. 207–215 (2000).
78. Ma X.F., Fukuhara M., Takeda T. Neural network CT image reconstruction method for small amount of projection data // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A449, pp. 366-377 (2000).
79. Kulkarni A.D. and Cavanaugh C.D. Fuzzy Neural Network Models for Classification // Applied Intelligenc, v. 12, pp. 207–215 (2000).
80. Ma X.F., Fukuhara M., Takeda T., Neural network CT image reconstruction method for small amount of projection data // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 449, pp. 366-377 (2000)
81. Chen H.-H., Manry M.T., Chandrasekaran H. A neural network training algorithm utilizing multiple sets of linear equations // Neurocomputing, v. 25, pp. 55-72 (1999).
82. Denisova N.V., Maximum-entropy-based tomography for gas and plasma diagnostics // J. Phys. D: Appl. Phys, v. 31, pp. 1888-1895 (1998).
83. Baba N., Murata K. Maximum entropy image reconstruction from projections // Opt. Commun. v. 38, no.2, pp. 91-95 (1981).

84. Minerbo G.N. MENT: a maximum entropy algorithm for reconstructing a source from projection data. // Computer graphics and image processing, v.10, pp. 48 - 68 (1978).
85. Reis M.L. and Nilson C.R. Maximum entropy algorithms for reconstruction from projections // Inverse problems, v. 8, pp. 623–644 (1992).
86. Денисова Н.В., Кацнельсон С.С., Поздняков Г.А. Визуализация быстро протекающих плазмохимических процессов на основе метода компьютерной томографии // Физика плазмы, т.33, №11, с.1042-1047 (2007).
87. Пикалов В.В., Казанцев Д.И., Голубятников В.П., Обобщение теоремы о центральном сечении на задачу веерной томографии // Вычислительные методы и программирование, т.7, с.180-184 (2006).
88. Пикалов В.В., Казанцев Д.И., Свойства регуляризованного алгоритма Гершберга-Папулиса в задачах веерной томографии // Вычислительные технологии т.13, №6, с.121-133 (2008).
89. Benck E.C. and Eternad K., Fiber Optic Based Optical Tomography Sensor for Monitoring Plasma Uniformity // Characterization and Metrology for ULSI Technology 2000, international conference, v.550, pp. 268-272 (2001).
90. Rudenko K.V., Fadeev F.V., Orlikovsky A.A. and Valiev K.A. Tomographic reconstruction of space plasma inhomogeneities in wide aperture plasma sources under strong restriction on the points of view // Intern.Conf. "Micro- and nanoelectronics" (October 6-10, 2003 Zvenigorod, Moscow Region, Russia), v. 5401, pp. 79-85 (2003).
91. Rudenko K.V., Fadeev A.V., Orlikovsky A.A., Valiev K.A. The study of radical density distribution in plasma etchers by emission tomography technique // Proc. of 16th International Vacuum Congress, Book 2, Page 896 [1349], June 28 – July 2, Venice, Italy (2004).
92. Rudenko K.V., Fadeev A.V., Averkin S.V., Rudenko M.K., Tyurin I.A., Rylov A.A., Orlikovsky A.A. Investigation of plasma uniformity in processing chambers of plasma tools for microelectronics by computer-aided

- tomography // Proc. of Intern. Conference on Micro- and Nanoelectronics – 2007, Book of Abstracts, p. O2-16 (2007).
93. Fadeev A.V., Rudenko K.V., Lukichev V.F., Orlikovsky A.A. Emission Tomography Algorithm Optimization: Applications for Microelectronic Plasma Equipment. // Proc. of Intern. Conference on Micro- and Nanoelectronics – 2009, Book of Abstracts, p. P2-37 (2009).
 94. Rudenko K.V., Fadeev F.V., Orlikovsky A.A. and Valiev K.A. Tomographic reconstruction of space plasma inhomogeneities in wide aperture plasma sources under strong restriction on the points of view // Proc. of SPIE v. 5401, pp. 79-85 (2004).
 95. Руденко К.В., Фадеев А.В., Орликовский А.А. Малоракурсная 2D-томография пространственных неоднородностей плазмы в технологических реакторах микроэлектроники // Труды ФТИАН «Квантовые компьютеры, микро- и наноэлектроника», №19, с. 208–218 (2005).
 96. Аверкин С.Н., Валиев К.А., Мяконьких А.В., Орликовский А.А., Руденко К.В., Рылов А.А., Тюрин И.А., Фадеев А.В., Юрков А.Е. Разработка низкотемпературных плазмохимических процессов и серии плазменных установок для микро- и нанотехнологий // Труды ФТИАН «Квантовые компьютеры, микро- и нано-электроника», т. 19, с. 121–137 (2005).
 97. Фадеев А.В., Руденко К.В., Лукичев В.Ф., Орликовский А.А. Эмиссионная томография плазмы в технологических реакторах микроэлектроники // Микроэлектроника, т.38, № 2, с. 107-121 (2009).
 98. Фадеев А. В., Руденко К. В., Лукичев В. Ф., Орликовский А. А. Оптимизация томографического алгоритма реконструкции плазменных неоднородностей в технологических реакторах микроэлектроники // Микроэлектроника, том 40, № 2, с. 119–129 (2011).
 99. Фадеев А.В., Руденко К.В., Верификация алгоритма эмиссионной томографии плазменных неоднородностей в плазмохимическом

- реакторе с помощью ленгмюровского мультизонда // Микроэлектроника, т.43, № 4, с.256-262 (2014).
100. Фадеев А.В., Руденко К.В., Исследование латерального распределения частиц BF_3 плазмы с помощью двухракурсной эмиссионной томографии // Микроэлектроника, Микроэлектроника, т.43, № 6, с.435-440 (2014) (принята в печать).
 101. Очкин В.Н. Спектроскопия низкотемпературной плазмы / Москва, «Физматлит», 471с. (2006).
 102. Орликовский А.А., Руденко К.В., Аверкин С.Н. Прецизионные плазмохимические процессы микроэлектроники на базе серии пилотных установок с масштабируемым ICP-источником плазмы // «Химия высоких энергий», т.40, № 3, с. 220 - 232 (2006).
 103. Liberman M.A., Lichtenberg A.J. Principles of plasma discharges and materials processing / New York, by JOHN WILEY & SONS, INC, 572p. (1994).
 104. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров С.А. Основы физики плазмы / Москва, «Атомиздат», 384с. (1977).
 105. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика / Москва, «Наука», 752с. (1980).
 106. Miakonkikh A., Lisovsky S., Rudenko M., Rudenko K. Instrumented wafer as a Langmuir multiprobe tool for lateral plasma homogeneity measurements in processing plasma reactors // Proc. of SPIE, v. 8700, pp. 870004-870010 (2012).
 107. Райзер Ю. П. Физика газового разряда / М.: «Наука» (1992).

Приложение

Ключевые исходные программные коды алгоритма двухракурсной эмиссионной томографии плазмы

```

// уменьшение амплитуды с расстоянием 1/fade0 для верхнего датчика
float fade0(float x_k, float y_k)
{
//      return (x_k*x_k+(D-y_k)*(D-y_k));          // 1/r^2
//      return pow((x_k*x_k+(D-y_k)*(D-y_k)),0.45); // lamps
      return 1.;                                     //classic
}

// уменьшение амплитуды с расстоянием 1/fade1 для левого датчика
float fade1(float x_k, float y_k)
{
//      return (y_k*y_k+(D+x_k)*(D+x_k));          // 1/r^2
//      return pow((y_k*y_k+(D+x_k)*(D+x_k)),0.45); // lamps
      return 1.;                                     //classic
}

// вычисление массива лучевых сумм Y1, соответствующих параметрам одного пика
void ray_sum_lpeak(float *Y1, float x_p, float y_p, float A_p, float sigma_p)
{
    register int p, k;
    int n_h = 300; // количество разбиений луча, пересекающего область реконструкции
    float h, x_near, x_far, y_far, tg, ctg, sin, cos, x_k, y_k;
    for ( p=0; p<N; p++)
    {
        Y1[p]=0;
        // определение координат пересечения p-ого луча первого
        // ракурса с границами области реконструкции
        x_near = x_bi_near(alfa(p));
        y_near = y_bi_near(alfa(p));
        x_far = x_bi_far(alfa(p));
        y_far = y_bi_far(alfa(p));

        // длина отрезка разбиения p-ого луча первого ракурса
        h = sqrt((x_near-x_far)*(x_near-x_far)+(y_near-y_far)*(y_near-y_far))/n_h;

        // определение координат центра k-ого отрезка разбиения для первого ракурса
        ctg = (x_near-x_far)/(y_near-y_far);
        sin = sqrt( 1./(1.+ctg*ctg) );
        cos = sqrt( ctg*ctg/(1.+ctg*ctg) );

        for ( k=0; k<n_h; k++)
        {
            if(alfa(p)> 0)    x_k=x_near+(k+0.5)*h*cos;
            else              x_k=x_near-(k+0.5)*h*cos;
                             y_k=y_near-(k+0.5)*h*sin;

            // лучевая сумма, соответствующая p-ому лучу для первого ракурса
            Y1[p] = Y1[p] + f(x_k, y_k, x_p, y_p, A_p, sigma_p)*h/fade0(x_k, y_k);
        }
    }
    for ( p=N; p<2*N; p++)
    {
        Y1[p]=0;
        // определение координат пересечения p-ого луча второго
        // ракурса с границами области реконструкции
        x_near = x_bj_near(alfa(p-N));
        y_near = y_bj_near(alfa(p-N));
        x_far = x_bj_far(alfa(p-N));
        y_far = y_bj_far(alfa(p-N));

        // длина отрезка разбиения p-ого луча второго ракурса
        h = sqrt((x_near-x_far)*(x_near-x_far)+(y_near-y_far)*(y_near-y_far))/n_h;

        // определение координат центра k-ого отрезка разбиения для второго ракурса
        tg = (y_near-y_far)/(x_near-x_far);
        cos = sqrt( 1./(1.+tg*tg) );
        sin = sqrt( tg*tg/(1.+tg*tg) );

        for ( k=0; k<n_h; k++)
        {
            if(alfa(p-N)> 0)  y_k=y_near+(k+0.5)*h*sin;

```

```

        else
            y_k=y_near-(k+0.5)*h*sin;
            x_k=x_near+(k+0.5)*h*cos;

        // лучевая сумма, соответствующая p-ому лучу для второго ракурса
        Yl[p] = Yl[p]+ f(x_k, y_k, x_p, y_p, A_p, sigma_p)*h/fadel(x_k, y_k);
    }
}

// определение величины фона по исходным лучевым суммам Y_b
float fon(float *Y_b)
{
    register int p, k;
    int n_h =100;
    float h, x_near, y_near, x_far, y_far, tg, ctg, sin, cos, x_k, y_k;
    float dist0, dist1, *Xf, X_fon;
    Xf = new float [2*N];

    for ( p=0; p<N; p++)
    {
        dist0 = 0;
        // определение координат пересечения p-ого луча
        // первого ракурса с границами области реконструкции
        x_near = x_bi_near(alfa(p));
        y_near = y_bi_near(alfa(p));
        x_far = x_bi_far(alfa(p));
        y_far = y_bi_far(alfa(p));

        // длина отрезка разбиения p-ого луча первого ракурса
        h = sqrt((x_near-x_far)*(x_near-x_far)+(y_near-y_far)*(y_near-y_far))/n_h;

        // определение координат центра k-ого отрезка разбиения для первого ракурса
        ctg = (x_near-x_far)/(y_near-y_far);
        sin = sqrt( 1./(1.+ctg*ctg) );
        cos = sqrt( ctg*ctg/(1.+ctg*ctg) );

        for ( k=1; k<n_h; k++)
        {
            if(alfa(p)> 0) x_k=x_near+(k+0.5)*h*cos;
            else
                x_k=x_near-(k+0.5)*h*cos;
                y_k=y_near-(k+0.5)*h*sin;

            // определение эффективной длины луча, с учетом уменьшения интенсивности
            // при удалении от точечного источника fade0 для первого ракурса
            dist0 = dist0 + h/fade0(x_k, y_k);
        }

        // определение фонового значения для p-ого луча первого ракурса
        if(dist0 != 0) Xf[p] = Y_b[p]/dist0;
        else
            Xf[p] = Y_b[p];
    }

    for ( p=N; p<2*N; p++)
    {
        dist1 = 0;
        // определение координат пересечения p-ого луча второго ракурса
        // с границами области реконструкции
        x_near = x_bj_near(alfa(p-N));
        y_near = y_bj_near(alfa(p-N));
        x_far = x_bj_far(alfa(p-N));
        y_far = y_bj_far(alfa(p-N));

        // длина отрезка разбиения p-ого луча второго ракурса
        h = sqrt((x_near-x_far)*(x_near-x_far)+(y_near-y_far)*(y_near-y_far))/n_h;

        // определение координат центра k-ого отрезка разбиения для второго ракурса
        tg = (y_near-y_far)/(x_near-x_far);
        cos = sqrt( 1./(1.+tg*tg) );
        sin = sqrt( tg*tg/(1.+tg*tg) );

        for ( k=1; k<n_h; k++)
        {
            if(alfa(p-N)> 0) y_k=y_near+(k+0.5)*h*sin;
            else
                y_k=y_near-(k+0.5)*h*sin;
                x_k=x_near+(k+0.5)*h*cos;

            // определение эффективной длины луча, с учетом уменьшения интенсивности
            // при удалении от точечного источника fadel для второго ракурса

```

```

        dist1 = dist1+ h/fadel(x_k, y_k);
    }

    // определение фонового значения для p-ого луча второго ракурса
    if(dist1 != 0)      Xf[p] = Y_b[p]/dist1;
    else                Xf[p] = Y_b[p];
}

// определение значения фона
X_fon = Xf[0];
for ( p=1; p<2*N; p++)  if(Xf[p]<X_fon) X_fon =  Xf[p];

delete [] Xf;
return X_fon;
}

// Определение амплитуды и координаты пика с максимальной амплитудой
float max_coordinat(float *R_p, float **X_fit)
{
    register int i,j;
    float x,y;
    float max = 0;

    for (i=0; i<N; i++) for(j=0; j<N; j++)
    {
        x = x_fan(alfa(i), alfa(j));
        y = y_fan(alfa(i), alfa(j));
        if ( sqrt(x*x + y*y)<a0/2. )
        {
            if (X_fit[i][j]>max)
            {
                max = X_fit[i][j];
                R_p[0] = i;
                R_p[1] = j;
            }
            if (max > 20*A_min) max = 2*A_min;
        }
    }
    return max;
}

// Вычисление ширины пика с координатами R_p для матрицы X_fit по значению в точке i1,j1
float sigma_0(float **X_fit, float *R_p, int i1, int j1)
{
    int i2,j2;
    float sigm, al, A_p, x_p, y_p, x, y, r2;

    i2 = R_p[0];
    j2 = R_p[1];
    al = 1E-5;
    if (i2+j2 != (N-1)*2) al = X_fit[i2+i1][j2+j1];
    A_p = 1E-5;
    if ( X_fit[i2][j2] > 1E-5) A_p = X_fit[i2][j2];
    x_p = x_fan(alfa(i2), alfa(j2));
    y_p = y_fan(alfa(i2), alfa(j2));
    x = x_fan(alfa(i2+i1), alfa(j2+j1));
    y = y_fan(alfa(i2+i1), alfa(j2+j1));
    r2 = sqrt((x-x_p)*(x-x_p) + (y-y_p)*(y-y_p));
    if (al<1E-5) sigm = 0.;
    if (al>A_p) sigm = 0.;
    if ((al>1E-5) && (al<A_p)) sigm = r2/sqrt(log(A_p/al));

    return sigm;
}

// Вычисление ширины пика sigma_thin с координатами R_p для матрицы X_fit.
// усредняются только те значения ширины пика, которые не сильно превышают
// минимального значения найденной ширины
float sigma_thin(float **X_fit, float *R_p)
{
    register int i,i1, j1, i2, j2;
    int k, N_sigma = 200;
    float *sigm, sig, sigm_0, sigm_1, sigm_m, x, y;
    sigm = new float [N_sigma];

    i2 = R_p[0];
    j2 = R_p[1];
    sigm_m = a0;
    k = 0;

```

```

for (i=0; i<N_sigma; i++) sigm [i] = 0;

for (i1=-5; i1<=5; i1++) for (j1=-5; j1<=5; j1++)
{
    x = x_fan(alfa(i2+i1), alfa(j2+j1));
    y = y_fan(alfa(i2+i1), alfa(j2+j1));
    if ( (i1*j1!=0) && (sqrt(x*x + y*y)<a/2.) )
    {
        sigm_0 = sigma_0(X_fit, R_p, i1, j1);
        if ( (sigm_0 > sigma_min) && (sigm_0 < a0))
        {
            sigm[k] = sigm_0 ;
            k = k+1;
        }
    }
}
// поиск минимального значения ширины пика
for (i=0; i<N_sigma; i++) {if( (sigm[i] > 1E-4) && (sigm[i]< sigm_m) ) sigm_m = sigm[i];}
k = 0;
sig = 0;
for (i=0; i<N_sigma; i++)
{
    // усредняются только те значения ширины пика, которые меньше
    // нормированного минимального значения
    if ( (sigm[i] > 1E-4) && (sigm[i] <= 1.5*sigm_m))
    {
        sig = sig + sigm[i] ;
        k = k+1;
    }
}
if (k == 0) k = 1;
sigm_1 = sigma_min;
if (sig/k > sigma_min) sigm_1 = sig/k;

delete [] sigm;
return sigm_1;
}

// Вычисление средней ширины пика sigma_fat с координатами R_p для матрицы X_fit
float sigma_fat(float **X_fit, float *R_p)
{
    register int i1, j1, i2, j2, k;
    float sigm, sigm_0, sigm_1, sigm_m, x, y;

    i2 = R_p[0];
    j2 = R_p[1];
    k = 0;
    sigm = 0;
    sigm_m = a0;
    for (i1=-5; i1<=5; i1++) for (j1=-5; j1<=5; j1++)
    {
        x = x_fan(alfa(i2+i1), alfa(j2+j1));
        y = y_fan(alfa(i2+i1), alfa(j2+j1));
        if ( (i1*j1!=0) && (sqrt(x*x + y*y)<a/2.) )
        {
            sigm_0 = sigma_0(X_fit, R_p, i1, j1);
            if ( (sigm_0 > sigma_min) && (sigm_0 < a0))
            {
                sigm = sigm + sigm_0 ;
                k = k+1;
            }
            if (k==0) k = 1;
        }
    }
    sigm_1 = sigma_min;
    if (sigm/k > sigma_min) sigm_1 = sigm/k;

    return sigm_1;
}

// Вычисление столбца лучевых сумм после вычитания из peaks всех пиков
// кроме пика с номером n_p
void ray_sum_reminder(float *Y_rem, float **peaks, int n_p, float *Y)
{
    register int k, j, p;
    float *Y1, A_p, sigma_p, x_p, y_p;
    Y1 = new float [2*N];

    for (j=0; j<2*N; j++) Y_rem[j] = Y[j];

```

```

for (k=0; k<N_peaks; k++)
{
    if ((k!=n_p) && (peaks[0][k]>1E-5) )
    {
        A_p = peaks[0][k];
        sigma_p = peaks[1][k];
        x_p = peaks[2][k];
        y_p = peaks[3][k];

        ray_sum_1peak(Yl, x_p, y_p, A_p, sigma_p);
        for (p=0; p<2*N; p++)
        {
            Y_rem[p] = Y_rem[p] - Yl[p];
            if ( Y_rem[p]<cut) Y_rem[p] = 0;
        }
    }
}
delete [] Yl;
}

// Добавление нового пика к матрице peaks
void add_peak(float **peaks, float *Y_rem, float *Y, float *p_p, float **X_rem, float **X_fit,
float *R_p, float **disty_i, float **distx_j)
{
    int k, n_p, n;
    register int i, j;
    float **peaks_add, delta1, delta2, delta21;
    peaks_add = new float *[4];
    for( i=0; i<4; i++) peaks_add[i]= new float [N_peakss];

    // Резервное сохранение параметров пиков
    if ( (N_p > 1) )
    {
        for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_add[i][j] = 0;
        for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_add[i][j] = peaks[i][j];

        // Определение начального количества k найденных пиков
        k = 0;
        for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k = k + 1; }

        // добавление нового пика, если количество пиков меньше максимума
        if (k < N_p)
        {
            // Определение начального количества n_p найденных пиков
            n_p=0;
            for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks_add[0][j]>1E-5) n_p = n_p + 1; }

            // Вычисление столбца лучевых сумм после вычитания из peaks
            // всех пиков кроме пика с номером n_p
            ray_sum_reminder(Y_rem, peaks_add, n_p, Y);

            // реконструкция X_fit выбранным методом
            restore(X_fit, Y_rem, disty_i, distx_j);

            // определение параметров максимального по амплитуде пика по X_fit
            Peak_parameters(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

            // если пик был найден, проводится итерационное улучшение параметров всех пиков
            if(p_p[0] <= 1E-5)
            {
                delta21=1.; delta2 = 2.;
                while (fabs(delta21/delta2-1.)> 0.1*stop_error)
                {
                    delta21 = delta2;
                    peaks_iteration(peaks_add, Y);
                    delta2 = error(peaks_add, Y);
                }
            }

            // если пик был найден, то он добавляется к общей области реконструкции
            if(p_p[0] > 1E-5)
            {
                for (i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];
                for (i=0; i<4; i++) for (j=1; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
                for (i=0; i<4; i++) for (j=1; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] =
                    peaks_add[i][j-1];
            }

            // Определение количества k найденных пиков

```

```

        k = 0;
        for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k = k + 1; }

        // проводится итерационное улучшение параметров вновь найденного пика
        n=0;
        if (k > 3) {while ( n < 5 ) { new_peaks_iteration(peaks, Y); n = n+1;} }
        if (p_p[0]==0) peaks_iteration(peaks, Y);
    }
}
for ( i=0; i<4; i++) delete [] peaks_add[i];
delete [] peaks_add;
}

// Проверка возможности и добавление нового пика с последующей итерацией его параметров
void peaks_iterations(float delt, float **peaks, float *Y_rem, float *Y, float *p_p, float
**X_rem, float **X_fit, float *R_p, float **disty_i, float **distx_j)
{
    int n, k1=0, k2=0;
    float delta1, delta2, delta_x, delta_y, delta_r;
    register int i, j;

    // Определение начального количества k1 найденных пиков
    k1=0;
    for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k1 = k1 + 1; }

    // Добавление параметров нового пика
    if((n_add > 0) && (delt > 1E-5))
    {
        // Добавление параметров нового пика
        add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

        // Определение количества k2 пиков после добавления нового
        k2=0;
        for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k2 = k2 + 1; }

        // Если пик не был добавлен или его амплитуда мала,
        // то дальнейший поиск пиков прекращается
        if (k1 == k2) n_add = 0;
        if (peaks[0][0] < A_min) n_add = 0;
    }

    // Итерационное улучшение параметров найденных ранее пиков
    delta1 = 2.; delta2 = 1.; n = 0;
    while ( (fabs(delta1/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter))
    {
        delta1 = delta2;
        if((k1 > number_peak_iter) || ( (N_p == 2) && (k1 == 2))) peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
        n = n+1;
    }
}

// Тестовый поворот пиков
void error_2peaks_rotation(float **peaks, float *Y_rem, float *Y, float *p_p, float **X_rem,
float **X_fit, float *R_p, float **disty_i, float **distx_j)
{
    register int i, j, p;
    int n, k1;
    float delta1, delta2, par;
    float d12, d12_1, d12_2, d22, d22_1, d22_2, d32, d32_1, d32_2;
    float **X_iter;
    X_iter = new float *[N];
    for( i=0; i<N; i++) X_iter[i] = new float [N];
    float **peaks_reserv;
    peaks_reserv = new float *[4];
    for( i=0; i<4; i++) peaks_reserv[i]= new float [N_peakss];
    float **peaks_reserv1;
    peaks_reserv1 = new float *[4];
    for( i=0; i<4; i++) peaks_reserv1[i]= new float [N_peakss];
    float **peaks_r;
    peaks_r = new float *[4];
    for( i=0; i<4; i++) peaks_r[i]= new float [N_peakss];
    float A_p, sigma_p, x_p, y_p, A_ps, sigma_ps, x_ps, y_ps, sim;

```

```

// Резервное сохранение параметров пиков после их 1-ого поворота
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];
peaks_reserv[2][0] = peaks[2][1];
peaks_reserv[2][1] = peaks[2][0];

// Резервное сохранение параметров пиков после их 2-ого поворота
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = peaks[i][j];
peaks_reserv1[3][0] = peaks[3][1];
peaks_reserv1[3][1] = peaks[3][0];

// Резервное сохранение параметров нулевой конфигурации пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_r[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_r[i][j] = peaks[i][j];

// Добавление третьего пика к нулевой конфигурации
add_peak(peaks_r, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// Итерационное улучшение параметров трех найденных пиков
delta1=1.; delta2=2.; n = 0;
while ( (fabs(delta1/delta2-1.) > 5*stop_error) )
{
    delta1 = delta2;
    peaks_iteration(peaks_r, Y);
    delta2 = error(peaks_r, Y);
}
// определение погрешности реконструкции нулевой конфигурации пиков
d12 = error1(peaks_r, Y);

// Резервное сохранение параметров первой конфигурации пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_r[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_r[i][j] = peaks_reserv[i][j];

// Добавление третьего пика к первой конфигурации
add_peak(peaks_r, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// Итерационное улучшение параметров трех найденных пиков
delta1=1.; delta2=2.; n = 0; cout<<" iteration d22"<<endl;
while ( (fabs(delta1/delta2-1.) > 5*stop_error) )
{
    delta1 = delta2;
    peaks_iteration(peaks_r, Y);
    delta2 = error(peaks_r, Y);
}
// определение погрешности реконструкции первой конфигурации пиков
d22 = error1(peaks_r, Y);

// Резервное сохранение параметров второй конфигурации пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_r[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_r[i][j] = peaks_reserv1[i][j];

// Добавление третьего пика ко второй конфигурации
add_peak(peaks_r, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// Итерационное улучшение параметров трех найденных пиков
delta1=1.; delta2=2.; n = 0; cout<<" iteration d32"<<endl;
while ( (fabs(delta1/delta2-1.) > 5*stop_error) )
{
    delta1 = delta2;
    peaks_iteration(peaks_r, Y);
    delta2 = error(peaks_r, Y);
}
// определение погрешности реконструкции второй конфигурации пиков
d32 = error1(peaks_r, Y);

// Определение вида конфигурации с наименьшей погрешностью
min_errorr = d12; rot = 1; //вид конфигурации
if ((d22<d32) && (d22<d12))
{
    par = d12/d22;
    if (par > par_error)
    {
        min_errorr = d22;
        for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
        for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv[i][j];
        rot = 2;
    }
}

```

```

    }
    if((d32<d22) && (d32<d12))
    {
        par = d12/d32;
        if (par > par_error)
        {
            min_errorr = d32;
            for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
            for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv1[i][j];
            rot = 3;
        }
    }

    cout<<endl<<"min_errorr = "<<min_errorr*100<<endl;
    cout<<"rot = "<<rot<<endl<<endl;

    for ( i=0; i<N; i++) delete [] X_iter[i];
    delete [] X_iter;
    for ( i=0; i<4; i++) delete [] peaks_reserv[i];
    delete [] peaks_reserv;
    for ( i=0; i<4; i++) delete [] peaks_reserv1[i];
    delete [] peaks_reserv1;
    for ( i=0; i<4; i++) delete [] peaks_r[i];
    delete [] peaks_r;
}

// Подпрограмма поиска пиков по лучевым суммам Y
void peaks_end(float **peaks, float *Y_rem, float *Y, float *p_p, float **X_rem, float **X_fit,
float *R_p, float **disty_i, float **distx_j ,float A_min)
{
    register int i, j, k_min;
    int n, k, k0, k1, k2, k3, nk;
    float delta, delta1, delta2, delta1_nk, delta2_nk, delta2l, delt=1, Amin;
    float **X_iter;
    X_iter = new float *[N];
    for( i=0; i<N; i++) X_iter[i] = new float [N];
    float **peaks_reserv;
    peaks_reserv = new float *[4];
    for( i=0; i<4; i++) peaks_reserv[i]= new float [N_peakss];
    N_p = N_peaks; // первоначальное количество пиков подлежащих определению
    n_add=1;

    // Итерационное добавление новых пиков в область реконструкции
    nk=0; delta1_nk = 10.; delta2_nk = 2.; delta = 1.;
    while ( (fabs(delta1_nk/delta2_nk-1.)>stop_error) && (nk < N_iter))
    {
        delta1_nk = error(peaks, Y);
        k0=0;

        // Определение количества k0 найденных ранее пиков
        for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k0 = k0 + 1; }

        // Итерационное улучшение параметров найденных ранее пиков
        delta2l=1.; delta2 = 2.; n = 0;
        while ( (fabs(delta2l/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
        {
            delta2l = delta2;
            peaks_iteration(peaks, Y);
            delta2 = error(peaks, Y);
            n = n+1;
        }

        delta1 = delta2;
        if (delta > delta1) delta = delta1;

        // Резервное сохранение параметров всех найденных пиков
        for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
        for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

        // В случае, если погрешность реконструкции мала, то проводится
        // удаление пиков не соответствующих динамическому диапазону
        if ((delta2 < 0.1) || (k0 == N_p))
        {
            // удаление одного из пиков расстояние между вершинами, которых
            // меньше заданной величины
            cut_r(peaks);
            // Определение количества k1 найденных пиков

```

```

k1 = 0;
for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k1 = k1 + 1;}

// Если количество пиков уменьшилось, то проводится итерационное
// улучшения параметров оставшихся пиков
if(k1 < k0)
{
    delta21=1.; delta2 = 2.; n = 0;
    while ( (fabs(delta21/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
    {
        delta21 = delta2;
        peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
        n = n+1;
    }
    k0 = k1;
}

// Если количество найденных пиков максимально,
// то проводится итерационное улучшения их параметров
if(k0 == N_p)
{
    delta21=1.; delta2 = 2.; n = 0; cout<<" iteration "<<endl;
    while ( (fabs(delta21/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
    {
        delta21 = delta2;
        peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
        n = n+1;
    }
}

// Задание минимального значения амплитуды определяемых пиков
A_min = peaks[0][0]/10;
for (j=1; j<N_peaks; j++) if(peaks[0][j]/10 > A_min) A_min = peaks[0][j]/10;

// удаление пиков амплитуда которых меньше заданной величины A_min
cut_A_sigma(peaks, A_min);

// Определение количества k2 найденных пиков
k2 = 0;
for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k2 = k2 + 1;}

// Если количество пиков уменьшилось, то проводится итерационное
// улучшения параметров оставшихся пиков
if(k2 < k0)
{
    delta21=1.; delta2 = 2.; n = 0;
    while ( (fabs(delta21/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
    {
        delta21 = delta2;
        peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
        n = n+1;
    }
}

// Если в результате удаления пиков погрешность реконструкции сильно возрасла,
// то происходит возвращение к исходному распределению пиков
if ( ((delta1 >= 0.015) && (delta2 > 1.5*delta1)) || ((delta1 < 0.015) && (delta2 >
2.0*delta1)))
{
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv[i][j];
}

// Определение количества k2 найденных пиков и их максимального количества N_p
k2 = 0;
for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k2 = k2 + 1;}
if((k2 < k0) && (k2>0)) N_p = k2;

// Резервное сохранение параметров всех найденных пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

// добавление новых пиков с последующим проведением итерационного улучшения их параметров
peaks_iterations(delt, peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

```

```

// Определение количества k3 пиков после добавления
k3 = 0;
for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k3 = k3 + 1; }
if(k3 == k2) N_p = k3;

// Задание минимального значения амплитуды определяемых пиков
Amin = A_min*10; k_min = 0;
for (j=0; j<N_peaks; j++)
{
    if(peaks[0][j]>1E-5) k_min = k_min + 1;
    if( (peaks[0][j]> 1E-5) && (peaks[0][j]<Amin) ) Amin = peaks[0][j];
}

// Если в результате удаления пиков погрешность реконструкции сильно возрасла,
// то происходит возвращение к исходному распределению пиков
if ( (delta2-delta1)>0.25*delta1 )
{
    delt = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv[i][j];
    delta2 = error(peaks, Y);
    N_p = k2;
}
if((k2 < k1) && (k2 > 0)) delta1_nk = 1.;
if (k3 > k2) delta1_nk = 2.;
if ( (delta < delta2) && (fabs(delta1-delta2)>stop_error/5.)) delta1_nk = 3.;

    i_iter = i_iter + 1;
nk = nk+1;
    delta2_nk = error(peaks, Y);
}

for ( i=0; i<N; i++) delete [] X_iter[i];
delete [] X_iter;
for ( i=0; i<4; i++) delete [] peaks_reserv[i];
delete [] peaks_reserv;
}

// Программа реконструкции
int main (void)
{
    . . . . .

    // Реконструкция методом свертки
    method = 1;

    // определение ширины пика методом fat_sigma
    sigma_method = 1;

    // определение параметров максимального пика в матрице X_fit методом максимума энтропии
    max_entropy(X_fit, Y, disty_i, distx_j);

    // Определение параметров пика обладающего наибольшей амплитудой
    Peak_parametrs(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

    // добавление в матрицу peaks параметров первого пика
    for ( i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];
    peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

    // задание минимального значения амплитуды определяемых пиков
    A_min = p_p[0]/10. + 1E-5;

    N_kill = 0;

    // Резервное сохранение параметров первого найденного пика
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

    // добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
    add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

    // Резервное сохранение параметров двух найденных пиков
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = peaks[i][j];

```

```

// Резервное сохранение параметров первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = peaks_reserv[i][j];
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;

// создание матрицы, соответствующей первому пику
X_result(X_back_result, peaks_reserv, 0);

// удаление первого пика из результата реконструкции
for (i=0; i<N; i++) for (j=0; j<N; j++) X_fit[i][j] = X_fit[i][j] - X_back_result[i][j];

// Определение параметров пика обладающего наибольшей амплитудой в матрице X_fit
Peak_params(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

// Задание параметров нового первого пика
int i0 = R_p[0];
int j0 = R_p[1];
for (i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];
peaks[0][0] = peaks[0][0] + X_back_result[i0][j0];
peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

// Резервное сохранение параметров нового первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// итерации параметра первых двух пиков 2 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks, Y); n = n + 1;}

// итерации параметров первых двух пиков 1 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks_reserv3, Y); n = n + 1;}

// выбор одного из вариантов параметров двух первых пиков по минимуму погрешности
if (error(peaks, Y) > error(peaks_reserv3, Y))
{
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv3[i][j];
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks_reserv2[i][j];
}

// определение расстояния между центрами первого и второго пиков
dist = sqrt((peaks[2][0]-peaks[2][1])*(peaks[2][0]-peaks[2][1]) + (peaks[3][0]-
peaks[3][1])*(peaks[3][0]-peaks[3][1]));
peaks[1][1] = peaks[1][1] + 1E-5;

// Выбор начала итераций параметров найденных пиков
// Если объем первого пика больше нормированного объема второго пика
// то итерации надо начинать после нахождения первого пика
if (peaks[0][1]*peaks[1][1]*peaks[1][1] >
(5*dist/peaks[1][1])*peaks[0][0]*peaks[1][0]*peaks[1][0])
{
    N_kill = 1;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv[i][j];

    // проведение итераций параметров первого пика
    delta21=1.; delta2 = 2.; n = 0;
    while ( (fabs(delta21/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
    {
        delta21 = delta2;
        peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
    }
    // добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
    add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);
}

// Проводятся тестовые повороты двух пиков

```

```

error_2peaks_rotation(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// выбор метода реконструкции и метода определения ширины пиков
// min_errorrr определялась в функции поворота пиков после итерации их параметров
if ( min_errorr < error_method )
{
    error_method = min_errorr;
    method_reserv = method;
    sigma_method_reserv = sigma_method;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = peaks[i][j];
}

// Реконструкция методом свертки
method = 1;

// определение ширины пика методом fat_sigma
sigma_method = 1;

// определение параметров максимального пика в матрице X_fit методом свертки
restore(X_fit, Y, disty_i, distx_j);

// Определение параметров пика обладающего наибольшей амплитудой
Peak_params(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

// добавление в матрицу peaks параметров первого пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
for ( i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];
peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

N_kill = 0;

// Резервное сохранение параметров первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// Резервное сохранение параметров двух найденных пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = peaks[i][j];

// Резервное сохранение параметров первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = peaks_reserv[i][j];
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;

// создание матрицы соответствующей первому пику
X_result(X_back_result, peaks_reserv, 0);

// удаление первого пика из результата реконструкции
for (i=0; i<N; i++) for (j=0; j<N; j++) X_fit[i][j] = X_fit[i][j] - X_back_result[i][j];

// Определение параметров пика, обладающего наибольшей амплитудой в матрице X_fit
Peak_params(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

// Задание параметров нового первого пика
i0 = R_p[0];
j0 = R_p[1];
for ( i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];
peaks[0][0] = peaks[0][0] + X_back_result[i0][j0];
peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

// Резервное сохранение параметров нового первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);
// добавление второго пика

// итерации параметра первых двух пиков 2 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых сумма
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks, Y); n = n + 1;}

```

```

// итерации параметров первых двух пиков 1 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks_reserv3, Y); n = n + 1;}

// выбор одного из вариантов параметров двух первых пиков по минимуму погрешности
if (error(peaks, Y) > error(peaks_reserv3, Y))
{
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv3[i][j];
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks_reserv2[i][j];
}

// определение расстояния между центрами первого и второго пиков
dist = sqrt((peaks[2][0]-peaks[2][1])*(peaks[2][0]-peaks[2][1]) + (peaks[3][0]-
peaks[3][1])*(peaks[3][0]-peaks[3][1]));
peaks[1][1] = peaks[1][1] +1E-5;

// Выбор начала итераций параметров найденных пиков
// Если объем первого пика больше нормированного объема второго пика
// то итерации надо начинать после нахождения первого пика
if (peaks[0][1]*peaks[1][1]*peaks[1][1] >
(5*dist/peaks[1][1])*peaks[0][0]*peaks[1][0]*peaks[1][0])
{
    N_kill = 1;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv[i][j];

    // проведение итераций параметров первого пика
    delta21=1.; delta2 = 2.; n = 0;
    while ( (fabs(delta21/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
    {
        delta21 = delta2;
        peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
        n = n+1;
    }
    // добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
    add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);
}

// Проводятся тестовые повороты двух пиков
error_2peaks_rotation(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// выбор метода реконструкции и метода определения ширины пиков
// min_errorrr определялась в функции поворота пиков после итерации их параметров
if ( min_errorr < error_method )
{
    error_method = min_errorr;
    method_reserv = method;
    sigma_method_reserv = sigma_method;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = peaks[i][j];
}

// Реконструкция методом максимума энтропии
method = 2;

// определение ширины пика методом fat_sigma
sigma_method = 1;

// определение параметров максимального пика в матрице X_fit методом максимума энтропии
restore(X_fit, Y, disty_i, distx_j);

// Определение параметров пика обладающего наибольшей амплитудой
Peak_parameters(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

// добавление в матрицу peaks параметров первого пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
for ( i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];
peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

N_kill = 0;

// Резервное сохранение параметров первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

```

```

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// Резервное сохранение параметров двух найденных пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = peaks[i][j];

// Резервное сохранение параметров первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = peaks_reserv[i][j];
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;

// создание матрицы соответствующей первому пику
max_entropy(X_fit, Y, disty_i, distx_j);
X_result(X_back_result, peaks_reserv, 0);

// удаление первого пика из результата реконструкции
for (i=0; i<N; i++) for (j=0; j<N; j++) X_fit[i][j] = X_fit[i][j] - X_back_result[i][j];

// Определение параметров пика обладающего наибольшей амплитудой в матрице X_fit
Peak_params(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

// Задание параметров нового первого пика
i0 = R_p[0];
j0 = R_p[1];
for ( i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];
peaks[0][0] = peaks[0][0] + X_back_result[i0][j0];
// Задание параметров нового первого пика
peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

// Резервное сохранение параметров нового первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);
// добавление второго пика

// итерации параметра первых двух пиков 2 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks, Y); n = n + 1;}

// итерации параметров первых двух пиков 1 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks_reserv3, Y); n = n + 1;}

// выбор одного из вариантов параметров двух первых пиков по минимуму погрешности
if (error(peaks, Y) > error(peaks_reserv3, Y))
{
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv3[i][j];
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks_reserv2[i][j];
}

// определение расстояния между центрами первого и второго пиков
dist = sqrt((peaks[2][0]-peaks[2][1])*(peaks[2][0]-peaks[2][1]) + (peaks[3][0]-
peaks[3][1])*(peaks[3][0]-peaks[3][1]));
peaks[1][1] = peaks[1][1] + 1E-5;

// Выбор начала итераций параметров найденных пиков
// Если объем первого пика больше нормированного объема второго пика,
// то итерации надо начинать после нахождения первого пика
if (peaks[0][1]*peaks[1][1]*peaks[1][1] >
(5*dist/peaks[1][1])*peaks[0][0]*peaks[1][0]*peaks[1][0])
{
    N_kill = 1;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv[i][j];

    // проведение итераций параметров первого пика
    delta21=1.; delta2 = 2.; n = 0;
    while ( (fabs(delta21/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )

```

```

    {
        delta21 = delta2;
        peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
        n = n+1;
    }
    // добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
    add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);
}

// Проводятся повороты двух тестовых пиков
error_2peaks_rotation(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// выбор метода реконструкции и метода определения ширины пиков
// min_errorr определялась в функции поворота пиков после итерации их параметров
if ( min_errorr < error_method )
{
    error_method = min_errorr;
    method_reserv = method;
    sigma_method_reserv = sigma_method;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = peaks[i][j];
}

// Реконструкция методом свертки
method = 1;

// определение ширины пика методом thin_sigma
sigma_method = 2;

// определение параметров максимального пика в матрице X_fit методом максимума энтропии
max_entropy(X_fit, Y, disty_i, distx_j); // Восстановление методом

// Определение параметров пика, обладающего наибольшей амплитудой
Peak_params(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

// добавление в матрицу peaks параметров первого пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
for ( i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i]; // Задание параметров первого
пика
peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

N_kill = 0;

// Резервное сохранение параметров первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// Резервное сохранение параметров двух найденных пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = peaks[i][j];

// Резервное сохранение параметров первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = peaks_reserv[i][j];
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;

// создание матрицы соответствующей первому пику
X_result(X_back_result, peaks_reserv, 0);

// удаление первого пика из результата реконструкции
for (i=0; i<N; i++) for (j=0; j<N; j++) X_fit[i][j] = X_fit[i][j] - X_back_result[i][j];

// Определение параметров пика обладающего наибольшей амплитудой в матрице X_fit
Peak_params(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

// Задание параметров нового первого пика
i0 = R_p[0]; j0 = R_p[1];
for ( i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];
peaks[0][0] = peaks[0][0] + X_back_result[i0][j0];
peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

// Резервное сохранение параметров нового первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

```

```

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// итерации параметрами первых двух пиков 2 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks, Y); n = n + 1;}

// итерации параметров первых двух пиков 1 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks_reserv3, Y); n = n + 1;}

// выбор одного из вариантов параметров двух первых пиков по минимуму погрешности
if (error(peaks, Y) > error(peaks_reserv3, Y))
{
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv3[i][j];
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks_reserv2[i][j];
}

// определение расстояния между центрами первого и второго пиков
dist = sqrt((peaks[2][0]-peaks[2][1])*(peaks[2][0]-peaks[2][1]) + (peaks[3][0]-
peaks[3][1])*(peaks[3][0]-peaks[3][1]));
peaks[1][1] = peaks[1][1] +1E-5;

// Выбор начала итераций параметров найденных пиков
// Если объем первого пика больше нормированного объема второго пика,
// то итерации надо начинать после нахождения первого пика
if (peaks[0][1]*peaks[1][1]*peaks[1][1] >
5*dist/peaks[1][1])*peaks[0][0]*peaks[1][0]*peaks[1][0])
{
    N_kill = 1;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv[i][j];

    // проведение итераций параметров первого пика
    delta21=1.; delta2 = 2.; n = 0;
    while ( (fabs(delta21/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
    {
        delta21 = delta2;
        peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
        n = n+1;
    }
    // добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
    add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);
}

// Проводятся повороты двух тестовых пиков
error_2peaks_rotation(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

/// выбор метода реконструкции и метода определения ширины пиков
// min_errorrr определялась в функции поворота пиков после итерации их параметров
if ( min_errorr < error_method )
{
    error_method = min_errorr;
    method_reserv = method;
    sigma_method_reserv = sigma_method;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = peaks[i][j];
}

// Реконструкция методом максимума энтропии
method = 2;

// определение ширины пика методом thin_sigma
sigma_method = 2;

// определение параметров максимального пика в матрице X_fit методом максимума энтропии
restore(X_fit, Y, disty_i, distx_j);

// Определение параметров пика, обладающего наибольшей амплитудой
Peak_params(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

// добавление в матрицу peaks параметров первого пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
for ( i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];

```

```

    peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

N_kill = 0;

// Резервное сохранение параметров первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// Резервное сохранение параметров двух найденных пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv3[i][j] = peaks[i][j];

// Резервное сохранение параметров первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv2[i][j] = peaks_reserv[i][j];
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;

// создание матрицы, соответствующей первому пику
X_result(X_back_result, peaks_reserv, 0);

// удаление первого пика из результата реконструкции
for (i=0; i<N; i++) for (j=0; j<N; j++) X_fit[i][j] = X_fit[i][j] - X_back_result[i][j];

// Определение параметров пика, обладающего наибольшей амплитудой в матрице X_fit
Peak_params(p_p, X_rem, X_fit, R_p);

// Задание параметров нового первого пика
i0 = R_p[0]; j0 = R_p[1];
for (i=0; i<4; i++) peaks[i][0] = p_p[i];
peaks[0][0] = peaks[0][0] + X_back_result[i0][j0];
peaks[1][0] = peaks[1][0] + 1E-5;

// Резервное сохранение параметров нового первого найденного пика
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// итерации параметров первых двух пиков 2 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks, Y); n = n + 1;}

// итерации параметров первых двух пиков 1 вариант
// с целью уменьшения погрешности в лучевых суммах
n = 0;
while ( n < 5 ) {peaks_iteration(peaks_reserv3, Y); n = n + 1;}

// выбор одного из вариантов параметров двух первых пиков по минимуму погрешности
if (error(peaks, Y) > error(peaks_reserv3, Y))
{
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv3[i][j];
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks_reserv2[i][j];
}

// определение расстояния между центрами первого и второго пиков
dist = 1.E-5 + sqrt((peaks[2][0]-peaks[2][1])*(peaks[2][0]-peaks[2][1]) + (peaks[3][0]-
peaks[3][1])*(peaks[3][0]-peaks[3][1]))+1E-5;
peaks[1][1] = peaks[1][1] +1E-5;

// Выбор начала итераций параметров найденных пиков
// Если объем первого пика больше нормированного объема второго пика
// то итерации надо начинать после нахождения первого пика
if (peaks[0][1]*peaks[1][1]*peaks[1][1] >
(5*dist/peaks[1][1])*peaks[0][0]*peaks[1][0]*peaks[1][0])
{
    N_kill = 1;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv[i][j];

    // проведение итераций параметров первого пика
    delta21=1.; delta2 = 2.; n = 0;

```

```

while ( (fabs(delta21/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
{
    delta21 = delta2;
    peaks_iteration(peaks, Y);
    delta2 = error(peaks, Y);
    n = n+1;
}
// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);
}

// Проводятся повороты двух тестовых пиков
error_2peaks_rotation(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// выбор метода реконструкции и метода определения ширины пиков
// min_errorr определялась в функции поворота пиков после итерации их параметров
if ( min_errorr < error_method )
{
    error_method = min_errorr;
    method_reserv = method;
    sigma_method_reserv = sigma_method;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv1[i][j] = peaks[i][j];
}

// окончательный выбор метода реконструкции и метода определения ширины пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv1[i][j];
method = method_reserv;
sigma_method = sigma_method_reserv;

// вывод результата выбора метода реконструкции и метода определения ширины пиков
cout<<endl<<"error_method = "<<error_method*100<<endl;
if(method == 1) cout<<"method = convolution"<<endl;
if(method == 2) cout<<"method = max entrupty"<<endl;
if(sigma_method == 1) cout<<"sigma_method = sigma fat"<<endl<<endl;
if(sigma_method == 2) cout<<"sigma_method = sigma thin"<<endl<<endl;

// Резервное сохранение параметров двух найденных пиков
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_reserv[i][j] = peaks[i][j];

// добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);

// определение расстояния между центрами первого и второго пиков
dist1 = 1.E-5 + sqrt((peaks[2][2]-peaks[2][1])*(peaks[2][2]-peaks[2][1]) + (peaks[3][2]-
peaks[3][1])*(peaks[3][2]-peaks[3][1]));

// определение расстояния между центрами второго и третьего пиков
dist1 = 1.E-5 + sqrt((peaks[2][0]-peaks[2][1])*(peaks[2][0]-peaks[2][1]) + (peaks[3][0]-
peaks[3][1])*(peaks[3][0]-peaks[3][1]));

// Выбор начала итераций параметров найденных пиков
// Если суммарный объем первого и второго пиков больше нормированного объема
// третьего пика, то итерации надо начинать после нахождения второго пика
if ( ( peaks[1][2]/(5*dist)*peaks[0][2]*peaks[1][2]*peaks[1][2] +
peaks[1][1]/(5*dist1)*peaks[0][1]*peaks[1][1]*peaks[1][1] ) > peaks[0][0]*peaks[1][0]*peaks[1][0]
)
{
    N_kill = N_kill + 2;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_reserv[i][j];

    // проведение итераций параметров первого пика
    delta21=1.; delta2 = 2.; n = 0;
    while ( (fabs(delta21/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
    {
        delta21 = delta2;
        peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
        n = n+1;
    }
    // добавление в матрицу peaks параметров следующего по амплитуде пика
    add_peak(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j);
}

// определения максимального числа итераций

```

```

n_it = 50;

err = error(peaks, Y);
error_peak = 100;
N_peaks = N_peaks + 1;

// определение параметров последующих пиков до тех пор, пока их количество
// меньше 7 или относительная ошибка больше заданного параметра
while ( (N_peaks < 7) && ((fabs(error_peak-err)/err + div(4.1/N_peaks)) > 1.) )
{
    k_del = 0;
    N_p = N_peaks; // первоначальное количество пиков, подлежащих определению
    n_add=1;
    N_delition = 1;
    error_peak = err;

    // Резервное сохранение параметров трех найденных ранее пиков
    for (i=0; i<2*N; i++) Y_peak[i] = Y[i];
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_peak[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_peak[i][j] = peaks[i][j];

    // определение параметров всех последующих пиков, пока их параметры
    // соответствуют заданному диапазону
    peaks_end(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j, A_min);

    // Определение ошибки реконструкции всех найденных пиков
    error_rerserv = error(peaks, Y);
    N_p_reserve = N_p;

    // Задание начальных параметров фона
    x_fon_old = x_fon0;
    x_fon = x_fon0;

    // Определение поправки к фону по параметрам реконструированных пиков
    x_fon_chek = X_fon_peak(peaks);
    x_fon_chek1 = 1E-5;
    x_fon_chek2 = 1E-5;
    if (x_fon == 0) x_fon = 1E-5;

    // улучшение определения величины фона
    if ( (x_fon_chek/x_fon) > 0.05)
    {
        k_del = 0;
        if (x_fon_chek == 0) x_fon_chek = 1E-5;

        // Проведение итерационного поиска фона, до тех пор пока
        // относительная погрешность его определения не станет < 5%
        while ( fabs(x_fon_chek-x_fon_chek1)/x_fon > 0.05 )
        {
            // Задание нового значения фона x_fon
            x_fon = x_fon_old - 1.2*x_fon_chek;
            if (1.2*x_fon_chek > x_fon_old/2. ) x_fon = x_fon_old/2.;

            // Определение лучевых сумм соответствующих фоновому значению Y_f
            y_fon(Y_f, x_fon);

            // создание столбца Y лучевых сумм после вычитание фона Y_f
            // из столбца начальных лучевых сумм Y_b
            for ( i=0; i<2*N; i++)
            {
                Y[i] = Y_b[i] - Y_f[i];
                if ( Y[i] < 0) Y[i] = 0;
            }

            // определение параметров всех последующих пиков
            // по свободным от фона лучевым суммам Y
            peaks_end(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j, A_min);

            x_fon_chek2 = x_fon_chek1;
            x_fon_chek1 = x_fon_chek;

            // Определение поправки к фону по параметрам реконструированных пиков
            x_fon_chek = X_fon_peak(peaks);
            if(x_fon_chek1 > 0) {if( fabs(x_fon_chek-x_fon_chek1)>1.2*fabs(x_fon_chek1-x_fon_chek2)
                x_fon_chek = x_fon_chek1+(x_fon_chek1-x_fon_chek2)/2.;}
            }
        }
    }
}

```

```

    N_peaks = N_peaks + 1;
    err = error(peaks, Y);
}

N_peaks = N_peaks - 1;

// Проверка того, произошло ли улучшение реконструкции.
// если нет, то возвращение к предыдущим значениям
if ( (error_peak-err) < 0 )
{
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_peak[i][j];
    for (i=0; i<2*N; i++) Y[i] = Y_peak[i];
}
// Задание нового значения фона x_fon
x_fon = x_fon_old - X_fon_peak(peaks);
if (x_fon_chek > x_fon_old/2. ) x_fon = x_fon_old/2.;

// Определение лучевых сумм, соответствующих фоновому значению Y_f
y_fon(Y_f, x_fon);

// создание столбца Y лучевых сумм после вычитание фона Y_f
// из столбца начальных лучевых сумм Y_b
for ( i=0; i<2*N; i++)
{
    Y[i] = Y_b[i] - Y_f[i];
    if ( Y[i] < 0 ) Y[i] = 0;
}

// Резервное сохранение параметров всех найденных ранее пиков и ошибки реконструкции
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_n_i[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_n_i[i][j] = peaks[i][j];
error_n_i = error(peaks, Y);

// Задание начального параметра итераций
number_n_i = 0;
for (j=0; j<N_peaks; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) number_n_i = number_n_i + 1; }

// Если ошибка реконструкции превышает заданное значение, то производится
// итерационный поиск альтернативного распределения пиков
n_i = 0;
while ( (error_n_i > 0.013) && (n_i < 5) )
{
    // удаление всех пиков, кроме двух, которые были найдены последними
    for (i=0; i<4; i++) for (j=2; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    N_peaks = 2;

    // итерационное улучшение параметров оставшихся пиков
    delta2l=1.; delta2 = 2.; n = 0;
    while ( (fabs(delta2l/delta2-1.)>stop_error) && (n<N_iter) )
    {
        delta2l = delta2;
        peaks_iteration(peaks, Y);
        delta2 = error(peaks, Y);
        n = n+1;
    }
    err = error(peaks, Y);
    error_peak = 100;
    N_peaks = N_peaks + 1;

    // определение параметров последующих пиков до тех пор, пока их количество
    // меньше 7 или относительная ошибка больше заданного параметра
    while ( (N_peaks < 7) && ((fabs(error_peak-err)/err + div(4.1/N_peaks)) > 1.) )
    {
        k_del = 0;
        N_p = N_peaks; // первоначальное количество пиков подлежащих определению
        n_add=1;
        N_delition = 1;
        error_peak = err;

        // Резервное сохранение параметров трех найденных ранее пиков
        for (i=0; i<2*N; i++) Y_peak[i] = Y[i];
        for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_peak[i][j] = 0;
        for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks_peak[i][j] = peaks[i][j];
    }
}

```

```

// определение параметров всех последующих пиков пока их параметры
// соответствуют заданному диапазону
peaks_end(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j, A_min);

// Определение ошибки реконструкции всех найденных пиков
error_rerserv = error(peaks, Y);
N_p_reserve = N_p;

// Задание начальных параметров фона
x_fon_old = x_fon0;
x_fon = x_fon0;

// Определение поправки к фону по параметрам реконструированных пиков
x_fon_chek = X_fon_peak(peaks);
x_fon_chek1 = 1E-5;
x_fon_chek2 = 1E-5;
if (x_fon == 0) x_fon = 1E-5;

// улучшение определения величины фона
if ( (x_fon_chek/x_fon) > 0.05)
{
    k_del = 0;
    if (x_fon_chek == 0) x_fon_chek = 1E-5;

    // Проведение итерационного поиска фона, до тех пор пока
    // относительная погрешность его определения не станет < 5%
    while ( fabs(x_fon_chek-x_fon_chek1)/x_fon > 0.05 )
    {
        // Задание нового значения фона x_fon
        x_fon = x_fon_old - 1.2*x_fon_chek;
        if (1.2*x_fon_chek > x_fon_old/2. ) x_fon = x_fon_old/2.;

        // Определение лучевых сумм соответствующих фоновому значению Y_f
        y_fon(Y_f, x_fon);

        // создание столбца Y лучевых сумм после вычитание фона Y_f
        // из столбца начальных лучевых сумм Y_b
        for ( i=0; i<2*N; i++)
        {
            Y[i] = Y_b[i] - Y_f[i];
            if ( Y[i] < 0 ) Y[i] = 0;
        }

        // определение параметров всех последующих пиков
        // по свободным от фона лучевым суммам Y
        peaks_end(peaks, Y_rem, Y, p_p, X_rem, X_fit, R_p, disty_i, distx_j, A_min);

        x_fon_chek2 = x_fon_chek1;
        x_fon_chek1 = x_fon_chek;

        // Определение поправки к фону по параметрам реконструированных пиков
        x_fon_chek = X_fon_peak(peaks);
        if(x_fon_chek1 > 0)    {if( fabs(x_fon_chek-x_fon_chek1)>1.2*fabs(x_fon_chek1-
x_fon_chek2) )
            x_fon_chek = x_fon_chek1+(x_fon_chek1-x_fon_chek2)/2.;}
        }
    }

    N_peaks = N_peaks + 1;
    err = error(peaks, Y);
}

// Проверка того, произошло ли улучшение реконструкции.
// если нет, то возвращение к предыдущим значениям
N_peaks = N_peaks - 1;
if ( (error_peak-err) < 0 )
{
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peaks; j++) peaks[i][j] = peaks_peak[i][j];
    for (i=0; i<2*N; i++) Y[i] = Y_peak[i];
}

// Задание нового значения фона x_fon
x_fon = x_fon_old - X_fon_peak(peaks);
if (x_fon_chek > x_fon_old/2. ) x_fon = x_fon_old/2.;

// Определение лучевых сумм, соответствующих фоновому значению Y_f

```

```

y_fon(Y_f, x_fon);

// создание столбца Y лучевых сумм после вычитание фона Y_f
// из столбца начальных лучевых сумм Y_b
for ( i=0; i<2*N; i++)
{
    Y[i] = Y_b[i] - Y_f[i];
    if ( Y[i] < 0) Y[i] = 0;
}

for (i=0; i<4; i++)
{
    for (j=0; j<N_peakss; j++)    printf("% 9.4f", peaks_n_i[i][j]);
    cout<<endl;
}

k_n_i = 0;

// Определение количества найденных пиков
for (j=0; j<N_peakss; j++) {if(peaks[0][j]>1E-5) k_n_i = k_n_i + 1; }

// Сохранение распределения пиков, обладающих наименьшей погрешностью
if ( k_n_i + error(peaks, Y) < number_n_i + error_n_i)
{
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peakss; j++) peaks_n_i[i][j] = 0;
    for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peakss; j++) peaks_n_i[i][j] = peaks[i][j];
    error_n_i = error(peaks, Y);
    number_n_i = k_n_i;
}
n_i = n_i + 1;
}

// Выбор распределения пиков, обладающих наименьшей погрешностью
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peakss; j++) peaks[i][j] = 0;
for (i=0; i<4; i++) for (j=0; j<N_peakss; j++) peaks[i][j] = peaks_n_i[i][j];

// Задание нового значения фона x_fon
x_fon = x_fon_old - X_fon_peak(peaks);
if (x_fon_chek > x_fon_old/2. ) x_fon = x_fon_old/2.;

// Определение лучевых сумм, соответствующих фоновому значению Y_f
y_fon(Y_f, x_fon);

// создание столбца Y лучевых сумм после вычитание фона Y_f
// из столбца начальных лучевых сумм Y_b
for ( i=0; i<2*N; i++)
{
    Y[i] = Y_b[i] - Y_f[i];
    if ( Y[i] < 0) Y[i] = 0;
}

// итерационное улучшение параметров всех найденных пиков
delta21=1.; delta2 = 2.; cout<<" final iteration "<<endl;
while ( (fabs(delta21/delta2-1.) > 0.1*stop_error) )
{
    delta21 = delta2;
    peaks_iteration(peaks, Y);
    delta2 = error(peaks, Y);
}
}

```